ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ СВЧ ДИАПАЗОНА

УДК 621.385.6

УРАВНЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ С УЧЕТОМ КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СТЕНОК И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОНИКИ СВЧ СВЕРХБОЛЬШИХ МОЩНОСТЕЙ. ЧАСТЬ 1

doi: 10.25210/jfop-2202-091099 | **edn:** DZSVDT

Кравченко В. Ф.— заслуженный деятель науки РФ, д.ф.- м.н., гл.н.с., Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН; Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН; профессор кафедры высшей математики ФН-1, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва. E-mail: kvf-ok@mail.ru

Кураев А. А.— заслуженный деятель науки РБ, доктор физико-математических наук, профессор кафедры информационные радиотехнологии Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, Минск, E-mail: kurayev@bsuir.by

Матвеенко В. В.— кандидат физико-математических наук, доцент, кафедры вычислительных методов и программирования Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, E-mail: vladzimir66@bsuir.by

Аннотация

Сформулированы уравнения возбуждения продольно-нерегулярных волноводов трехмерно-фазированными электронными потоками с учетом конечной проводимости стенок. При формулировке уравнений возбуждения использован метод А.Г. Свешникова, основанный на использовании неортогональных координат в уравнениях Максвелла, что позволяет отобразить нерегулярную границу электродинамической структуры на регулярную и в преобразованной регулярной области использовать проекционный метод Галеркина при априори известной полной системы векторных базисных функций для этой области. Использован специальный подход для разрешения трудности, возникающей из-за разности граничных условий для базисных функций и искомого решения на поверхности волновода в случае конечной проводимости. В результате исходная трехмерная краевая задача сводится к одномерной (двухточечной) краевой задаче для амплитуд нормальных связных волн электродинамической структуры. Эта задача формулируется в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с граничными условиями третьего рода в начальном и конечном сечениях волновода. В такой форме уравнения возбуждения вместе с уравнениями движения электронов образуют самосогласованную математическую модель для расчета и оптимизации электронных приборов большой мощности на нерегулярных волноводах – релятивистских ЛБВ, ЛОВ и клинотронов, гиро-ЛБВ, гиро-ЛОВ, гиротонов.

Ключевые слова: *уравнения возбуждения, продольно-нерегулярный волновод, конечная проводимость стенок, неортогональные координаты, электронный поток, трехмерная фазировка*

Abstract

The article formulates equations for the longitudinally irregular waveguide excitation by three-dimensionally phased electron flows taking into account the finite wall conductivity. A.G. Sveshnikov's method based on using non-orthogonal coordinates for Maxwell's equations takes to formulate the excitation equations which makes it possible to transpose the irregular boundary of the electrodynamic structure to a regular one. Then the Galerkin's projection method realizes for the transformed regular domain with advance the known complete system of vector basis functions. A special approach allows to solve the difficulty arising due to the boundary conditions for the vector basis functions and the solution on the waveguide surface in the case of finite conductivity. As a result, the original three-dimensional boundary value problem is derived to a one-dimensional (two-point) boundary value problem for the amplitudes of normal coupled waves of the electrodynamic structure. This problem formulates an ordinary differential equation system (ODE) with boundary conditions of the third kind on the first and final sections of the waveguide part. The excitation equations, together with the equations of electron motion, form a self-consistent mathematical model for calculating and optimizing high-power electronic devices using irregular waveguides - relativistic TWTs, BWTs, and klynotrons, gyro-TWTs, gyro-BWTs, gyrotons.

Keywords: *excitation equations, longitudinally irregular waveguide, finite wall conductivity, non-orthogonal coordinates, electron flow, three-dimensional phasing*

Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Матвеенко В.В. *Уравнения возбуждения нерегулярных волноводов с учетом конечной проводимости стенок и их приложение в задачах электроники СВЧ сверхбольших мощностей. Часть 1* // Физические основы приборостроения. 2022. Т. 11. № 2(44). С. 91–99. DOI: 10.25210/jfop-2202–091099

Введение

Нерегулярные электродинамические структуры (периодические и непериодические, с координатными и некоординатными границами) являются частью конструкции практически любого СВЧ устройства. Это магистральные широкополосные линии связи с пониженными потерями на гофрированных волноводах, дифракционные структуры и рупоры в антенной технике и интерферометрах, резонаторы с повышенной селекцией, фильтры и трансформаторы мод, согласующие нерегулярные волноводы [1–12]. Особое место занимают квазипериодические электродинамические структуры в электронике СВЧ и КВЧ диапазонов, а также в линейных ускорителях электронов и протонов [13–19].

Современный этап развития приборов и устройств СВЧ характеризуется широким использованием строгих математических методов исследования, привлечением к исследованию методов оптимального управления. В сущности, теория и оптимизация приборов и устройств СВЧ взаимосвязаны: наибольший интерес представляют исследования именно оптимальных процессов в оптимальных системах.

Главными проблемами теории являются: создание трехмерных нелинейных моделей, расчет и синтез электродинамических систем сложной конфигурации.

К настоящему времени в США созданы комплексы программ для использования при моделировании СВЧ приборов: MAFIA (solutions of MAxwell's equations by the Finite Integration Algorithm), MWS (CST Microwave Studio), CHRISTINE, MICHELLE и др. Программа MAFIA реализует алгоритм конечно-разностного интегрирования уравнений Максвелла при заданных граничных условиях. Выполнение программы требует весьма трудоемких вычислений, а сходимость решения не всегда гарантирована. Основанная на ней программа MWS предназначена для расчета «холодных» (т.е. без воздействия электронного пучка) характеристик электродинамических систем приборов СВЧ. Программа CHRISTINE реализует расчет нелинейных характеристик спиральных ЛБВ на основе дисковой модели электронного потока. Программа MICHELLE предназначена для расчета многоступенчатого коллектора. Может показаться, что совокупность этих программ решает все проблемы моделирования приборов СВЧ. Однако это не так: некоторые программы имеют частный характер (например, CHRISTINE и MWS), но самое важное состоит в том, что все перечисленные программы требуют задания граничных условий первого или второго рода на всей граничной поверхности рассматриваемой области. А этого сделать нельзя на входном и выходном сечениях нерегулярного волновода, представляющего электродинамическую систему электронного прибора: модовый состав здесь определяется лишь после решения самосогласованной задачи возбуждения волновода электронным потоком. Тогда можно поставить парциальные условия излучения (граничные условия третьего рода) для каждой из возбужденных волн. Таким образом, перечисленные программы в свете изложенного могут быть использованы лишь для проверки полученного решения другими методами. Тем более, если это решение — следствие не только анализа, но и оптимизации профиля электродинамической системы, который не может быть проведен с использованием упомянутых программ из-за чрезмерной вычислительной трудоемкости при их использовании.

