



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-21-1-19-25>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 612.21:510.589

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОБЪЕМНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЫХАНИЯ

И. И. РЕВИНСКАЯ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 15.11.2022

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2023
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2023

Аннотация. Разработана математическая модель биомеханики дыхания человека. Для верификации этой модели предлагается использовать фотооптический метод регистрации биомеханики грудной клетки и живота совместно со спирометрией. Проведены экспериментальные исследования среди десяти мужчин 20–22 лет. Индекс массы тела испытуемых варьировался от 19,3 до 21,5 кг/м², рост – от 169 до 182 см, вес – от 55 до 70 кг. Корреляционно-регрессионный анализ результатов показал сильную взаимосвязь биомеханических движений грудной и брюшной стенок и изменений диаметров воздухоносных путей во время непрерывного процесса дыхания (коэффициент корреляции $r = 0,89$, уровень значимости $p \leq 0,05$). Предложенная математическая модель может быть использована при косвенной оценке объема лёгких.

Ключевые слова: математическая модель, биомеханика, дыхание, дыхательные пути, спирометрия, видеорегистратор, объем лёгких.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Благодарность. Научная работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований и Министерства образования Республики Беларусь в рамках научных проектов Т22МВ-017 «Методы и средства транскутанного мониторинга объемных и скоростных показателей дыхания» и ГБЦ № 22-3163М «Транскутанные методы и средства регистрации параметров дыхания» (§ 57.99.00).

Для цитирования. Ревинская, И. И. Математическая модель для оценки объемных параметров дыхания / И. И. Ревинская // Доклады БГУИР. 2023. Т. 21, № 1. С. 19–25. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-21-1-19-25>.

MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATION OF VOLUME RESPIRATORY PARAMETERS

INA I. REVINSKAYA

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 15.11.2022

Abstract. A mathematical model of the biomechanics of human respiration has been developed. To verify the proposed mathematical model, it is suggested to use a photo-optical method for recording the biomechanics of the chest and abdomen together with spirometry. Pilot studies were carried out among 10 men aged 20–22. The body mass index of the subjects ranged from 19.3 to 21.5 kg/m², height – from 169 to 182 cm, weight – from 55 to 70 kg. Correlation-regression analysis of the results showed a strong relationship between biomechanical movements

of the chest and abdominal walls and changes in the diameters of the airways during continuous breathing (correlation coefficient $r = 0.89$, statistically significant test result $p \leq 0.05$). The proposed mathematical model can be used for indirect estimation of lung volume.

Keywords: mathematical model, biomechanics, respiration, respiratory tract, spirometry, videocamera, lungs volume.

Conflict of interests. The author declares no conflict of interests.

Gratitude. The scientific work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research and Ministry of Education of the Republic of Belarus (projects T22MB-017 “Methods and means of transcutaneous monitoring of volumetric and velocity parameters of respiration” and No 22-3163M “Transcutaneous methods and means of recording respiratory parameters” (§ 57.99.00)).

For citation. Revinskaya I. I. (2023) Mathematical Model for Estimation of Volume Respiratory Parameters. *Doklady BGUIR*. 21 (1), 19–25. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-21-1-19-25> (in Russian).

Введение

Биомеханические движения грудной и брюшной стенок во время дыхания тесно связаны с объемами вдыхаемого/выдыхаемого воздуха [1]. В дыхательных движениях участвуют три анатомо-функциональных образования:

- 1) дыхательные (воздухоносные) пути, которые по своим свойствам являются слегка растяжимыми, сжимаемыми и создают поток воздуха;
- 2) лёгочная ткань, в состав которой входят эластичные волокна;
- 3) грудная клетка, состоящая из пассивно-хрящевой основы, которая объединена соединительными связками и дыхательными мышцами [2, 3].

Биомеханика дыхания обусловлена работой дыхательных мышц и диафрагмы. На вдохе объем грудной клетки и находящиеся в ней лёгкие увеличиваются; при этом давление в лёгких понижается, и воздух через воздухоносные пути входит в лёгочные альвеолы. Во время вдоха дыхательные мышцы человека преодолевают ряд сил:

- 1) тяжесть приподнимаемых сверху рёбер;
- 2) эластическое сопротивление рёберных хрящей;
- 3) сопротивление стенок живота и брюшных внутренностей, отдавливаемых книзу опускающимся куполом диафрагмы.

