УДК 681.32

МОДЕЛИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ МИКРОКОНТРОЛЛЕРНОЙ СИСТЕМЫ

Тыманович Н.А., студент, Скудняков Ю.А., канд. техн. наук

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Институт информационных технологий
г. Минск, Республика Беларусь

Скудняков Ю.А.– канд. техн. наук, доцент каф. ИСиТ

Аннотация. В работе для обеспечения работоспособности микроконтроллерной системы предложены математические модели с построением траекторий корней на комплексной плоскости относительно окружности единичного радиуса с центром в начале координат, при этом, система будет работать надежно, если корневые траектории располагаются внутри вышеуказанной окружности.

Ключевые слова: микроконтроллерная система, работоспособность, математические модели, траектории корней, комплексная плоскость, окружность единичного радиуса.

Введение. Современные микроконтроллерные системы (МКС) имеют широкое применение в различных сферах человеческой деятельности, в том числе для мониторинга и управления разнопрофильными процессами и объектами. За последнее время архитектура МКС развивалась достаточно быстро [1,2]. Например, МКС интенсивно разрабатываются и используются для мобильных устройств и систем коммуникаций. Разработка и реализация современного математического обеспечения с помощью использования программно-аппаратных средств позволяют МКС достаточно гибко, надежно, с высокой производительностью осуществлять управление различными процессами и объектами искусственного и естественного происхождения. Под мониторингом понимают контроль текущего состояния объекта или процесса, а под управлением – воздействие на объект или процесс с целью обеспечения требуемого их состояния [3], при этом регулирование рассматривается как частный вариант управления для стабилизации выходной величины по значению заданной входной [4].

Основная часть. Целью данной работы является исследование, разработка и практическое применение математических моделей для обеспечения работоспособности МКС в диапазоне ее варьируемых параметров.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи: 1) анализ существующих разработок; 2) разработка математических моделей, легко поддающихся автоматизации и обладающих наглядной интерпретацией для доступного понимания их возможностей для практического применения; 3) проведение анализа полученных результатов с точки зрения их достоинств, областей применения и перспективы развития. Структура МКС состоит из микропроцессора и ряда других узлов для обработки входной и выходной информации и формирования сигналов управления различными процессами и объектами (рис. 1).

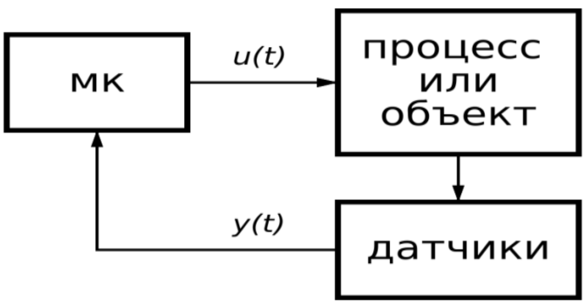

Рисунок 1 – Обобщенная структурная схема МКС

На рисунке 1 обозначены: $u(t)$ – управляющий сигнал; $y(t)$ – сигнал обратной связи (от датчиков); МК – микроконтроллер.

С помощью использования МКС осуществляется мониторинг состояния того или иного процесса и объекта и при отклонении каких-либо (или всех) реальных текущих значений их характеристик и параметров производится приведение их к заданным величинам путем формирования управляющего сигнала для автоматического управления процессов и объектов различной природы и назначения.

Ядром МКС является микропроцессор (или компьютер), обрабатывающий и хранящий данные, необходимые для функционирования системы в целом.

Поскольку от датчиков, кроме цифровых сигналов, могут поступать аналоговые, то на входе компьютера необходимо наличие аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Выходной сигнал компьютера имеет цифровую форму и, следовательно, в случае формирования аналогового сигнала необходимо использовать цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП).

Все реальные технические средства по своей природе являются нелинейными и, следовательно, МКС в совокупности с другими техническими модулями можно рассматривать как нелинейную цифровую систему управления (НЦСУ).

Работоспособность НЦСУ в значительной степени зависит от стабильной и надежной работы микропроцессора или компьютера и других технических средств. Основным критерием работоспособности НЦСУ является достижение ее абсолютной устойчивости, суть которой заключается в том, что все траектории корней, полученных при решении алгебраических уравнений, описывающих динамику системы, должны находиться внутри окружности единичного радиуса комплексной плоскости $z = \delta^* + j\omega^*$ [5].