Более предпочтительными представляются «интеллектуальные» методы, основанные на применении тех или иных процедур преобразования исходной краевой задачи, позволяющих редуцировать ее к более простой в вычислительном отношении. К настоящему времени известен ряд таких методов, из которых наиболее разработаны следующие:

1. Вариационные и проекционные методы [20, 21], позволяющие при определении полной для данной задачи системы базисных функций свести ее решение к некоторой линейной системе алгебраических или обыкновенных дифференциальных уравнений. Главная сложность в таких методах — определение системы базисных функций и доказательство их полноты.
2. Метод поперечных сечений [22], в котором решение представляется в виде конечной суммы собственных поперечных функций «волновода сравнения» в данном сечении реального волновода, и задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно коэффициентов разложения.
3. Импедансный метод [23], в котором нерегулярная граница волновода заменяется регулярной с некоторыми эквивалентными импедансными граничными условиями на ней. Этот метод применим только при частом и неглубоком гофре.
4. Метод интегрального уравнения с использованием для получения этого уравнения леммы Лоренца [11]. Этот метод требует при решении использования специальных функций в нелинейных уравнениях, и поэтому не эффективен в численной реализации.
5. Метод Уолкинсона [11] — модифицированный метод частичных областей. Он не обладает универсальностью (т.е. не может быть использован для произвольно-нерегулярных волноводов), но эффективен для нерегулярных волноводов с координатными границами, например, с прямоугольной формой гофра [11].

6. Наиболее эффективным и строгим методом решения задач возбуждения нерегулярных электродинамических структур к настоящему времени представляется метод, основанный на использовании неортогональных координат в уравнениях Максвелла [24], что позволяет отобразить нерегулярную границу электродинамической структуры на регулярную и в преобразованной регулярной области использовать проекционный метод Галеркина с использованием априори известной полной системы векторных базисных функций для этой области. Этот метод предложен А. Г. Свешниковым [25] и затем развит в работах [12, 15–19]. Его применение позволяет свести трехмерную исходную краевую задачу к одномерной (двухточечной) краевой задаче для амплитуд нормальных связанных волн нерегулярной электродинамической структуры. Эта задача формулируется в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с граничными условиями третьего рода (условия излучения) в начальном и конечном сечениях электродинамической структуры. Таким образом, использование описываемого метода позволяет существенно снизить вычислительные затраты при решении исходной краевой задачи именно за счет сведения трехмерной задачи к одномерной.

Однако решение ОДУ для амплитуд связанных волн в волноводных задачах сталкивается с серьезным затруднением: при наличии закритических или частично закритических нормальных волн (а это всегда имеет место) все современные (стандартные) пошаговые методы решения ОДУ, например, из пакета Matlab (восемь методов) расходятся из-за появления экспоненциально возрастающих решений [26, 27]. Из-за этой трудности метод неортогональных координат не получил широкого распространения в расчетах нерегулярных волноводов. Тем не менее эта трудность вполне преодолима при использовании специальных методов решения двухточечной задачи для ОДУ: метода блочной матричной прогонки [18, 19], и четных пошаговых методов решения ОДУ [26, 27] и алгоритмы со стабилизирующими коэффициентами [28]. В предлагаемой читателю монографии показана эффективность использования этих методов.

В современных математических моделях мощных релятивистских приборов СВЧ с нерегулярными электродинамическими системами — релятивистских черенковских генераторов типа ЛБВ и ЛОВ [17–19], гиротронов [15,16], гиро-ЛБВ [16], гиротонов [16] — используются уравнения возбуждения, полученные при граничном условии на металлической стенке нерегулярного волновода в преобразованной системе координат вида

$$\left[\vec{\rho}_0,\dot{\vec{E}}\right]\Big|_{\rho=1}=0\,, \qquad (1)$$

где $\vec{\rho}_0$ — нормаль к поверхности регулярного цилиндра.

Условие (1) соответствует бесконечной проводимости стенки, что соответствует пренебрежению омическими потерями в электродинамической системе. Естественно возникает вопрос об адекватности полученных на основе таких моделей оптимальных вариантов, особенно в диапазоне миллиметровых волн и в квазирезонансных режимах с высокой дифракционной добротностью системы. Ниже этот вопрос решается в отношении релятивистских ЛБВ-ЛОВ на основе общей теории возбуждения нерегулярных волноводов с конечной проводимостью стенки.

Уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного полого волновода с учетом конечной проводимости стенок

Вместо условия (1) используем приближенное граничное условие Щукина-Леонтовича [5]

$$\left[\vec{\rho}_0\dot{\vec{E}}\right]\Big|_{\rho=1}=-\overleftrightarrow{G}\left[\vec{\rho}_0\left[\vec{\rho}_0\dot{\vec{H}}\right]\right]\Big|_{\rho=1}. \qquad (2)$$

Здесь $\overleftrightarrow{G}=\dot{W}_\sigma^0\sqrt{\dfrac{g}{g^{11}}}\begin{pmatrix}\rho\left[g^{11}g^{22}-(g^{12})^2\right] & -g^{12}g^{13}\\ -g^{12}g^{13} & \dfrac{1}{\rho}\left[g^{11}-(g^{13})^2\right]\end{pmatrix}$, где $\dot{W}_\sigma^0=(1+j)\sqrt{\dfrac{\pi f\mu_\sigma}{\sigma}}$ — волновое сопротивление стенки волновода, μ_σ — магнитная проницаемость стенки, σ — ее удельная проводимость, f — рабочая частота; $\rho=r/b(z)$, $b(z)$ — внутренняя граница нерегулярного волновода; компоненты метрического тензора g^{ij} имеют вид

$$\sqrt{g}=b^2\rho,\quad g^{11}=\left(1+\rho^2b'^2\right)/b^2,\quad g^{22}=1/\left(b\rho\right)^2,\ g^{33}=1,$$
$$g^{12}=g^{21}=0,\ g^{13}=-\rho b'/b=g^{31},\ g^{23}=g^{32}=0,\ b'=db/dz.$$