Выдох осуществляется пассивно: дыхательные мышцы расслабляются, под влиянием указанных сил рёбра опускаются, и купол диафрагмы приподнимается. Объем грудной клетки вследствие этого уменьшается. Мышцы живота сокращаются и оттесняют органы брюшной полости и купол диафрагмы вверх. При выдохе объем грудной клетки, а, следовательно, и лёгких уменьшается, давление в альвеолах повышается и воздух выходит из лёгких наружу.

Современные методы записи биомеханики дыхания используются для косвенной оценки объема вдыхаемого и выдыхаемого воздуха. Запись движений грудной клетки и живота может осуществляться с помощью датчиков деформации (резистивных, емкостных, индуктивных, оптических, тензометрических) [4, 5], датчиков импеданса [6] и ускорения [4, 7]. Однако при использовании косвенных методов необходимо решать различные проблемы: соскальзывание датчика, неплотный контакт с кожей, чувствительность к движению (ходьба, бег) и т. д. Кроме этого, для каждого метода необходима калибровочная модель, которая будет описывать взаимосвязь измеряемой величины датчиков (например, значение перемещения, импеданса, сопротивления и т. д.) и соответствующие им объемные параметры дыхания. При изучении косвенных методов следует использовать стандартные методы измерения объема дыхания (спирометрию).

В статье рассмотрена математическая модель биомеханики дыхания, описывающая взаимосвязь биомеханических движений грудной и брюшной стенок с изменениями диаметров воздухоносных путей во время непрерывного процесса дыхания. Модель может быть использована при оценке объема лёгких (жизненной емкости лёгких, дыхательного объема) фотооптическим методом записи биомеханики грудной и брюшной стенок.

Математическая модель биомеханики дыхания

Согласно исследованиям морфометрии лёгких человека Вейбеля, воздухоносные пути лёгких человека могут быть рассмотрены как ряд ответвляющихся трубок [8]. Начиная с трахеи – родительской ветви, увеличивается число воздухоносных путей по типу дихотомии. Различают два типа

дихотомии: правильную и неправильную. При правильной дихотомии две конъюгаты (дочерние ветви) имеют одинаковые размеры и ответвляются под равными углами. При неправильной дихотомии длина и диаметр двух конъюгат не одинаковы по размеру, а также различны углы ответвления. Предлагаемая модель учитывает разветвление воздухоносных путей по правильной дихотомии.

Вся система рассматривается как ряд разветвляющихся поколений, порядок которых обозначается как i . Трахея соответствует поколению $i = 0$, два бронха – поколению $i = 1$ и т. д. При этом число ветвей $n(i)$ в поколении i составит

$$n(i) = 2^i. \quad (1)$$

Воздухоносные пути модели лёгких разветвляются на 23 поколения. Кондуктивная зона включает в себя поколения с 0 по 16-е, поколения 17–19 – это транзиторная зона (дыхательные бронхиолы), поколения 20–23 (альвеолярные ходы и мешочки) – респираторная зона.

Для оценки биомеханики грудной клетки и живота во время дыхания предлагается математическая модель, учитывающая при увеличении и уменьшении объема лёгких соответствующие изменения диаметров воздухоносных путей. Элемент воздухоносного пути приблизительно имеет форму полого цилиндра со скошенными концами в виде клина. Диаметр D_i и длина L_i отдельно взятого цилиндрического элемента определяются парой эмпирических уравнений, полученных по результатам морфометрического исследования тканей лёгкого по Вейбелю [8]:

$$D_i = \begin{cases} D_0 e^{-0,388i}, & \text{если } i \leq 3 \quad D_0 = 1,8 \text{ см;} \\ D'_0 e^{(0,2929-0,00624i)i}, & \text{если } i > 3 \quad D'_0 = 1,3 \text{ см;} \end{cases} \quad (2)$$

$$L_i = \begin{cases} L_0 e^{-0,92i}, & \text{если } i \leq 3 \quad L_0 = 12 \text{ см;} \\ L'_0 e^{-0,17i}, & \text{если } i > 3 \quad L'_0 = 2,5 \text{ см.} \end{cases} \quad (3)$$

Объем воздуха, заключенный в единичном цилиндрическом элементе, и общий объем воздухоносных путей в каждом поколении запишутся в виде:

$$V = \frac{\pi D_i^2 L_i}{4}; \quad (4)$$

$$V_i = \frac{2^i \pi D_i^2 L_i}{4}, \quad (5)$$

где i – номер поколения.