НЦСУ состоит из нелинейного элемента (НЭ) с характеристикой $\varphi(\sigma)$, линейной цифровой части (ЛЦЧ), представляющей собой совокупность цифрового элемента с периодом переключения T и приведенной непрерывной линейной части (ПНЛЧ), состоящей из экстраполирующего устройства (ЭУ) и непрерывной части.

Передаточная функция ПНЛЧ, как правило, задается от переменной $p = \delta + j\omega$ и представляет собой трансцендентную функцию, что вызывает большие трудности при оперировании с такой функцией и дальнейшем исследовании.

Поэтому необходим переход от трансцендентной функции к рациональной. Для достижения этой цели применим z – преобразование. Это объясняется тем, что z – преобразование, являющееся преобразованием для цифрового сигнала с присущей ему компактностью и обозримостью выкладок, есть рациональная функция от комплексного переменного $z = \delta^* + j\omega^*$ и, как следствие из этого, – построение корневых портретов цифровых систем можно осуществлять с помощью тех же правил, которые справедливы для построения корневых траекторий непрерывных систем.

В общем виде z – преобразование для передаточной функции ЛЦЧ системы:

$$G^*(z) = \frac{\sum \text{вычеты } G(p)}{1 - e^{pT} z^{-1}} \text{ при полюсах } G(p), \tag{1}$$

где $G(p) = \psi_m(p) / \varPhi_n(p)$; $p = \delta + j\omega$; $\psi_m(p)$, $\varPhi_n(p)$ – полиномы целочисленных степеней m и n соответственно, $G^*(z)$ – z-преобразование для $G(p)$, где $z = e^{(\delta + j\omega)T}$.

Для случая, когда $\varPhi_n(p)$ имеет простые корни, приведенное выше выражение для $G^*(z)$ запишем следующим образом:

$$G^*(z) = \left[\sum_{n=1}^{N} \frac{\psi_m(p_n)}{\varPhi'_n(p_n)} \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(p - p_n)}}\right] \text{при } z = e^{pT}, \tag{2}$$

где $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_N$ – простые корни $\varPhi_n(p_n)$, $\varPhi'_n(p_n) = d\varPhi / dp_{p=p_n}$

Из двух вышеприведенных формул видно, что функция $G^*(z)$ только переменного $z = \delta^* + j\omega^* = e^{pT}$, где T– период дискретности.

Поскольку $G^*(z)$ – функция только переменного $z = \delta^* + j\omega^* = e^{pT}$, то вся окружность единичного радиуса, лежащая в плоскости z, является конформным отображением частотного годографа $G^*(z)$ плоскости G^* на плоскость z при $z = e^{j\omega T}$.

Следовательно, рассматриваемая система будет работоспособной при условии нахождения всех корневых траекторий внутри окружности единичного радиуса плоскости z.

Проведем анализ работоспособности НЦСУ на основе исследования ее абсолютной устойчивости с нелинейным элементом, стационарная характеристика которого удовлетворяет требуемым условиям и приведенной непрерывной линейной частью с передаточной функцией:

$$G(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p(p+1)}, \tag{3}$$

где $\frac{1 - e^{-pT}}{p}$ – передаточная функция экстраполятора нулевого порядка; T = 1 сек. – период дискретности. Поскольку $\varPhi_n(p) = p(p+1)$ имеет простые корни $p_1 = 0$, $p_2 = -1$, то получаем:

$$G^*(z) = \frac{0.632}{Z - 0.368}. \tag{4}$$

Уравнение корневых траекторий имеет вид:

$$0{,}632\delta^{*}k - 0{,}233k + \delta^{*2} - 0{,}736\,\delta^{*} + \omega^{*2} + 0{,}135 = 0. \quad (5)$$

Система при $k = 1; 2; 16; 6; 20$ имеет тривиальные корневые траектории, представляющие собой геометрическое место (1) в виде окружностей на плоскости Z (рисунок 2).