Теперь задачу сформулируем так: при граничном условии (2) решить уравнения Максвелла в преобразованной системе координат для полных компонент поля $\vec{E}^p$, $\vec{H}^p$ и токов $\vec{\delta}^p$, $\vec{\delta}^{pM}$

$$rot\vec{H}^p = \varepsilon_0 \widehat{g} \frac{\partial \vec{E}^p}{\partial t} + \widehat{g}\vec{\delta}^p, \quad rot\vec{E}^p = -\mu_0 \widehat{g} \frac{\partial \vec{H}^p}{\partial t} - \widehat{g}\vec{\delta}^{pM}. \tag{3}$$

Здесь
$$\widehat{g} = \sqrt{g}\begin{pmatrix} g^{11}/\rho & g^{12} & g^{13}/\rho \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ g^{13}/\rho & g^{32} & g^{33}/\rho \end{pmatrix}.$$

Физические компоненты векторов $\vec{H}$, $\vec{E}$, $\vec{\delta}$ связаны с расчетными $\vec{H}^p, \vec{E}^p, \vec{\delta}^p, \vec{\delta}^{pM}$ следующим образом (на примере $\vec{H}$):

$$H_r = H_\rho^p / b, \quad H_\varphi = H_\varphi^p / b, \quad H_z = H_z^p - H_\varphi^p \rho b' / b.$$

Подчеркнем, что в отличие от [16] компоненты $\vec{H}^p$, $\vec{E}^p$, $\vec{\delta}^p$, $\vec{\delta}^{pM}$ содержат как вихревые, так и потенциальные (в общем случае содержащие разрывы) составляющие. В дальнейшем будут использованы процедуры, исключающие почленное дифференцирование (операция rot) рядов, представляющих $\vec{E}^p, \vec{H}^p$.

Представим решение задачи (2), (3) в следующем виде:

$$\vec{E}_t^p = \mathrm{Re}\sum_m \dot{\vec{E}}_{tm} e^{jm\omega t}, \quad \vec{E}_z^p = \mathrm{Re}\sum_m \dot{\vec{E}}_{zm} e^{jm\omega t},$$

где $\dot{\vec{E}}_{tm} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{n=-N}^{N}\left(\dot{A}_{mni}^{M}(z)\vec{e}_{ni}^{M} + \dot{A}_{mni}(z)\vec{e}_{ni}\right)$, $\dot{\vec{E}}_{zm} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{n=-N}^{N}\dot{C}_{mni}(z)\varphi_{ni}\vec{a}^3$.

$$\vec{H}_t^p = \mathrm{Re}\sum_m \dot{\vec{H}}_{tm} e^{jm\omega t}, \quad \vec{H}_z^p = \mathrm{Re}\sum_m \dot{\vec{H}}_{zm} e^{jm\omega t},$$

$$\dot{\vec{H}}_{tm} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{n=-N}^{N}\left(\dot{B}_{mni}^{M}(z)\vec{h}_{ni}^{M} + \dot{B}_{mni}(z)\vec{h}_{ni}\right), \quad \dot{\vec{H}}_{zm} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{n=-N}^{N}\dot{H}_{mni}(z)\psi_{ni}\vec{a}^3.$$

Здесь
$$\varphi_{ni} = J_n(\nu_{ni}\rho)e^{jn\varphi}, \quad \psi_{ni} = J_n(\mu_{ni}\rho)e^{jn\phi}, \quad \vec{e}_{ni}^{e} = \vec{\rho}_0\nu_{ni}J_n'(\nu_{ni}\rho)e^{jn\varphi} + \vec{\varphi}_0 j\frac{n}{\rho}J_n(\nu_{ni}\rho)e^{jn\varphi},$$

$$\vec{e}_{ni}^{M} = \vec{\rho}_0\frac{jn}{\rho}J_n(\mu_{ni}\rho)e^{jn\varphi} - \vec{\varphi}_0\mu_{ni}J_n'(\mu_{ni}\rho)e^{jn\varphi}, \quad \vec{h}_{ni}^{e} = -\vec{\rho}_0\frac{jn}{\rho}J_n(\nu_{ni}\rho)e^{jn\varphi} + \vec{\varphi}_0\nu_{ni}J_n'(\nu_{ni}\rho)e^{jn\varphi},$$

$$\vec{h}_{ni}^{M} = \vec{\rho}_0\mu_{ni}J_n'(\mu_{ni}\rho)e^{jn\varphi} + \vec{\varphi}_0\frac{jn}{\rho}J_n(\mu_{ni}\rho)e^{jn\varphi}, \quad J_n(\nu_{ni}) = 0, \quad J_n'(\mu_{ni}) = 0.$$

Амплитуды $\dot{A}_{mni}^{M}(z), \dot{A}_{mni}^{e}(z), \dot{B}_{mni}^{M}(z), \dot{B}_{mni}(z), \dot{C}_{mni}(z), \dot{H}_{mni}(z)$

определим из следующих проекционных равенств, эквивалентных (3):

