УДК 004.021:004.75

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПУТИ В ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЯЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

В.П. Корячко
Заведующий кафедрой систем автоматизированного проектирования вычислительных средств, доктор технических наук, профессор
koryachko.v.p@rsreu.ru

А.В. Бакулев
Доцент кафедры систем автоматизированного проектирования вычислительных средств, кандидат технических наук, доцент
alex.bakulev@gmail.com

М.А. Бакулева
Доцент кафедры систем автоматизированного проектирования вычислительных средств, кандидат технических наук, доцент
marina.bakuleva@gmail.com

В.П. Корячко

Заслуженный деятель науки и техники РФ. Автор более 470 научных и учебно-методических работ, в том числе шести учебников и четырех монографий. Область научных интересов: системы автоматизированного проектирования , интеллектуальные системы, мягкие вычисления.

А.В. Бакулев

Доцент кафедры САПР ВС РГРТУ имени В.Ф. Уткина. Автор более 100 научных и учебно-методических работ. Область научных интересов: структуры и алгоритмы данных, лингвистическое обеспечение система автоматизированного проектирования, конретная математика, структурное программирование.

М.А. Бакулева

Доцент кафедры САПР ВС РГРТУ имени В.Ф. Уткина, автор более 70 научных и учебно-методических работ. Область научных интересов: системы искусственного интеллекта, нечеткая логика, машинное обучение.

Аннотация. В работе представлен алгоритм нахождения оптимального пути, с функционалом адаптивного решения задачи оптимизации при условии постоянно меняющихся внешних факторов. Управляющие параметры (факторы) могут иметь различную семантику и соответсвующие метрики, качестве примера выбраны наиболее распространённые – время в пути и пропускная способность транспортной сети. В качестве математической модели, позволяющей адекватно отразить многогранности внешних факторов, используется тензорная модель. В качестве базового алгоритма оптимизации предлагается распространённый алгоритм Флойда – Уоршелла. Данный алгоритм модифицирован в соответствии с поставленными задачами исследования.

Ключевые слова: транспортная сеть, пропускная способность, тензорная модель, модели загрузки транспортной сеть, графы, алгоритмы на графах, кратчайший путь, алгоритм Флойда - Уоршелла.

Введение.

Транспортная инфраструктура – важнейших из элементов жизни городской среды, регионов и стран. В последнее время отмечается ускоряющиеся темпы роста количества личного и общественного транспорта, что приводит к таким проблемам как замедление трафика передвижений, нарушению целостности дорожного полотна, увеличению количества аварий на дорогах и проч. Очевидно, что научные методы решения задачи оптимизации трафика могут быть реализованы только за счет разработки методов и алгоритмов эффективной навигации транспортных средств. С точки зрения математической постановки задачи необходимо разработать модель, позволяющую учитывать выриативность упарвляющих факторов, их многомерность и динамику.

В данной работе приводится математическая модель отвечающая многомерной парадигме: это тензорное представление многомерной структуры, интегрирующая матричный способ моделтрования транспортных сетей и многомерность управляющих параметров.

Научная новизна представленного исследования заключается в обеспечении возможности учета характеристик транспортной сети, сложно формализуемого вероятностного характера. В матрице смежности транспортной сети веса рёбер представляют собой массив характеристик транспортной сети. Таким образом, задача исследования – это нахождение такого пути между двумя вершинами ориентированного графа, который учитывает критерий минимальности в интегрированном массиве веса каждой дуги.

В качестве данных подобных массивов могут выступать средние скорости движения, задержки, объёмы транспортировки грузов и т.д., то есть те величины, которые необходимо оптимизировать и которые обладают свойством аддитивности [1].

