



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-7-5-11>

Оригинальная статья / Original paper

УДК 621.85.052

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОГО СКОЛЬЖЕНИЯ В МЕХАНИЗМАХ С ГИБКИМ ЗВЕНОМ С ФРИКЦИОННЫМ СЦЕПЛЕНИЕМ

Н. В. ВЫШИНСКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 24.03.2022

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2022

Аннотация. Настоящая статья является продолжением исследований взаимодействия упруго деформируемой ленты со шкивом, представленных автором ранее. Если в предыдущей работе рассматривалось взаимодействие гибкой ленты (звена) с неподвижным шкивом, то в данной публикации изучено взаимодействие гибкого звена с ведущим и ведомым шкивами механизма при начале движения и в установившемся режиме. В результате теоретических исследований получено выражение для коэффициента, характеризующего явление упругого скольжения в механизмах с гибким звеном с фрикционным сцеплением. Отмечена линейная зависимость коэффициента упругого скольжения от коэффициента тяги, определяемого как отношение усилия сопротивления движению к двойному начальному натяжению ветвей гибкого звена. Получено выражение, оценивающее влияние явления упругого скольжения на значение передаточного отношения действительного механизма. Рассмотрено условие передачи движения в механизмах с гибким звеном с фрикционным сцеплением. Показано, что при превышении определенного значения коэффициента тяги в механизме вместо упругого скольжения наступает пробуксовывание.

Ключевые слова: гибкое звено, шкив, угол охвата, дуга скольжения, упругое скольжение, коэффициент тяги, упругие деформации.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Вышинский Н. В. Исследование упругого скольжения в механизмах с гибким звеном с фрикционным сцеплением. Доклады БГУИР. 2022. 20 (7). С. 5–11.

INVESTIGATION OF ELASTIC SLIDING IN MECHANISMS WITH A FLEXIBLE LINK WITH A FRICTION CLUTCH

NIKOLAI V. VYSHINSKI

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 24.03.2022

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2022

Abstract. This work is a continuation of the studies of the interaction of an elastically deformable belt with a pulley presented in the article. If in the previous work the interaction of a flexible belt (link) with a fixed pulley

was considered, then in this work the interaction of a flexible link with the leading and driven pulleys of the mechanism at the beginning of movement and in steady state is considered. As a result of theoretical studies, an expression was obtained for the coefficient characterizing the phenomenon of elastic sliding in mechanisms with a flexible link with a friction clutch. The linear dependence of the elastic slip coefficient on the thrust coefficient, defined as the ratio of the resistance force to the movement to the double initial tension of the branches of the flexible link, is noted. An expression estimating the effect of the elastic slip phenomenon on the value of the gear ratio of the actual mechanism is obtained. The condition of motion transmission in mechanisms with a flexible link with a friction clutch is considered. It is shown that when a certain value of the thrust coefficient is exceeded, slipping occurs in the mechanism instead of elastic sliding.

Keywords: flexible link, pulley, coverage angle, sliding arc, elastic sliding, traction coefficient, elastic deformations.

Conflict of interests. The author declares that there is no conflict of interest.

For citation. Vyshinski N. V. Investigation of Elastic Sliding in Mechanisms with a Flexible Link with a Friction Clutch. Doklady BGUIR. 2022. 20 (7), 5–11.

Введение

В [1] рассмотрено взаимодействие с неподвижным шкивом упруго деформируемой гибкой ленты. Деформация охватывающей шкив гибкой ленты вызвана натяжением T_0 , действующим в каждой ее ветви. Выполненные исследования показали, что деформация растяжения гибкой ленты в зоне ее контакта со шкивом может происходить не по всей дуге охвата гибкой лентой шкива, а лишь по части дуги. Эта часть дуги охвата, где деформируется гибкая лента, определяется углом скольжения α_c (рис. 1), величина которого не зависит от усилия натяжения, а определяется значениями угла охвата и коэффициента трения для материалов шкива и ленты

$$\alpha_c = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_1}{\mu \sin \alpha_1}}, \quad (1)$$

где α_1 – половина угла охвата гибкой лентой шкива, $\alpha_1 = \alpha_{c1} + \alpha_{o1}$; μ – коэффициент трения для материалов гибкой ленты и шкива.