Примем, что в процессе дыхания длины воздухоносных путей в каждом поколении изменяются незначительно, то есть это неизменные величины ($L_i = \text{const}$). Полный объем воздуха в лёгких рассчитывали как суммарный объем всех поколений

$$V_\Sigma = \sum_{k=0}^i V_k.$$

Вклад k_V каждого поколения в общий объем

$$k_V = \frac{V_i}{V_\Sigma}. \quad (6)$$

С учетом (7) выразим диаметр $d_i(x)$ воздухоносных путей в каждом поколении, изменяющийся в процессе дыхания, подставив в конечную формулу объем V_i из (8)

$$d_i(x) = \sqrt{\frac{4V_i}{\pi L_i 2^i}} = \sqrt{\frac{4k_V V_\Sigma}{\pi L_i 2^i}}. \quad (7)$$

Суммарный диаметр воздухоносных путей

$$d_\Sigma(x) = \sum_{k=0}^i d_k(x). \quad (8)$$

Методика проведения эксперимента

Для исследования биомеханических движений грудной и брюшной стенок во время дыхания одновременно использовали фотооптический метод исследования и спирометрию. Спирометрия – эталонный метод измерения объема вдыхаемого и выдыхаемого воздуха. Снятые видеофайлы разделяли на видеофрагменты, по которым рассчитывали отклонения Δx_i стенок грудной клетки и живота. Структурная схема измерений представлена на рис. 1 (видеокамера – для записи движений грудной клетки и живота).

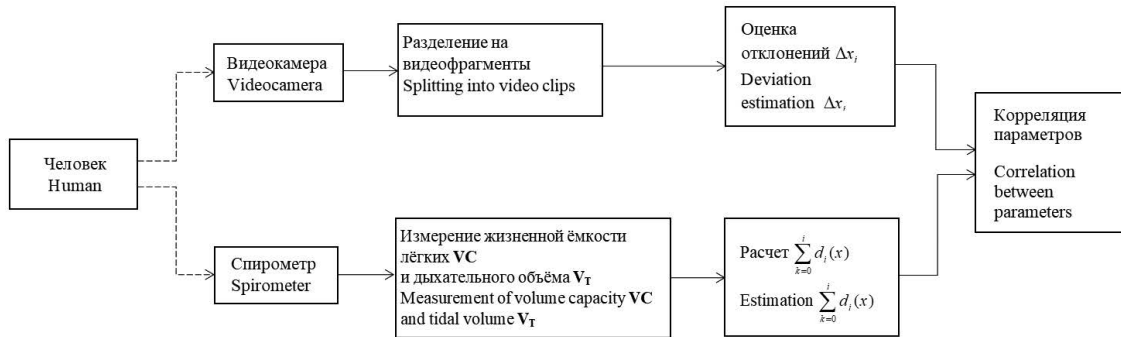


Рис. 1. Структурная схема исследований для верификации математической модели
Fig. 1. Structural diagram of research for verification of a mathematical model

Методика исследований включала несколько этапов.

1. Сбор информации о пациенте (возраст, рост, вес, наличие заболеваний дыхательной системы и т. п.).
2. Установка маркеров (меток) на теле человека. Первая метка крепилась на средней точке относительно линии подмышек и сосков; вторая – на уровне солнечного сплетения; третья – на уровне живота (тали). Метки помогают правильно определить места, на уровне которых рассчитывались значения отклонений габаритных размеров грудной клетки и живота.
3. Испытуемого перед измерениями необходимо правильно усадить. Руки не должны закрывать обзор крайних точек спины и грудной клетки (либо живота).
4. Установка видеокамеры и калибровочной доски. Высота установки видеокамеры и доски может регулироваться в зависимости от роста испытуемого. Видеокамера должна размещаться параллельно плоскости измерения.
5. Настройка спирометра. Ввод данных о пациенте.
6. Запуск видеокамеры и выполнение спирометрических тестов.

Отклонения Δx_i стенок грудной клетки и живота определялись по шести уровням: A – на уровне подмышечной впадины; B – как средняя точка между A и C ; C – на 2 см ниже соска; D – на уровне солнечного сплетения (диафрагмы); E – средняя точка между D и F ; F – на уровне максимального отклонения живота во время дыхания. На уровнях A, B, C определяли параметры грудного дыхания, на D, E, F – параметры брюшного дыхания. Величину Δx_i находили как отклонение от минимальной разницы координат крайних точек спины и грудной клетки (или живота), индекс i – количество измерений.