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{rot\left(\vec{H}_{tm}+\vec{H}_{zm}\right) - jm\omega\varepsilon_0\widehat{g}\left(\vec{E}_{tm}+\vec{E}_{zm}\right)\right\}\vec{e}_{-ni}^{e}\rho d\rho d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^p\vec{e}_{-ni}^{e}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \tag{4}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{rot\left(\vec{H}_{tm}+\vec{H}_{zm}\right) - jm\omega\varepsilon_0\widehat{g}\left(\vec{E}_{tm}+\vec{E}_{zm}\right)\right\}\vec{e}_{-ni}^{M}\rho d\rho d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^p\vec{e}_{-ni}^{M}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \tag{5}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{rot\left(\vec{H}_{tm}+\vec{H}_{zm}\right) - jm\omega\varepsilon_0\widehat{g}\left(\vec{E}_{tm}+\vec{E}_{zm}\right)\right\}\cdot\varphi_{-ni}\vec{a}^3\rho d\rho d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^p\vec{a}^3\varphi_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \tag{6}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{rot\left(\vec{E}_{tm}+\vec{E}_{zm}\right) + jm\omega\mu_0\widehat{g}\left(\vec{H}_{tm}+\vec{H}_{zm}\right)\right\}\vec{h}_{-ni}^{e}\rho d\rho d\varphi = -\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^{pM}\vec{h}_{-ni}^{e}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \tag{7}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{rot\left(\vec{E}_{tm}+\vec{E}_{zm}\right) + jm\omega\mu_0\widehat{g}\left(\vec{H}_{tm}+\vec{H}_{zm}\right)\right\}\vec{h}_{-ni}^{M}\rho d\rho d\varphi = -\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^{pM}\vec{h}_{-ni}^{M}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \tag{8}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{rot\left(\vec{E}_{tm}+\vec{E}_{zm}\right) + jm\omega\mu_0\widehat{g}\left(\vec{H}_{tm}+\vec{H}_{zm}\right)\right\}\psi_{-ni}\vec{a}^3\rho d\rho d\varphi = 0 = -\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^{pM}\vec{a}^3\psi_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t. \tag{9}$$

Правые части уравнений возбуждения (4)-(9) (интегралы возбуждения) записаны в общем случае, когда координаты источников могут меняться во времени, т.е. $\rho = \rho(t)$, $\varphi = \varphi(t)$, $z = z(t)$. Причем, эти зависимости могут содержать и негармонические составляющие.

Левые части уравнений возбуждения (4–9), однако, должны быть преобразованы с целью исключения операций дифференцирования $rot(\dot{\vec{H}}_{tm} + \dot{\vec{H}}_{zm}) = rot\dot{\vec{H}}_m$ и $rot(\dot{\vec{E}}_{tm} + \dot{\vec{E}}_{zm}) = rot\dot{\vec{E}}_m$, поскольку $\dot{\vec{E}}_m$ и $\dot{\vec{H}}_m$ содержат разрывные в общем случае потенциальные составляющие и, кроме того, ряды, представляющие эти функции имеют разрыв на границе $\rho = 1$, поскольку базисные функции удовлетворяют граничному условию (1) а не (2). Преобразования выполним с использованием следующих векторных тождеств:

$$rot\left(\dot{\vec{H}}_m\right)\vec{e}^{\,e}_{-ni}=\dot{\vec{H}}_m rot\vec{e}^{\,e}_{-ni}+div\left[\vec{H}_m,\vec{e}^{\,e}_{-ni}\right],\; rot\left(\dot{\vec{H}}_m\right)\vec{e}^{\,M}_{-ni}=\dot{\vec{H}}_m rot\vec{e}^{\,M}_{-ni}+div\left[\vec{H}_m,\vec{e}^{\,M}_{-ni}\right],$$

$$rot\left(\dot{\vec{H}}_m\right)\vec{z}_0\varphi_{-ni}=\dot{\vec{H}}_m rot\left(\vec{z}_0\varphi_{-ni}\right)+div\left[\vec{H}_m,\vec{z}_0\varphi_{-ni}\right],$$

$$rot\left(\dot{\vec{E}}_m\right)\vec{h}^{e}_{-ni}=\dot{\vec{E}}_m rot\left(\vec{h}^{e}_{-ni}\right)+div\left[\vec{E}_m,\vec{h}^{e}_{-ni}\right],\; rot\left(\vec{E}_m\right)\vec{h}^{M}_{-ni}=\dot{\vec{E}}_m rot\left(\vec{h}^{M}_{-ni}\right)+div\left[\dot{\vec{E}}_m,\vec{h}^{M}_{-ni}\right],$$

$$rot\left(\vec{E}_m\right)\vec{z}_0\varphi_{-ni}=\dot{\vec{E}}_m rot\left(\vec{z}_0\varphi_{-ni}\right)+div\left[\dot{\vec{E}}_m,\vec{z}_0\varphi_{-ni}\right].$$

Воспользуемся также следующим интегральным тождеством (доказательство опустим):

$$\int\limits_{S_\perp} div\vec{A}dS_\perp=\int\limits_{S_\perp}\frac{\partial\vec{A}}{\partial z}\vec{z}_0 dS_\perp+\oint\limits_{l}\vec{A}\vec{n}dl \qquad (10)$$

Тождество (10) специализировано для нашей задачи, в которой $S_\perp = const\,(\rho=1=const)$.

Учтем также выражения базисных функций с индексами $(-ni)$ и векторные тождества для них.

$$\varphi_{-ni}=(-1)^n J_n(\nu_{ni}\rho)e^{-jn\varphi},\quad \psi_{-ni}=(-1)^n J_n(\mu_{ni}\rho)e^{-jn\varphi},$$

$$\vec{e}^{\,e}_{-ni}=(-1)^n\left\{\vec{\rho}_0\nu_{ni}J_n'(\nu_{ni}\rho)-\vec{\varphi}_0 j\frac{n}{\rho}J_n(\nu_{ni}\rho)\right\}e^{-jn\varphi},$$

$$\vec{e}^{\,M}_{-ni}=(-1)^{n+1}\left\{\vec{\rho}_0\frac{jn}{\rho}J_n(\mu_{ni}\rho)+\vec{\varphi}_0\mu_{ni}J_n'(\mu_{ni}\rho)\right\}e^{-jn\varphi},$$

$$\vec{h}^{e}_{-ni}=(-1)^n\left\{\vec{\rho}_0\frac{jn}{\rho}J_n(\nu_{ni}\rho)+\vec{\varphi}_0\nu_{ni}J_n'(\nu_{ni}\rho)\right\}e^{-jn\varphi},$$

$$\vec{h}^{M}_{-ni}=(-1)^n\left\{\vec{\rho}_0\mu_{ni}J_n'(\mu_{ni}\rho)-\vec{\varphi}_0 j\frac{n}{\rho}J_n(\mu_{ni}\rho)\right\}e^{-jn\varphi},$$

$$J_n(\nu_{ni})=0,\quad J_n(\mu_{ni})=0.$$

Для перечисленных функций имеют место тождества

$$rot\vec{e}^{\,e}_{-ni}=0,\quad rot\vec{h}^{M}_{-ni}=0,\quad rot\left(\vec{z}_0\psi_{-ni}\right)=\vec{e}^{\,M}_{-ni},\quad rot\vec{e}^{\,M}_{-ni}=\vec{z}_0(-1)^n\mu_{ni}^2\psi_{-ni},\quad rot\vec{h}^{e}_{-ni}=-\vec{z}_0(-1)^n\nu_{ni}^2\varphi_{-ni}.$$