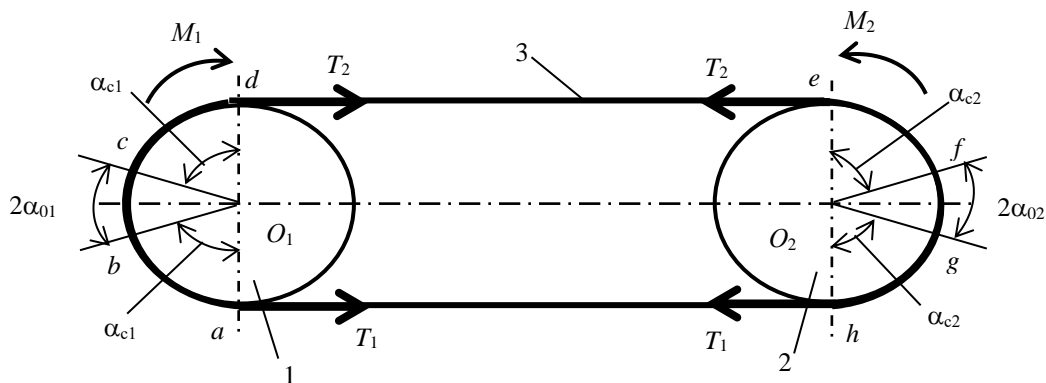


Рис. 1. Схема механизма с гибким звеном с фрикционным сцеплением
Fig. 1. The scheme of the mechanism with a flexible link with friction clutch

При определенных условиях в пределах дуги охвата может присутствовать участок, определяемый углом $2\alpha_{o1}$ (рис. 1), на котором отсутствует натяжение гибкого звена, т. е. гибкое звено, контактирующее с этим участком, не деформируется. Этот участок при угле охвата, равном π , будет присутствовать при значении коэффициента трения для материалов гибкого звена и шкива более 0,4 (1).

Теоретический анализ

Рассмотрим взаимодействие гибкой упруго деформируемой ленты (гибкого звена) 3 с ведущим 1 и ведомым 2 шкивами (рис. 1). Примем диаметры шкивов D_1 и D_2 (на рис. 1 не показаны) одинаковыми и, следовательно, одинаковыми и равными π углы охвата $2\alpha_1$ и $2\alpha_2$ гибким звеном соответственно шкивов 1 и 2.

При неподвижном ведущем шкиве 1 ($M_1 = 0$) усилия натяжения в обеих ветвях гибкого звена будут одинаковыми и равными начальному натяжению T_0 , т. е. $T_1 = T_2 = T_0$. В зонах контактирования гибкого звена со шкивами усилие натяжения будет изменяться от значения T_0 в точках a, d и b, h соответственно для ведущего и ведомого шкивов до нуля в точках b, c и f, g ведущего и ведомого шкивов. Изменение усилия натяжения гибкого звена, сопровождающееся его деформацией растяжения, будет происходить в пределах углов скольжения α_{c1}, α_{c2} и соответственно дуг скольжения ab, cd и ef, gh . Для участков ленты, определяемых углами $2\alpha_{01}, 2\alpha_{02}$ и соответственно дугами bc и fg , усилие натяжения отсутствует.

Изменение усилия натяжения в пределах дуг скольжения для углов охвата $2\alpha_1 = 2\alpha_2 = \pi$ будет определяться выражением

$$T = T_0 - \frac{\mu T_0 \pi}{2} \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha + \frac{2\alpha^2}{\pi} \right). \quad (2)$$

Рассмотрим изменения, которые произойдут в натяжении ветвей гибкого звена при начале работы механизма. При увеличении момента движущих сил M_1 , приложенного к ведущему шкиву 1, ведомый шкив 2 начнет движение только тогда, когда момент движущих сил станет равным моменту сил сопротивления M_2 , т. е. $M_1 = M_2$.

До начала движения ведомого шкива поворот ведущего шкива под действием движущего момента на угол $\Delta\varphi$ приведет к дополнительной упругой деформации Δl_1 набегающей (ведущей) ветви гибкого звена. Усилие натяжения набегающей ветви гибкого звена T_1 увеличится на ΔT и станет равным $T_1 = T_0 + \Delta T$. Поворот ведущего шкива на угол $\Delta\varphi$ при неподвижном ведомом шкиве приведет к смещению недеформированных участков гибкого звена, контактировавших со шкивом в пределах дуги bc , в зону дуги cd упругого скольжения. Это вызовет уменьшение абсолютного удлинения, вызванного предварительным натяжением T_0 , сбегавшей (ведомой) ветви гибкого звена на Δl_2 , равное Δl_1 . Это приведет к уменьшению усилия натяжения сбегавшей ветви на ту же величину ΔT и оно станет равным $T_2 = T_0 - \Delta T$.