Для оценки взаимосвязи отклонений размеров грудной клетки и живота и суммарного диаметра воздухоносных путей определяли коэффициент линейной корреляции Пирсона [9]

$$r = \frac{\sum (d_{\Sigma}(x) - \bar{d}_{\Sigma}(x))(\Delta x_i - \Delta \bar{x}_i)}{\sqrt{\sum (d_{\Sigma}(x) - \bar{d}_{\Sigma}(x))^2 \sum (\Delta x_i - \Delta \bar{x}_i)^2}}, \quad (11)$$

где $(d_{\Sigma}(x) - \bar{d}_{\Sigma}(x))$, $(\Delta x_i - \Delta \bar{x}_i)$ – отклонения значений величин $d_{\Sigma}(x)$ и Δx_i от их средних значений $\bar{d}_{\Sigma}(x)$ и $\Delta \bar{x}_i$.

С целью доказательства достоверности корреляции r вычисляли стандартную ошибку коэффициента корреляции

$$m_r = \sqrt{(1 - r^2) / (N_i - 2)}, \quad (12)$$

где N_i – число сопряженных пар в сравниваемых выборках.

Критерий Стьюдента для коэффициента корреляции $t_r = r/m_r$. Значение коэффициента корреляции с учетом уровня значимости запишется в виде $r_{0,95(0,99)} \pm m_r$.

Результаты исследований и их обсуждение

В исследованиях принимали участие 10 мужчин в возрасте 20–22 лет, индекс массы тела (ИМТ) испытуемых варьировался от 19,3 до 21,5 кг/м², рост – от 169 до 182 см, вес – от 55 до 70 кг. В процессе экспериментов выполняли стандартные спирометрические тесты по методическим рекомендациям Министерства здравоохранения Республики Беларусь [10]. Испытуемый делал несколько спокойных вдохов и выдохов, затем по команде делал глубокий вдох и спокойный полный выдох. Спирометр при этом измерял жизненную ёмкость лёгких (ЖЁЛ, или V_C) и дыхательный объём (ДО, или V_T). Полученные экспериментально значения емкости лёгких использовали для расчета суммарных диаметров воздухоносных путей по формуле (10).

Для установления тесноты связи между отклонениями размеров грудной клетки и живота Δx_i и суммарным диаметром воздухоносных путей d_Σ проводили корреляционный анализ и рассчитывали коэффициенты корреляций с учетом стандартной ошибки. На рис. 2, *a–d* представлены графики рассеяния между отклонениями размеров грудной клетки и живота Δx_i и соответствующими им суммарными диаметрами воздухоносных путей d_Σ .