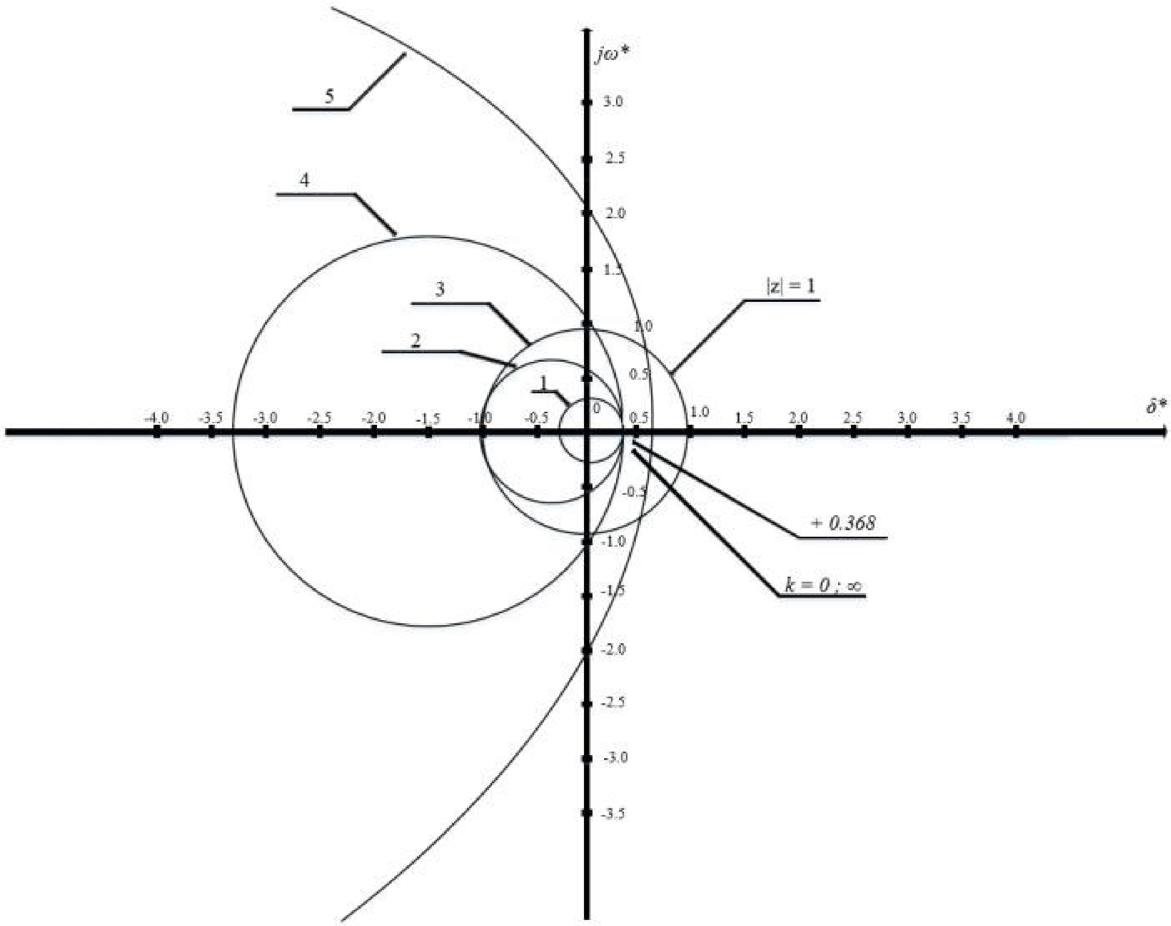

Рисунок 2 – Траектории корней на комплексной плоскости при различных значениях параметров МКС

На рисунке 2 цифрами 1, 2, 4, 5 указаны корневые годографы НЦСУ для $k = 1; 2; 16; 6; 20$ соответственно; цифрой 3 указана окружность единичного радиуса. При увеличении k от 0 до $k^{*}_{\text{пр}}$ НЦСУ становится менее устойчивой поскольку при этом радиус окружностей, увеличиваясь, приближается к единичному значению и равен ему при $k^{*}_{\text{пр}}$. При дальнешем увеличении k, т.е. при $k > k^{*}_{\text{пр}}$, система – неустойчива, так как в этом случае ветви корневого годографа выходят на внешность окружности единичного радиуса.

В общем случае критической точкой, для которой имеет место $k^{*}_{\text{пр}}$, является любая точка, находящаяся на окружности единичного радиуса, когда радиус – вектор длиной, равной единице, и выходящий из начала координат плоскости Z , описывает эту окружность. Для данной системы такой критической точкой является точка $\delta^{*} = -1$, при которой $k^{*}_{\text{пр}} = 2.16$.

Следовательно, для обеспечения абсолютной устойчивости рассматриваемой НЦСУ, характеристика $\varphi(б)$ нелинейного элемента должна лежать в угле $[0, k^{*}_{\text{пр}}]$ при заданных параметрах ЛЦЧ.