Когда момент движущих сил окажется равным моменту сил сопротивления, начнется движение ведомого шкива. При этом разность натяжений набегающей и сбегавшей ветвей гибкого звена будет равна приложенному к ведомому шкиву окружному усилию $F_{t2} = 2M_2/D_2$, т. е.

$$T_1 - T_2 = F_{t2} = 2\Delta T. \quad (3)$$

Из (3) получим выражение для изменений натяжений ведущей и ведомой ветвей гибкого звена

$$\Delta T = \frac{F_{t2}}{2} = \frac{M_2}{D_2}. \quad (4)$$

Изменение удлинений ветвей гибкого звена, вызванное изменением их натяжений, приводит к скольжению гибкого звена относительно шкивов в пределах дуг скольжения: ab и gh для ведущей и cd и ef для ведомой ветвей.

При установившемся режиме движения механизма участки гибкого звена, испытывающие натяжение, будут перемещаться в зоны контактирования с ведущим и ведомым шкивами, где отсутствует скольжение. Это участки дуг bc ведущего и fg ведомого звеньев. В пределах этих участков изменение усилий натяжения ветвей гибкого звена отсутствует. Изменение усилий натяжения ветвей гибкого звена будет происходить при перемещении их участков в зоны дуг скольжения ведущего и ведомого шкивов.

Усилие натяжения набегающей (ведущей) ветви при контакте с ведущим шкивом будет равно T_1 в пределах дуги abc . Для сбегаящей (ведомой) ветви усилие натяжения, равное T_2 , будет в пределах дуги efg ее контакта с ведомым шкивом. Уменьшение усилия натяжения гибкого звена от T_1 в набегающей ветви до T_2 в сбегаящей произойдет вследствие скольжения деформируемого гибкого звена относительно ведущего и ведомого шкивов в пределах дуг скольжения соответственно cd и ef . Это приведет к уменьшению скорости точек контакта гибкого звена по сравнению со скоростью точек контакта ведущего шкива, что вызовет замедление его движения.

Увеличение усилия натяжения гибкого звена от T_2 до T_1 станет происходить в пределах дуг скольжения gf и ab . Здесь уже будет наблюдаться обратное: скорость движения точек контакта гибкого звена окажется больше скорости точек контакта ведомого шкива.

Уменьшение скорости точек контакта сбегаящей ветви гибкого звена по сравнению со скоростью v_1 точек контакта ведущего шкива и увеличение скорости точек контакта набегающей ветви гибкого звена по сравнению со скоростью v_2 точек контакта ведомого шкива приведет к уменьшению скорости вращения ведомого шкива по сравнению с расчетным значением скорости. Явление уменьшения скорости вращения ведомого шкива действительного механизма, вызванное упругими деформациями гибкого звена, называется упругим скольжением.

Для оценки явления упругого скольжения в механизмах с гибким звеном с фрикционным сцеплением вводится коэффициент упругого скольжения ξ , определяемый как отношение разности скоростей точек контакта ведущего и ведомого шкивов к скорости точек контакта ведущего шкива

$$\xi = \frac{v_1 - v_2}{v_1}, \quad (5)$$

где v_1, v_2 – линейная скорость точек контакта с гибким звеном соответственно ведущего и ведомого шкивов.

Найдем выражение для коэффициента упругого скольжения механизма, схема которого представлена на рис. 1. Для холостого хода механизма ($M_2 = 0$) натяжения обеих ветвей гибкого звена одинаковые и равны T_0 . Если для ведущей и ведомой ветвей гибкого звена выделить одинаковые по длине элементарные участки Δl_{10} и Δl_{20} , то эти участки при холостом ходе будут перемещаться вдоль ветвей гибкого звена с одинаковыми скоростями $v_1 = v_2$. Скорости определяются как отношение длин элементарных участков к промежутку времени Δt , в течение которого поперечные сечения ветвей гибкого звена перемещаются на длину, равную длине соответствующего элементарного участка:

$$v_1 = \frac{\Delta l_{10}}{\Delta t}; \quad v_2 = \frac{\Delta l_{20}}{\Delta t}. \quad (6)$$

При $M_2 \neq 0$ произойдет перераспределение натяжений в ветвях гибкого звена, вследствие чего длина элементарных участков Δl_{10} и Δl_{20} изменится и станет равной:

– для набегающей ветви

$$\Delta l_1 = \Delta l_{10} + \frac{F_{t2} \Delta l_{10}}{2ES}; \quad (7)$$

– для сбегаящей ветви

$$\Delta l_2 = \Delta l_{20} - \frac{F_{t2} \Delta l_{20}}{2ES}, \quad (8)$$

где E – модуль упругости 1-го рода материала гибкого звена; S – площадь поперечного сечения гибкого звена.