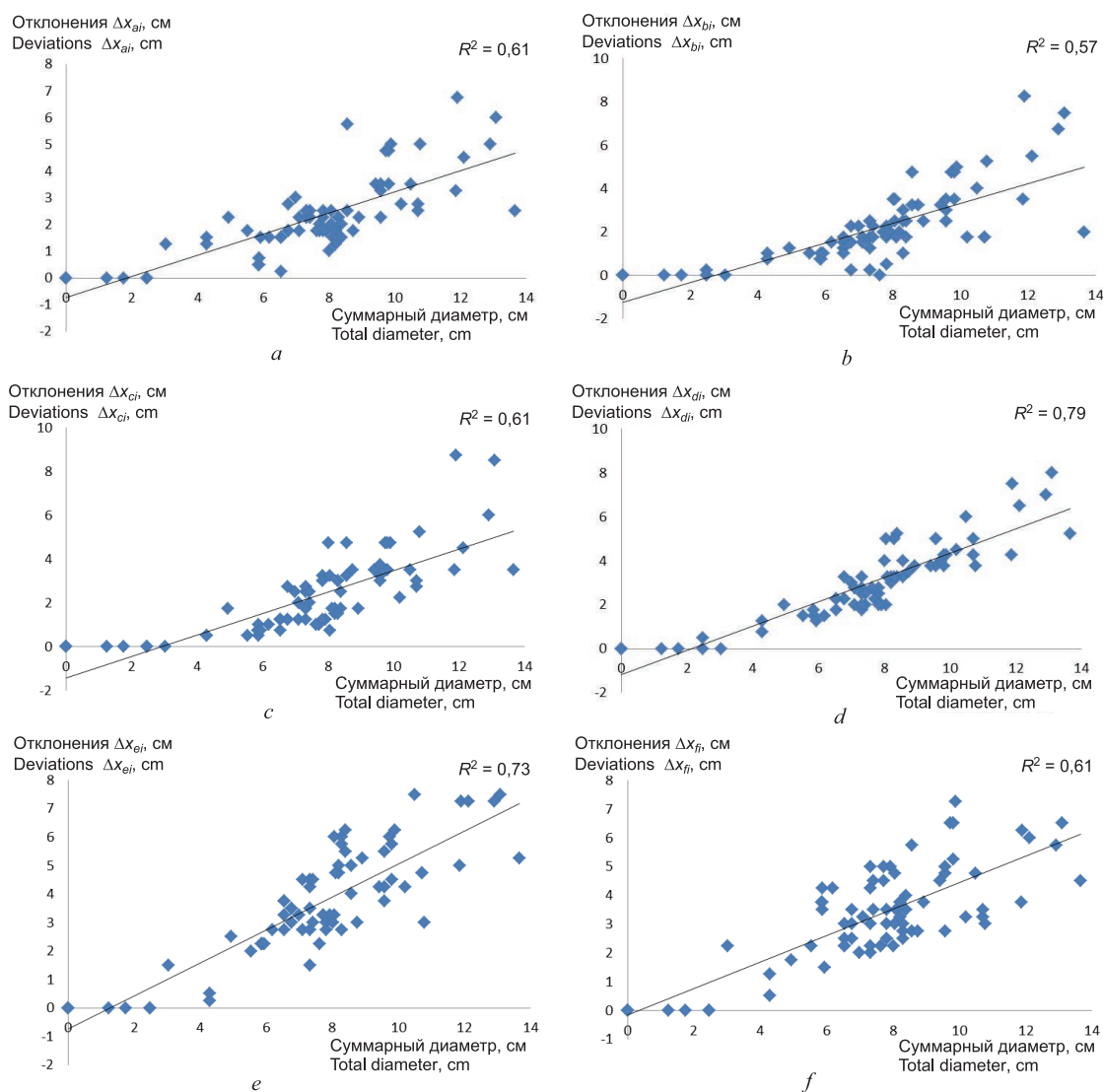


Рис. 2. Отклонения размеров грудной клетки и живота Δx_i и соответствующие им суммарные диаметры воздухоносных путей d_Σ :

a – на уровне подмышечной впадины; *b*, *e* – средняя точка между *A*, *C* и *D*, *F*; *c* – на 2 см ниже соска; *d*, *f* – на уровне солнечного сплетения (диафрагмы) и максимального отклонения живота во время дыхания

Fig. 2. Values of deviations of the chest and abdomen Δx_i and their corresponding total airway diameters d_Σ :

a – at the level of the armpit; *b*, *e* – midpoint between points *A*, *C* and *D*, *F*; *c* – 2 cm below the nipple; *d*, *f* – at the level of the solar plexus (diaphragm) and of the maximum deflection of the abdomen during breathing

В зависимости от уровня, с которого оценивались отклонения размеров грудной клетки и живота, значения коэффициента корреляции варьировались от $0,76 \pm 0,08$ (наименьшее – для точки *B*) до $0,89 \pm 0,05$ (наибольшее – для *D*), уровень значимости $p \leq 0,05$, что подтверждает взаимосвязь между предложенной математической моделью и экспериментальными данными.

Выводы

Предложена математическая модель биомеханики дыхания, описывающая взаимосвязь биомеханических движений грудной и брюшной стенок с изменениями диаметров воздухоносных путей во время непрерывного процесса дыхания. Для верификации данной модели проведены экспериментальные исследования. По результатам корреляционного анализа коэффициент корреляции с учетом стандартной ошибки составил $0,89 \pm 0,05$ (наибольшее значение – для точки *D*), уровень значимости $p \leq 0,05$. Математическая модель может быть использована при разработке и применении косвенных методов оценки объема лёгких, основанных на записи биомеханики дыхания.