При $\rho=1$ с учетом (2) имеем:

$$[\dot{\vec{E}}_m,\vec{z}_0\psi_{-ni}]\vec{\rho}_0=\vec{G}\left(\vec{H}_{m\varphi}+\vec{H}_{mz}\right)\vec{z}_0\psi_{-ni},$$

$$[\dot{\vec{E}}_m,\vec{h}^{e}_{-ni}]\vec{\rho}_0=\vec{G}\left(\vec{H}_{m\varphi}+\vec{H}_{mz}\right)\vec{h}^{e}_{-ni},$$

$$[\dot{\vec{E}}_m,\vec{h}^{M}_{-ni}]\vec{\rho}_0=\vec{G}\left(\vec{H}_{m\varphi}+\vec{H}_{mz}\right)\vec{h}^{M}_{-ni},$$

$$[\vec{\rho}_0,\vec{e}^{\,e}_{-ni}]=0,$$

$$[\vec{\rho}_0,\vec{e}^{\,M}_{-ni}]=0,$$

$$[\vec{\rho}_0,\vec{z}_0\varphi_{-ni}]=0.$$

С использованием (10) и перечисленных тождеств получаем систему уравнений возбуждения в следующей математически корректной форме:

$$\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1\left\{\left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{H}}_{tm},\vec{e}^{\,e}_{-ni}\right]\vec{z}_0-jm\omega\varepsilon_0\widehat{g}\left(\dot{\vec{E}}_{tm}+\dot{\vec{E}}_{zm}\right)\vec{e}^{\,e}_{-ni}\right\}\rho d\rho d\varphi=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1\widehat{g}\vec{\delta}^{\,p}\vec{e}^{\,e}_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \qquad (11)$$

$$\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1\left\{(-1)^n\mu_{ni}^2\dot{H}_{mz}\psi_{-ni}+\left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{H}}_{tm},\vec{e}^{\,M}_{-ni}\right]\vec{z}_0-j\omega\varepsilon_0\widehat{g}\left(\dot{\vec{E}}_{tm}+\dot{\vec{E}}_{zm}\right)\vec{e}^{\,M}_{-ni}\right\}\rho d\rho d\varphi=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1\widehat{g}\vec{\delta}^{\,p}\vec{e}^{\,M}_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \qquad (12)$$

$$\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1\left\{-\dot{\vec{H}}_{tm}\vec{h}^{e}_{-ni}-j\omega\varepsilon_0\widehat{g}\left(\dot{\vec{E}}_{tm}+\dot{\vec{E}}_{zm}\right)\vec{z}_0\varphi_{-ni}\right\}\rho d\rho d\varphi=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1\widehat{g}\vec{\delta}^{\,p}\vec{z}_0\varphi_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t, \qquad (13)$$

$$\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1\left\{-\dot{E}_{zm}(-1)^n\nu_{ni}^2\varphi_{-ni}+\left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{E}}_{tm},\vec{h}^{e}_{-ni}\right]\vec{z}_0+\right.$$

$$\left.+jm\omega\mu_0\widehat{g}\left(\dot{\vec{H}}_{tm}+\dot{\vec{H}}_{zm}\right)\vec{h}^{e}_{-ni}\right\}\rho d\rho d\varphi+\int\limits_0^{2\pi}\vec{G}\left(\vec{H}_{m\varphi}+\vec{H}_{mz}\right)\vec{h}^{e}_{-ni}\Bigg|_{\rho=1}d\varphi=$$

$$=-\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^{\,pM}\vec{h}^{e}_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t\,, \tag{14}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{\left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{E}}_{tm},\vec{h}^{M}_{-ni}\right]\vec{z}_0+jm\omega\mu_0\widehat{g}\left(\dot{\vec{H}}_{tm}+\dot{\vec{H}}_{zm}\right)\vec{h}^{M}_{-ni}\rho d\rho d\varphi\right\}+$$

$$+\int_0^{2\pi}\vec{G}\left(\vec{H}_{m\varphi}+\vec{H}_{mz}\right)\vec{h}^{M}_{-ni}\Bigg|_{\rho=1}d\varphi=-\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^{\,pM}\vec{h}^{M}_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t\,, \tag{15}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{\dot{\vec{E}}_{tm}\vec{e}^{M}_{-ni}+jm\omega\mu_0\widehat{g}\left(\dot{\vec{H}}_{tm}+\dot{\vec{H}}_{zm}\right)\vec{z}_0\psi_{-ni}\right\}\rho d\rho d\varphi+$$

$$+\int_0^{2\pi}\vec{G}\left(\vec{H}_{m\varphi}+\vec{H}_{mz}\right)\vec{z}_0\psi_{-ni}\Bigg|_{\rho=1}d\varphi=-\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \widehat{g}\vec{\delta}^{\,pM}\vec{z}_0\psi_{-ni}e^{-jm\omega t}\rho d\rho d\varphi d\omega t\,. \tag{16}$$

Система уравнений возбуждения (11)-(16) отличается от системы уравнений возбуждения из [16] не только тем, что в ней учтены потери в стенках волновода, но и своей математически корректной структурой, позволившей представить полное поле, возбуждаемое в нерегулярном волноводе заданной системой источников $\vec{\delta}(t)$ и $\vec{\delta}^{M}(t)$ и включающее как динамические, так и квазистатические составляющие. Поэтому даже при игнорировании потерь в стенках $\left(\dot{W}_\sigma=0\right)$ система (11)-(16) предпочтительнее системы уравнений возбуждения (4.36)-(4.41) из [16].