В качестве математической модели для транспортной сети обычно выбирается орграф G (X,V), где X - множество вершин, V - множество дуг сети. Дуги ориентированного графа соответствуют дорогам, соединяющим перекрёстки, станции и т. д., то есть непрерывные отрезки пути. Все дуги сходятся в вершинах, которые представляют собой любые транспортные развязки. В большинстве случаев дороги направлены в обе стороны, поэтому на графе обычно они обозначаются направленной в обе стороны парой дуг (рисунок 1).

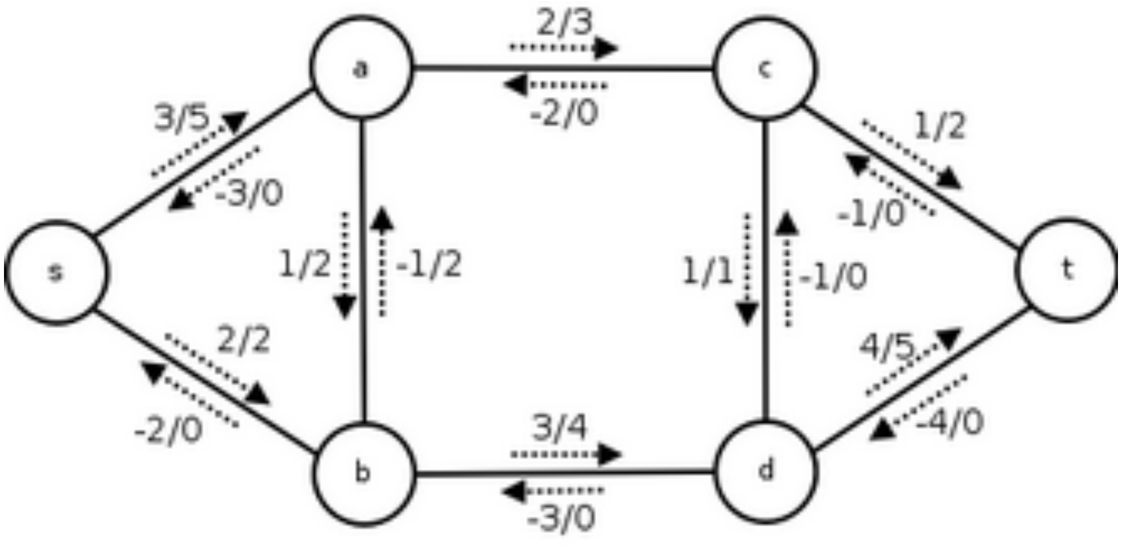

Рисунок 1. Пример графа абстрактной транспортной сети

В представленном графе рассматриваются и сопоставляются две оценки: например, длина пути и время задержки (простоя в пробке).

Математическим представлением данного графа будет матрица смежности следующей структуры:

$$G=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} s & a & b & c & d & t \end{array} \\ \begin{array}{c} s \\ a \\ b \\ c \\ d \\ t \end{array} & \left\| \begin{array}{cccccc} \infty & \|3\ \ 5\| & \|2\ \ 2\| & \infty & \infty & \infty \\ \|3\ \ 0\| & \infty & \|1\ \ 2\| & \|2\ \ 3\| & \infty & \infty \\ \|2\ \ 0\| & \|1\ \ 2\| & \infty & \infty & \|3\ \ 4\| & \infty \\ \infty & \|2\ \ 0\| & \infty & \infty & \|1\ \ 1\| & \|1\ \ 2\| \\ \infty & \infty & \|3\ \ 0\| & \|1\ \ 0\| & \infty & \|4\ \ 5\| \\ \infty & \infty & \infty & \|1\ \ 0\| & \|4\ \ 0\| & \infty \end{array} \right\| \end{array}$$

Для описания данной матрицы предлагается использовать тензорную модель, адекватно отображающую многомерную структуру параметров транспортной сети [3]. На основе тензорной математической модели разработан алгоритм нахождения оптимального пути.

Актуальность.