Список литературы

1. Дубровский, В. И. Биомеханика / В. И. Дубровский, В. Н. Федорова. М.: Владос-Пресс, 2003.
2. Давыдченко, С. В. Исследование вентиляционной функции легких в клинической практике / С. В. Давыдченко, А. А. Бова. Минск: Белор. госуд. медицин. ун-т, 2007.
3. Штаненко, Н. И. Респираторная система / Н. И. Штаненко, И. В. Буйневич, А. И. Киеня; под ред. Н. И. Штаненко, И. В. Буйневич. Гомель: Гомельский госуд. медицин. ун-т, 2015.
4. Contact-based Methods for Measuring Respiratory Rate / С. Massaroni [et al.] // *Sensors*. 2019. Vol. 19, Iss. 4. 47 p. <https://doi.org/10.3390/s19040908>.
5. Respiration Rate and Volume Measurements Using Wearable Strain Sensors / М. Chu [et al.] // *Digital Med*. 2019. No 8. 9 p. <https://doi.org/10.1038/s41746-019-0083-3>.
6. Chest Movement and Respiratory Volume Both Contribute to Thoracic Bioimpedance During Loaded Breathing / D. Blanco-Almazán [et al.] // *Scientifk Reports*. 2019. No 9:20232. 11 p. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-56588-4>.
7. Yüzer, A. H. A Novel Wearable Real-time Sleep Apnea Detection System Based on the Acceleration Sensor / A. H. Yüzer, H. Sümbül, K. Polat // *IRBM*. 2020. Vol. 41, No 1. P. 39–47. doi: 10.1016/j.irbm.2019.10.007.
8. Вейбель, Э. Р. Морфометрия лёгких человека; пер. с англ. / Э. Р. Вейбель М.: Медицина, 1970. 176 с.
9. Чертко, Н. К. Математические методы в географии / Н. К. Чертко, А. А. Карпиченко. Минск: Белор. госуд. ун-т, 2009. 199 с.
10. Организация работы по исследованию функционального состояния легких методами спирографии и пневмотахографии и применение этих методов в клинической практике / О. И. Турина [и др.]. Минск, 2002. 81 с.

References

1. Dubrovsky V. I., Fedorova V. N. (2003) *Biomechanics*. Moscow, Vlados-Press Publ. (in Russian).
2. Davydchenko S. V., Bova A. A. (2007) *The Study of the Ventilation Function of the Lungs in Clinical Practice*. Minsk, Belarusian State Medical University Publ. (in Russian).
3. Shtanenko N. I., Byinevich I. V. (2015) *Respiratory System*. Gomel, Gomel State Medical University Publ. (in Russian).
4. Massaroni C., Nicolò A., Lo Presti D., Sacchetti M., Silvestri S., Schena E. (2019) Contact-based Methods for Measuring Respiratory Rate. *Sensors*. 19 (4), 47. <https://doi.org/10.3390/s19040908>.
5. Chu M., Nguyen T., Pandey V. et al. (2019) Respiration Rate and Volume Measurements Using Wearable Strain Sensors. *Digital Med*. (8), 9. <https://doi.org/10.1038/s41746-019-0083-3>.
6. Blanco-Almazán D., Groenendaal W., Catthoor F., Jané R. (2019) Chest Movement and Respiratory Volume Both Contribute to Thoracic Bioimpedance During Loaded Breathing. *Scientifk Reports*. (9:20232), 11. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-56588-4>.
7. Yüzer A. H., Sümbül H., Polat K. (2020) A Novel Wearable Real-time Sleep Apnea Detection System Based on the Acceleration Sensor. *IRBM*. 41 (1), 39–47. doi: 10.1016/j.irbm.2019.10.007.
8. Weibel E. R. (1970) *Morphometry of Human Lungs*. Moscow, Medicina Publ. (in Russian).

9. Chertko N. K. (2009) *Mathematical Methods in Geography*. Minsk, Belarusian State University (in Russian).
10. Turina O. I., Lapteva I. M., Kalechits O. M., Manichev I. A., Shcherbitsky V. G. (2002) *Organization of Work on the Study of the Functional State of the Lungs Using Spirography and Pneumotachography and the Use of These Methods in Clinical Practice*. Minsk, 81 (in Russian).

Сведения об авторе

Ревинская И. И., аспирант кафедры электронной техники и технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-84-14
E-mail: inna_revinskaya@bsuir.by
Ревинская Инна Ивановна

Information about the author

Revinskaya I. I., Postgraduate at the Department of Electronic Technology and Engineering of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-84-14
E-mail: inna_revinskaya@bsuir.by
Revinskaya Ina Ivanovna