Интегрирование в системе (11)-(16) приводит к следующей системе ОДУ для амплитуд $\dot{A}^{M}_{mni}$, $\dot{A}_{mni}$, $\dot{C}^{e}_{mni}$, $\dot{B}^{M}_{mni}$, $\dot{B}_{mni}$, $\dot{H}_{mni}$:

$$\frac{d\dot{\bar{B}}^{e}_{mnp}}{dz}+\dot{\bar{A}}^{e}_{mnp}jMm+\frac{jMm\left(\frac{db}{dz}\right)^2}{\nu_{np}e_{npp}}\sum_i\dot{\bar{A}}^{e}_{mni}\nu_{ni}I_{3npi}+\frac{Mmn\left(\frac{db}{dz}\right)^2}{\nu_{np}e_{npp}}\sum_i\dot{\bar{A}}^{m}_{mni}\bar{I}_{3nip}-\frac{jMmb}{\nu_{np}e_{npp}}\frac{db}{dz}\sum_i\dot{\bar{C}}_{mni}I_{2npi}=$$

$$=-\frac{M\Delta}{N_e\pi b\nu^2_{np}e_{nnp}}\sum_{j=1}^{Ne}\left(\left(\frac{\beta_{rj}}{\beta_{zj}}\nu_{np}J'_n\left(\nu_{np}\rho_j\right)-\rho_j\frac{db}{dz}\nu_{np}J'_n\left(\nu_{np}\rho_j\right)+\frac{jn}{\rho_j}J_n\left(\nu_{np}\rho_j\right)\frac{\beta_{\varphi j}}{\beta_{zj}}\right)\cdot e^{jn\varphi_j-jmT_j}\right),$$

$$\frac{d\dot{\bar{A}}^{m}_{mnp}}{dz}=-\frac{W^0_\sigma}{h_{npp}\mu^2_{np}b}\sqrt{1+\left(\frac{db}{dz}\right)^2}\left(nJ_n\left(\mu_{np}\right)\sum_i\dot{\bar{B}}^{M}_{mni}J_n\left(\mu_{ni}\right)+jJ_n\left(\mu_{np}\right)\sum_i\dot{\bar{B}}^{e}_{mni}\nu_{ni}J'_n\left(\nu_{ni}\right)\right)-$$

$$-\frac{1}{h_{npp}\mu^2_{np}b}\frac{db}{dz}\sum_i\dot{\bar{A}}^{M}_{mni}\left(n^2J_n\left(\mu_{ni}\right)J_n\left(\mu_{np}\right)-\mu_{ni}\mu^2_{np}\tilde{I}_{2nip}\right)-jmM\dot{\bar{B}}^{M}_{mni}\,,$$

$$\frac{d\dot{\bar{B}}^{M}_{mnp}}{dz}-\dot{\bar{H}}_{mni}+\dot{\bar{A}}^{m}_{mnp}jMm\left(1+\left(\frac{db}{dz}\right)^2\left(\frac{n}{\mu_{np}}\right)^2\right)+\frac{db}{dz}\frac{nmMb}{\mu^2_{np}h_{npp}}\sum_i\dot{\bar{C}}_{mni}\bar{I}_{1npi}-\left(\frac{db}{dz}\right)^2\frac{nmMb}{\mu^2_{np}h_{npp}}\sum_i\dot{\bar{A}}^{e}_{mni}\nu_{ni}\tilde{I}_{2nip}=$$

$$=-\frac{M\Delta}{N_e\pi b\mu^2_{np}h_{npp}}\sum_{j=1}^{Ne}\left(\left(\frac{\beta_{rj}}{\beta_{zj}}\frac{jn}{\rho_j}J_n\left(\mu_{np}\rho_j\right)-jn\frac{db}{dz}J_n\left(\mu_{np}\rho_j\right)-\mu_{np}J'_n\left(\mu_{np}\rho_j\right)\frac{\beta_{\varphi j}}{\beta_{zj}}\right)\cdot e^{jn\varphi_j-jmT_j}\right),$$

$$\frac{d\dot{\bar{A}}^{e}_{mnp}}{dz}=\frac{db}{dz}\frac{1}{e_{npp}\nu^2_{np}b}\sum_i\dot{\bar{A}}^{M}_{mni}jn\mu_{ni}\nu_{np}\bar{I}_{2nip}+\dot{\bar{C}}_{mnp}-jmM\dot{\bar{B}}^{e}_{mnp}-$$

$$-\frac{W^0_\sigma}{e_{npp}\nu^2_{np}b}\sqrt{1+\left(\frac{db}{dz}\right)^2}\sum_i\left(\dot{\bar{B}}^{M}_{mni}\nu_{ni}\nu_{np}J'_n\left(\nu_{ni}\right)J'_n\left(\nu_{np}\right)-\dot{\bar{B}}_{mni}jn\nu_{np}J_n\left(\mu_{ni}\right)J'_n\left(\nu_{np}\right)\right),$$

$$\frac{jn}{b^2h_{npp}}\left(\frac{db}{dz}\right)^2\sum_i\dot{\bar{A}}^{e}_{mni}\left(\nu_{ni}\bar{I}_{3npi}+\mu_{np}\bar{I}_{4npi}+2\bar{I}_{1npi}\right)+\frac{1}{b^2h_{npp}}\left(\frac{db}{dz}\right)^2\sum_i\dot{\bar{A}}^{M}_{mni}\left(\mu_{ni}\mu_{np}\tilde{I}_{3npi}+2\mu_{ni}\tilde{I}_{2nip}\right)+$$

$$+\dot{\bar{A}}^{m}_{mnp}\frac{\mu^2_{np}}{b^2}\left(\frac{n^2}{\mu^2_{np}}\left(\frac{db}{dz}\right)^2+1\right)+\frac{jn}{bh_{npp}}\frac{db}{dz}\sum_i\frac{d\dot{\bar{A}}^{e}_{mni}}{dz}\bar{I}_{1npi}+\frac{1}{bh_{npp}}\frac{db}{dz}\sum_i\frac{d\dot{\bar{A}}^{M}_{mni}}{dz}\mu_{ni}\tilde{I}_{2nip}-\frac{jn}{bh_{npp}}\frac{db}{dz}\sum_i\dot{\bar{C}}_{mni}\bar{I}_{1npi}+$$

$$+\sqrt{1+\left(\frac{db}{dz}\right)^2}\frac{W^0_\sigma}{bh_{npp}}J_n\left(\mu_{np}\right)\sum_i\dot{\bar{H}}_{mni}J_n\left(\mu_{ni}\right)+jmM\dot{\bar{H}}_{mni}=0,$$