Для определения работоспособности МКС, содержащих различные нелинейные характеристики, можно строить соответствующие траектории корней на комплексной плоскости Z с использованием следующих формул:

$$\Psi^{*}_{m}(Z) = b_0 Z^{m} + b_1 Z^{m-1} + \ldots + b_m; \; \Phi^{*}_{n}(Z) = a_0 Z^{n} + a_1 Z^{n-1} + \ldots + a_n; \quad (6)$$

$$P^{*}_{m} = Re\Psi^{*}_{m}(Z),\; R^{*}_{m} = Im\Psi^{*}_{n}(Z);\; E^{*}_{n} = Re\Phi^{*}_{n}(Z),\; F^{*}_{n} = Im\Phi^{*}_{n}(Z); \quad (7)$$

$$P_m^* = \sum_{\mu=0}^{M} \quad \sum_{j=0}^{m-2\mu} \quad (-1)^{\mu} {\omega^*}^{2\mu} C_{m-j}^{2\mu} b_j {\delta^*}^{m-2\mu-j}; \tag{8}$$

$$R_m^* = \omega^* \sum_{\mu=0}^{M} \quad \sum_{j=0}^{m-2\mu-1} \quad (-1)^{\mu} {\omega^*}^{2\mu} C_{m-j}^{2\mu+1} b_j {\delta^*}^{m-2\mu-j-1} ; \tag{9}$$

$$E_n^* = \sum_{\mu=0}^{N} \quad \sum_{j=0}^{n-2\mu} \quad (-1)^{\mu} {\omega^*}^{2\mu} C_{n-j}^{2\mu} a_j {\delta^*}^{n-2\mu-j} ; \tag{10}$$

$$F_n^* = \omega^* \sum_{\mu=0}^{N} \quad \sum_{j=0}^{n-2\mu-1} \quad (-1)^{\mu} {\omega^*}^{2\mu} C_{m-j}^{2\mu+1} a_j {\delta^*}^{n-2\mu-j-1}; \tag{11}$$

где $\Psi_m^*(Z), \Phi_n^*(Z)$ – целые полиномы степеней m и n соответственно $(m \le n)$; C_y^{λ} – биномиальные коэффициенты; $M = \{ \frac{m}{2}$ для m четных ; $\frac{m-1}{2}$ для m нечетных ; $N = \{ \frac{n}{2}$ для n четных ; $\frac{n-1}{2}$ для n нечетных.

Заключение. Для обеспечения работоспособности спроектированной МКС в данной работе разработаны математические модели определения области ее параметров, в рамках которой система надежно будет выполнять заданные функции. Для достижения этой цели строятся траектории корней на комплексной плоскости, получаемых путем решения алгебраических уравнений, относительно окружности единичного радиуса: если корни лежат внутри данной окружности, МКС – работоспособна для выполнения заданных функций, в противном случае – нет и, следовательно, надо подбирать такое множество параметров системы, при которых она будет соответствовать своему назначению. Разработка МКС прошла все этапы проектирования: начиная от постановки задачи, структурного, функционального, схемотехнического и заканчивая конструкторским проектированием.

Список использованных источников:

1.Иоффе, В. Г. Структурная организация однокристальных микроконтроллеров [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Г. Иоффе. – Самара.: Изд-во Самарского университета, 2017. – 206 с: ил.

2.Евстифеев, А.В. Микроконтроллеры AVR семейства Mega. Руководство пользователя / А.В. Евстифеев. – М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2007. - 592 с.

3.Сидоренко, Ю.А.Теория автоматического управления: учеб. пособие / Ю.А. Сидоренко. – Минск: БГАТУ, 2007– 124 с.

4.Ковалёв, Д.А.Теория автоматического управления: учебное пособие / Д.А. Ковалёв, В.А. Шаряков, О.Л. Шарякова. – ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб., 2020. – 79 с.

5.Скудняков, Ю.А. Модели микроконтроллерной системы для мониторинга и управления объектами и процессами с использованием средств связи / Ю.А. Скудняков, Н.А. Тыманович // Материалы XXVII Международной научно-технической конференции «Современные средства связи», Минск, 27-28 октября 2022 года. – Минск: БГАС, 2022.– С.333-335.

UDC 681.32

MODELS FOR DETERMINING THE OPERABILITY OF A MICROCONTROLLER SYSTEM

Tymanovich N.A., Skudnyakov Yu.A

Institute of Information Technologies of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Skudnyakov Yu.A. – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor

Annotation. In order to ensure the operability of the microcontroller system, mathematical models are proposed with the construction of root trajectories on a complex plane relative to a circle of a unit radius centered at the origin, while the system will work reliably if the root trajectories are located inside the above circle.

Keywords: microcontroller system, operability, mathematical models, root trajectories, complex plane, circle of unit radius.