На сегодняшний день известны подходы к решению задачи многокритериальной оптимизации маршрутов с теми или иными допущениями в зависимости от особенностей и приоритетных характеристик оптимизации. Наиболее распространенным является подход, основанный на расчёте весов графа, учитывающих все параметры оптимизации, с последующим нахождением оптимального пути, минимизирующего единственный параметр [2,3]. Аналогичные задачи нашли отражения в работах [4], где рассматривается модель управления дорожным потоком, интегрированная с системой ГИС. Особое значение в сетецентрическом управлении имеет мониторинг характеристик транспортных потоков, дорожной сети, устройств управления дорожным движением, экологических параметров. В настоящее время мониторинг понимается как измерение интенсивности транспортного потока и средней скорости. Таким образом, отсутствует возможность получения взаимосвязанных оценок параметров транспортной инфраструктуры, что накладывает ограничения на применимость атрибутивной модели и реализующей ее системы.

В предложенной модели не предполагается наличие таких сложных технических средств мониторинга. Предполагается, что дорожная ситуация оценивается водителем и пересчёт маршрута осуществляется «на лету».

Алгоритм построения оптимального маршрута транспортной сети.

В задаче моделирования загрузки автодорожной сети можно выделить следующие этапы:

- оценка входных и выходных потоков;
- определение структуры, размерности и компонент матриц смежности
- определение оптимальных маршрутов с учетом загруженности транспортной сети

Для получения оптимизационной модели построения маршрута разработана математическая модель распределения потоков, основанная на 1 и 2 принципах Вардропа. На основе данной модели разрабатывается алгоритм оптимизации транспортных потоков[2].

Пусть необходимо добраться из одной точки транспортной сети в другую с минимальными временными затратами. В качестве модели был выбран ориентированный граф, каждой дуге которого сопоставлены две оценки: длина пути и время задержки (простоя в пробке). Матрица смежности подобного графа имеет вид (1).

Представленный граф может быть описан тензором $G_{ij}^{l\tau}$, где - l - длина пути от i до j точки маршрута

t- время задержки на интервале маршрута от i до j.

Разработанный алгоритм основан на итеративном нахождении кратчайшего пути с последующим исключением дуги с наибольшим значением временной задержки, найденной на оптимальном пути, и перестроением исходного графа.

Обобщённо разработанный алгоритм можно описать следующим образом:

1. Нахождение кратчайшего пути из вершины s до вершины *t*.

2. Проверка условия допустимости найденного в п.1 пути по параметру временной задержки. По значению “*True*” – конец алгоритма, иначе переход к п.3.

3. Удаление из найденного в п.1 пути дуги с максимальным значением задержки и переход к шагу 1.

В качестве алгоритма нахождения кратчайшего пути был выбран алгоритм Флойда [7]. Преимущество данного алгоритма заключается, прежде всего, в универсальности, так как рассчитываются кратчайшие пути между всеми возможными парами вершин матрицы смежности. Суть алгоритма заключается в последовательном улучшении пути между парой вершин i и j путём замены существующего пути новым, проходящим через промежуточную вершину k. Во время работы этого алгоритма формируется матрица, которая позволяет восстанавливать пути между требуемыми вершинами. При изменении пропускной способности какой-либо дуги нет необходимости рассчитывать веса дуг для всего графа и повторно выполнять алгоритм.

Результат работы алгоритма Флойда – Уоршелла для заданного *G (X,V)* графа можно представить в виде тензора $G_{ij}^{l_{\min}}$. Пусть управляющим критерием построения оптимального маршрута будет время задержки $\tau \le \tau_{\max}$, тогда алгоритм построения маршрута будет иметь следующую математическую формулировку:

Шаг 1. Выбор оптимального по параметру минимального расстояния ($l_{\min}$) маршрута (μ_{st}) от вершины *s* до вершины *t* графа *G (X,V)* будет соответствовать операции тензорного пересечения следующего вида:

$$\mu_{st} = G_{ij}^{l_{\min}} \cap G_{st}^{l_{\min}}$$

Шаг 2. Просмотр в исходной матрице, представленной тензором $G_{ij}^{l\tau}$ параметра времени задержки τ: $\tau_{ij=}G_{ij}^{l\tau} \times \mu_{st} \quad \forall (x_i, x_j) \in \mu_{st}$

Шаг 3. Проверка управляющего критерия времени задержки для всех дуг составляющих маршрут μ_{st}:

если $\tau_{ij} \le \tau_{\max}$ тогда маршрут μ_{st} считается оптимальным, иначе из исходной матрицы удаляются все дуги с задержкой, превышающей $\tau_{\max}$ и осуществляется переход к шагу 1. Заметим, что в данном алгоритме операция удаления дуги осуществляется посредством замены соответствующего элемента исходной матрицу на бесконечность.

Рассмотрим транспортную сеть, представленную на рисунке 2.

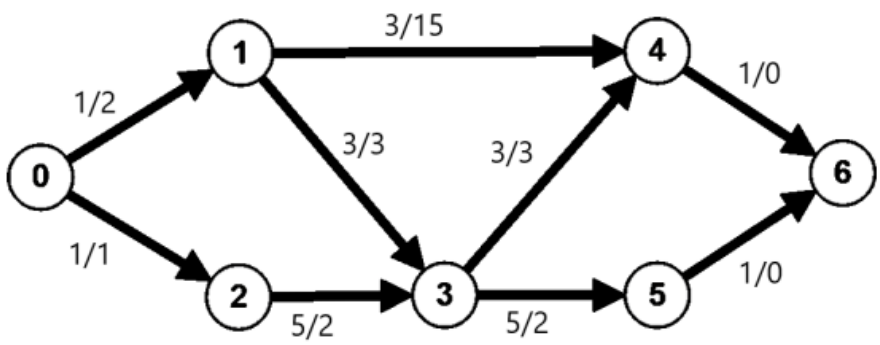

Рисунок 2. Пример графа транспортной сети

Данной сети будет соответствовать матрица смежности следующей структуры:

$$G=\begin{array}{cc} & \begin{matrix} s & \quad a & \quad b & \quad c & \quad d & \quad t \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{Vmatrix} \infty & \|3\ \ 5\| & \|2\ \ 2\| & \infty & \infty & \infty \\ \|3\ \ 0\| & \infty & \|1\ \ 2\| & \|2\ \ 3\| & \infty & \infty \\ \|2\ \ 0\| & \|1\ \ 2\| & \infty & \infty & \|3\ \ 4\| & \infty \\ \infty & \|2\ \ 0\| & \infty & \infty & \|1\ \ 1\| & \|1\ \ 2\| \\ \infty & \infty & \|3\ \ 0\| & \|1\ \ 0\| & \infty & \|4\ \ 5\| \\ \infty & \infty & \infty & \|1\ \ 0\| & \|4\ \ 0\| & \infty \end{Vmatrix} \end{array}$$

Пусть требуется найти оптимальный маршрут из узла s = 0 (исток) в узел $t=6$ (сток) при $\tau_{\max}=3$.

Согласно алгоритму Флойда кратчайший путь от вершины *s* до вершины *t* $\mu_{st}=\{0,1,4,6\}$. Длина данного пути равна $l_{\min}=5$. Согласно второму шагу алгоритма дуга (1,4) имеет временную задержку $\tau_{ij}>\tau_{\max}$ (15>3), поэтому данную дугу необходимо убрать из матрицы *G*.

Тогда оптимальным будет признан маршрут $\mu_{st}=\{0,2,3,4,6\}$, в котором на каждом отрезке выполняется условие $\tau_{ij}\le 3$.