$$\bar{\dot{B}}^{e}_{mnp}+\bar{\dot{C}}_{mnp}\frac{jMmb^2}{\nu^2_{np}}-\frac{jMmb}{\nu^2_{np}e_{npp}}\frac{db}{dz}\sum_i \bar{\dot{A}}^{e}_{mni}\nu_{ni}I_{2nip}-\frac{db}{dz}\frac{nmMb}{\nu^2_{np}e_{npp}}\sum_i \bar{\dot{A}}^{M}_{mni}\bar{I}_{1nip}=$$

$$=-\frac{M\Delta}{N_e\pi\nu^2_{np}e_{nnp}}\sum_{j=1}^{Ne}J_n\left(\nu_{np}\rho_j\right)\cdot e^{jn\varphi_j-jmT_j},$$

$$\bar{\dot{A}}^{M}_{mni}=\dot{A}^{M}_{mni}\frac{\eta_0}{c^2},\ \bar{\dot{A}}_{mni}=\dot{A}_{mni}\frac{\eta_0}{c^2},\ \bar{\dot{C}}_{mni}=\dot{C}_{mni}\frac{\eta_0 W_0}{c\ \omega_0},$$

$$\bar{\dot{B}}^{M}_{mni}=\dot{B}^{M}_{mni}\frac{\eta_0 W_0}{c^2},\ \bar{\dot{B}}_{mni}=\dot{B}_{mni}\frac{\eta_0 W_0}{c^2},\ \bar{\dot{H}}_{mni}=\dot{H}_{mni}\frac{\eta_0 W_0}{c\ \omega_0},$$

$$\bar{\dot{\vec{E}}}=\dot{\vec{E}}\frac{\eta_0}{\omega_0 c},\bar{\dot{\vec{H}}}=\dot{\vec{H}}\frac{\eta_0 W^0}{\omega_0 c},\ \beta=\frac{v}{c},\ R_i=\sqrt{1-\beta^2},$$

$$W^0_\sigma=\left(1+j\right)\sqrt{\frac{\pi f\mu_\sigma}{\sigma}},\ M=\frac{\omega}{\omega_0},\ \Delta=I_0\eta_0\mu_0\Big/c=0{,}73723\cdot 10^{-3}I_0\left[\mathrm{A}\right],$$

где W^0_σ — импеданс стенки волновода, μ_σ — магнитная проводимость, σ — проводимость,

$$e_{npp}=\frac{1}{2}J^2_{n-1}\left(\nu_{np}\right),h_{npp}=\frac{1}{2}J^2_n\left(\mu_{np}\right)\left(1-\frac{n^2}{\mu^2_{np}}\right),$$

$$I_{2npi}=\begin{cases}-\dfrac{\nu_{ni}J_{n-1}\left(\nu_{ni}\right)J_{n-1}\left(\nu_{np}\right)}{\nu^2_{ni}-\nu^2_{np}},\ i\neq p,\\[2ex] \dfrac{1}{2\nu_{np}}J^2_{n-1}\left(\nu_{np}\right),\ i=p,\end{cases}$$

$$I_{3npi}=\begin{cases}-2\dfrac{\nu^2_{ni}+\nu^2_{np}}{\nu^2_{ni}-\nu^2_{np}}J_{n-1}\left(\nu_{ni}\right)J_{n-1}\left(\nu_{np}\right),\ i\neq p,\\[2ex] J^2_{n-1}\left(\nu_{np}\right)\left(\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{\nu^2_{np}}\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{n^2}{6}\right)\right),\ i=p,\end{cases}$$

$$\bar{I}_{1npi}=\frac{\nu_{ni}}{\mu^2_{np}-\nu^2_{ni}}J_n\left(\mu_{np}\right)J_{n-1}\left(\nu_{ni}\right),$$

$$\bar{I}_{2npi}=\frac{\mu_{np}}{\mu^2_{np}-\nu^2_{ni}}J_n\left(\mu_{np}\right)J_{n-1}\left(\nu_{ni}\right),$$

$$\bar{I}_{3npi}=\frac{2\nu^2_{ni}+n\left(\mu^2_{np}-\nu^2_{ni}\right)}{\left(\mu^2_{np}-\nu^2_{ni}\right)^2}J_n\left(\mu_{np}\right)J_{n-1}\left(\nu_{ni}\right),$$

$$\bar{I}_{4npi}=-\frac{2\nu_{ni}\mu_{np}}{\left(\mu^2_{np}-\nu^2_{ni}\right)^2}J_n\left(\mu_{np}\right)J_{n-1}\left(\nu_{ni}\right),$$

$$\tilde{I}_{2npi}=\begin{cases}\dfrac{1}{\mu_{np}}\dfrac{n^2-\mu^2_{np}}{\mu^2_{ni}-\mu^2_{np}}J_n\left(\mu_{ni}\right),\ i\neq p,\\[2ex] \dfrac{n^2}{2\mu^3_{np}}J^2_n\left(\mu_{np}\right),\ i=p,\end{cases}$$

$$\tilde{I}_{3npi}=\begin{cases}\dfrac{2-\dfrac{n^2}{\mu^2_{ni}}-\dfrac{n^2}{\mu^2_{np}}}{\mu^2_{ni}-\mu^2_{np}}2\mu_{ni}\mu_{np}J_n\left(\mu_{ni}\right)J_n\left(\mu_{np}\right),\ i\neq p,\\[2ex] \left(\left(\dfrac{n^2}{\mu^2_{np}}-2-\dfrac{4}{\mu^2_{np}}\right)\dfrac{n^2}{\mu^2_{np}}+1\right)\dfrac{J^2_n\left(\mu_{np}\right)}{6},\ i=p.\end{cases}$$

Преобразования, выполненные здесь в отношении уравнений возбуждения нерегулярного полого волновода, легко осуществимы и для случая нерегулярного коаксиального волновода и нерегулярного волновода с прямоугольным сечением. Схема таких преобразований идентична приведенной выше.