С изменением длин элементарных участков ветвей гибкого звена изменятся и скорости прохождения ими этих ветвей. При этом время Δt , в течение которого поперечные сечения набегающей и сбегаящей ветвей гибкого звена перемещаются на длины соответствующих элементарных участков, будет для обеих ветвей одинаковым. Скорости перемещения поперечных сечений набегающей и сбегаящей ветвей определяются соответственно по формулам:

$$v_1 = \frac{\Delta l_1}{\Delta t}; v_2 = \frac{\Delta l_2}{\Delta t}. \quad (9)$$

С учетом, что $\Delta l_{10} = \Delta l_{20}$, а также зависимостей (7)–(9) выражение (5) для коэффициента упругого скольжения ξ запишется в виде

$$\xi = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{\left(\Delta l_{10} + \frac{F_{t2}\Delta l_{10}}{2ES}\right) - \left(\Delta l_{20} - \frac{F_{t2}\Delta l_{20}}{2ES}\right)}{\Delta l_{10} + \frac{F_{t2}\Delta l_{10}}{2ES}} = \frac{2F_{t2}}{2ES + F_{t2}}. \quad (10)$$

Как следует из (10), значение коэффициента упругого скольжения зависит от передаваемого усилия F_{t2} и жесткости ES гибкого звена. Выразим коэффициент упругого скольжения через коэффициент тяги ν [2], определяемый как отношение окружного усилия F_{t2} к начальному натяжению в двух ветвях гибкого звена площадью поперечного сечения S

$$\nu = \frac{F_{t2}}{2T_0} = \frac{T_1 - T_2}{2T_0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_0}, \quad (11)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_0$ – нормальное напряжение соответственно в набегающей и сбегающей ветвях гибкого звена при $M_2 \neq 0$ и в обеих ветвях при $M_2 = 0$.

С учетом (11) преобразуем выражение (10) для коэффициента упругого скольжения к виду

$$\xi = \frac{2F_{t2}}{2ES + F_{t2}} = \frac{2(\sigma_1 - \sigma_2)}{2E + (\sigma_1 - \sigma_2)} = \frac{2\nu\sigma_0}{E + \nu\sigma_0}. \quad (12)$$

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента упругого скольжения ξ от коэффициента тяги ν . Начальное напряжение σ_0 в ветвях гибкого звена принято равным 1,8 МПа, а модуль упругости материала гибкого звена $E = 200$ МПа.

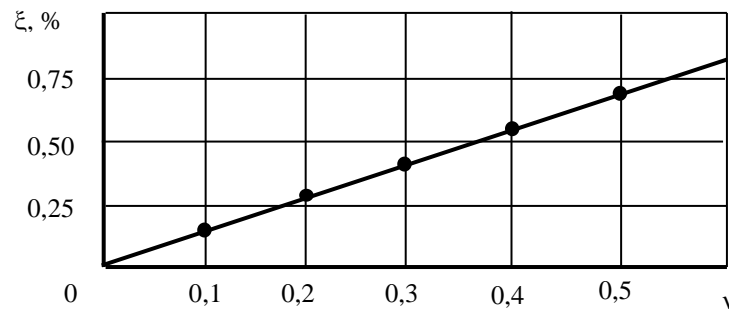


Рис. 2. Зависимость коэффициента упругого скольжения от коэффициента тяги
Fig. 2. Dependence of the elastic coefficient sliding from the thrust coefficient

Упругое скольжение в механизме с гибким звеном с фрикционным сцеплением вызовет несоответствие величины действительного передаточного отношения расчетному значению. Запишем выражение для действительного передаточного отношения

$$i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2v_1/D_1}{2v_2/D_2} = \frac{\Delta l_1 D_2}{\Delta l_2 D_1} = \frac{\left(\Delta l_{10} + \frac{\Delta l_{10} F_{t2}}{2ES}\right) D_2}{\left(\Delta l_{20} - \frac{\Delta l_{20} F_{t2}}{2ES}\right) D_1} = \frac{D_2}{D_1 \left(1 - \frac{2F_{t2}}{2ES + F_{t2}}\right)} = \frac{D_2}{D_1 (1 - \xi)}, \quad (13)$$

где ω_1, ω_2 – угловая скорость ведущего и ведомого шкивов; D_1, D_2 – диаметр ведущего и ведомого шкивов.