На основе предложенного алгоритма разработан программный модуль. На рисунке 3 представлен результат тестирования программы, реализующей описанный выше подход. Следует отметить, что данная реализация носит экспериментальный характер без претензий на интеграцию в действующую систему навигации транспорта, поэтому интерфейс программы достаточно простой. Однако, программа позволяет не только проложить оптимальный маршрут, который соответствует теоретическим выкладкам, но также рассчитывает среднее время прохождения данного маршрута.

```
E:\VS 2017 Projects\NIR\NIR\bin\Debug\NIR.exe
Оптимальный путь:
0 2 3 4 6
Время: 0,266666666666667
```

Рисунок 3. Результат работы программы, реализующей представленный алгоритм

Заключение.

В статье предложена математическая модель матрицы смежности транспортной сети с учетом многомерной структуры учитываемых характеристик и алгоритм нахождения оптимального маршрута. К достоинствам предложенного подхода модно отнести, то, что в условиях постоянного изменения динамических характеристик сети тензорная модель обеспечивает гибкость и возможности адаптации и, следовательно, изменения значений управляющих параметров не будут нести высокой вычислительной нагрузки на алгоритм.

В дальнейшем панируется тщательно исследовать вопрос увеличения скорости путем альтернативных вариантов маршрута и использования методов параллельной реализации предложенного алгоритма.

Список литературы

[1] Michael Hausenblas, “Applying the Big Data Lambda Architecture”, November 12, 2013. Retrieved February 10, 2018, from http://www.drdobbs.com/database/applying-the-big-data-lambda-architectur/240162604.

[2] Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. Алгоритмы: построение и анализ. — 2-е изд. — М.: Вильямс», 2006. — С. 1296.

[3] В.А. Пышный. Моделирование загрузки транспортной сети // Известия ТулГУ. Технические науки. 2012. Вып. 2. С. 457-473.

[4] Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А. и др. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие. М.: МФТИ, 2010. — 362 с.

[5] В. И. Швецов. Математическое моделирование транспортных потоков, Авто- мат. и телемех., 2003, выпуск 11, 3–46

[6] Aleksandr Bakulev, Marina Bakuleva, Sergei Skvortsov, Maksim Kozlov, Tatiana Pyurova ,Vladimir Hrukin. Modern approaches to the development parallel programs for modern multicore processors.. Proceedings of 6th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), Bar, Montenegro, 2017, pp.38-4

[7] Bakulev A.V., Bakuleva M.A., Avilkina S.B. Mathematical methods and algorithms of mobile parallel computing on the base of multi-core processors // European researcher. 2012. V. 33. № 11-1. P. 1826-1834.

THE TRANSPORT NETWORK PATH OPTIMIZATION ALGORITHM WITH DYNAMIC PARAMETERS

V.P. Koryachko
Head of the Department of Computer Aided Design of Computing Facilities Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin (RSREU), Honored Worker of Science and Technology of the Russian Federation, Doctor of Sciences in Engineering Science, Professor

A.V. Bakulev
Associate Professor of the Department of Computer Aided Design of Computing Facilities Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin (RSREU), PhD of Technical Sciences, Associate Professor

M. A.Bakuleva
Associate Professor of the Department of Computer Aided Design of Computing Facilities Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin (RSREU), PhD of Technical Sciences, Associate Professor

Department of Computer Aided Design of Computing Facilities Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin (RSREU)
E-mail: koryachko.v.p@rsreu.ru, alex.bakulev@gmail.com, marina.bakuleva@gmail.com

Abstract. The paper devote to the algorithm of optimization, with the agile functionality, that allow solve the optimization problem considerate with dynamic factors. The control parameters (factors) have different semantics and metrics, for example, travel time and transport network bandwidth. A tensor model is used as a mathematical model that allows to adapted under the external factors. Floyd–Warshell algorithm is proposed as a basic optimization algorithm. This algorithm has been modified in accordance with the research purpose.

Keywords: transport network, throughput, tensor model, matrix models of transport network, graphs, algorithms on graphs, optimal path, Floyd algorithm.