Список литературы

1. *Никольский, В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. М.: Наука, 1989. 460 с.
2. *Никольский, В. В.* Декомпозиционный подход к задачам электроди-намики / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. М.: Наука, 1983. 304 с.
3. *Вайнштейн, Л. А.* Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
4. *Вольман, В. И.* Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. М.: Связь, 1971. 486 с.
5. *Князь, А. И.* Электродинамика информационных систем / А. И. Князь. М.: Радио и связь, 1994. 392 с.
6. *Кураев, А. А.* Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Синицын. Минск: Бестпринт, 2004. 357 с.
7. *Альтман, Дж.* Устройства СВЧ / Дж. Альтман. М.: Мир, 1968. 487 с.
8. *Харвей, А.* Техника сверхвысоких частот. В 2 т. / А. Харвей. М.: Советское радио, 1965. Т. I, II. 870 с.
9. *Тараненко, З. И.* Замедляющие системы / З. И. Тараненко, Я. К. Тро-хименко. Киев: КПИ, 1965. 307 с.
10. *Нефедов, Е. И.* Электродинамика периодических структур / Е. И. Нефедов, А. Н. Сивов. М.: Наука, 1977. 209 с.
11. *Илларионов, Ю. А.* Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов / Ю. А. Илларионов, С. Б. Раевский, В. Я. Сморгонский. М.: Со-ветское радио, 1980. 200 с.
12. *Ильинский, А. С.* Колебания и волны в электродинамических системах с потерями / А. С. Ильинский, Г. Я. Слепян. М.: Изд. МГУ, 1983. 232 с.
13. Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот. Том I. Стационарные процессы / Под редакцией А. А. Кураева и Д. И. Трубецкова. М.: Физматлит, 2009. 288 с.
14. *Кураев, А. А.* Возбуждение произвольно-нерегулярных волноводов с круглым сечением / А. А. Кураев. Известия АН БССР. Сер. ФТН. 1979. 121–127 с.
15. *Кураев, А. А.* Теория и оптимизация электронных приборов СВЧ / А. А. Кураев. Минск: Наука и техника, 1979. 334 с.
16. *Кураев, А. А.* Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров / А. А. Кураев. М.: Радио и связь, 1986. 208 с.
17. *Кравченко В. Ф., Кураев А. А., Пустовойт В. И., Синицын А. К.* Черенковские релятивистские генераторы на симметричных Е-волнах гофрированного волновода // Доклады РАН, 2005, т. 404. № 4, С. 485–492.
18. *Кравченко В. Ф., Кураев А. А., Пустовойт В. И., Синицын А. К.* Нерегулярные волноводы в электронике СВЧ // ЭВ и ЭС. 2005. Т. 10. № 8. С. 51–58.
19. *Кравченко В. Ф., Кураев А. А., Пустовойт В. И., Синицын А. К.* Нелинейная теория релятивистских черенковских генераторов на нерегулярных волноводах с учетом конечной проводимости стенок // Доклады РАН. 2007. Т. 412. № 6. С. 759–763.
20. *Никольский, В. В.* Вариационные методы для внутренних задач электродинамики / В. В. Никольский М.: Наука, 1967. 460 с.
21. *Цимринг, Ш. Е.* Вариационный метод расчета волноводов с периодическими неоднородностями / Ш. Е. Цимринг // Радиотехника и электроника: Часть I. 1957. Т. 2. № 1. С. 3–15; Часть II. 1957. Т. 2. № 8. С. 969–988.
22. *Каценеленбаум, Б. З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами / Б. З. Каценеленбаум. М. АН СССР, 1961. 216 с.
23. *Малин, В. В.* К вопросу о полосах непропускания в периодических волноводах / В. В. Малин // Радиотехника и электроника. 1962. Т. 7. № 8. С. 1349–1354.
24. *Стрэттон, Дж. А.* Теория электромагнетизма / Дж. А. Стрэттон. М.: ОГИЗ, 1948. 539 с.
25. *Свешников, А. Г.* Нерегулярные волноводы / А. Г. Свешников // Изв. Вузов СССР. Радиофизика. 1959. Т. 2. № 5. С. 720–723.
26. *Кураев, А. А.* Устойчивые методы расчета нерегулярных волноводов / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. О. Рак // Техника и приборы СВЧ. 2010. № 1. С. 19–25.
27. *Батура, М. П.* Сходящиеся численные методы решения граничных задач в расчетах и оптимизации устройств СВЧ на нерегулярных волноводах / М. П. Батура, А. А. Кураев, Т. Л. Попкова // Доклады БГУИР. 2010. № 8 (54) С. 61–70.
28. *Kurayev, A.A., Matveyenko, V.V., and Popkova, T.L.* Algorithms with Stabilizing Coefficients for Solving Poorly Determined Radiophysics Problems // Journal of Radiophysics and Electronics, Kharkov 2016. Vol. 7(21). No. 3. P. 5–10.
29. *Ерофеенко В. Т., Козловская И. С.* Математические модели в электродинамике: Курс лекций. Минск, БГУ, 2008, 167 с.

Поступила 27 июня 2022 г.

EXCITATION EQUATIONS FOR IRREGULAR WAVEGUIDES TAKING INTO ACCOUNT THE FINITE WALL CONDUCTIVITY AND THEIR APPLICATION FOR ULTRAHIGH-POWER MICROWAVE PROBLEMS. PART 1

V. F. KRAVCHENKO, A.A. KURAYEV, AND V.V. MATVEYENKO

doi: 10.25210/jfop-2202-091099 | **edn:** DZSVDT

The article formulates equations for the longitudinally irregular waveguide excitation by three-dimensionally phased electron flows taking into account the finite wall conductivity. A.G. Sveshnikov's method based on using non-orthogonal coordinates for Maxwell's equations takes to formulate the excitation equations which makes it possible to transpose the irregular boundary of the electrodynamic structure to a regular one. Then the Galerkin's projection method realizes for the transformed regular domain with advance the known complete system of vector basis functions. A special approach allows to solve the difficulty arising due to the boundary conditions for the vector basis functions and the solution on the waveguide surface in the case of finite conductivity. As a result, the original three-dimensional boundary value problem is derived to a one-dimensional (two-point) boundary value problem for the amplitudes of normal coupled waves of the electrodynamic structure. This problem formulates an ordinary differential equation system (ODE) with boundary conditions of the third kind on the first and final sections of the waveguide part. The excitation equations, together with the equations of electron motion, form a self-consistent mathematical model for calculating and optimizing high-power electronic devices using irregular waveguides - relativistic TWTs, BWTs, and klynotrons, gyro-TWTs, gyro-BWTs, gyrotons.