Обсуждение результатов

Основываясь на полученных результатах, найдем условие передачи движения в механизме с гибким звеном с фрикционным сцеплением. Для передачи движения от ведущего шкива к ведомому необходимо, чтобы сила трения, распределенная в зоне контакта гибкого звена и шкивов, была больше окружной силы сопротивления, приложенной к ведомому шкиву, т. е. $F_{\text{тр}} > F_{t2}$. Будем считать, что нормальное давление в зоне контакта гибкого звена со шкивами распределяется в соответствии с выражением, приведенным в [1]:

$$q(\alpha) = \frac{T_0 \alpha_1 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1} \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_1} \right), \quad (14)$$

где α_1 – половина угла охвата гибким звеном шкива, $0 \leq \alpha \leq \alpha_1$.

Проинтегрируем в пределах изменения угла α выражение для элементарной силы трения $dF_{\text{тр}} = \mu q(\alpha) d\alpha$. Удвоенное значение полученного выражения будет являться силой трения, распределенной в пределах дуги охвата, определяемой углом $2\alpha_1$:

$$F_{\text{тр}} = 2 \int_0^{\alpha_1} \mu q(\alpha) d\alpha = 2 \int_0^{\alpha_1} \mu \frac{T_0 \alpha_1 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1} \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_1} \right) d\alpha = \frac{\mu T_0 \alpha_1^2 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1}. \quad (15)$$

При заданном значении силы сопротивления F_{t2} получим выражение для начального натяжения ветвей гибкого звена, обеспечивающего передачу движения от ведущего к ведомому шкиву:

$$T_0 > \frac{F_{t2} (1 - \cos \alpha_1)}{\mu \alpha_1^2 \sin \alpha_1}. \quad (16)$$

Из (16) с учетом формулы (11) найдем значения коэффициента тяги ν , при которых будет отсутствовать пробуксовывание

$$\nu < \frac{\mu \alpha_1^2 \sin \alpha_1}{2(1 - \cos \alpha_1)}. \quad (17)$$

Для угла охвата $2\alpha_1 = \pi$ выражение (17) примет вид

$$\nu < \frac{\mu \pi^2}{8}. \quad (18)$$

Из (18) следует, что при коэффициенте трения $\mu = 0,40$ пробуксовывание в механизме наступит при значении $\nu = 0,49$. Это вызовет резкое увеличение коэффициента упругого скольжения ξ . При значениях коэффициента тяги $\nu < 0,49$ коэффициент упругого скольжения будет линейно зависеть от ν и определяться выражением (12).

Заключение

В результате выполненных теоретических исследований получено выражение для коэффициента упругого скольжения в механизме с гибким звеном с фрикционным сцеплением. Коэффициент упругого скольжения зависит от усилия сопротивления движению ведомого шкива и жесткости гибкого звена. Явление упругого скольжения приводит к уменьшению значения скорости ведомого шкива действительного механизма по сравнению с расчетным. Найдено выражение для передаточного отношения действительного механизма с гибким звеном с фрикционным сцеплением, учитывающее влияние упругого скольжения. Для случая линейного распределения нормального давления в зоне контакта гибкого звена со шкивами получено условие передачи движения, т. е. отсутствия пробуксовывания, в механизме с гибким звеном.

Исследование коэффициента упругого скольжения показало, что он линейно зависит от коэффициента тяги, определяемого как отношение усилия сопротивления движению ведомого шкива к удвоенному начальному натяжению ветвей гибкого звена. При достижении коэффициентом тяги определенного значения в механизме не будет выполняться условие передачи движения и вместо упругого скольжения наступит пробуксовывание.

Список литературы

1. Вышинский, Н. В. Исследование свойств растягиваемой ленты в условиях деформации / Н. В. Вышинский // Доклады БГУИР. 2020. Т. 18, № 6. С. 11–17.
2. Скойбеда, А. Т. Ременные передачи / А. Т. Скойбеда, А. Н. Никончук. Минск: Навука і тэхніка, 1995.

References

1. Vyshinsky N. V. (2020) Investigation of the Properties of a Stretchable Tape under Deformation Conditions. *Reports of BGUIR*. 18 (6), 11–17 (in Russian).
2. Skoybeda A. T. (1995) *Belt Drives*. Minsk, Navuka i Tehnika Publ. (in Russian).

Сведения об авторе

Вышинский Н. В., к.т.н., профессор, профессор кафедры инженерной и компьютерной графики Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Information about the author

Vyshinski N. V., Cand. of Sci., Professor, Professor at the Department of Engineering and Computer Graphics of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел. +375 17 293-89-73
E-mail: vyshinski@bsuir.by
Вышинский Николай Владимирович

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel. +375 17 293-89-73
E-mail: vyshinski@bsuir.by
Vyshinski Nikolai Vladimirovich