

УДК 537.86:519.2

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СЕМЕЙСТВ ВЕЙВЛЕТОВ В ЗАДАЧЕ СЛИЯНИЕ МЕДИЦИНСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ



**И.С. Куис**

Студент 4 курса специальности ЭВС,  
ФКСиС, БГУИР  
ivankuis11@gmail.com



**М.И. Вашкевич**

Доцент кафедры ЭВС  
БГУИР, доктор технических наук, доцент  
vashkevich@bsuir.by

### **И.С. Куис**

Студент четвертого курса БГУИР специальности «Электронные вычислительные средства». Область научных интересов: машинное обучение и цифровая обработка изображений.

### **М.И. Вашкевич**

Окончил БГУИР по специальности «Электронные вычислительные средства» в 2008 г. В 2013 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности 05.13.05 «Элементы и устройства вычислительной техники и систем управления». В 2022 защитил докторскую диссертацию по специальности 05.13.17 «Теоретические основы информатики». Работает доцентом кафедры ЭВС в БГУИР. Проводит научные исследования, связанные с цифровой обработкой аудиосигналов и изображений.

**Аннотация.** В работе представлены различные методы объединения медицинских изображений в области коэффициентов дискретного вейвлет-преобразования (ДВП). Также предложены варианты слияния, которые используют представление низкочастотной составляющей ДВП в области максимумов модуля вейвлет-преобразования, в его разреженном пространстве и с реконструкцией с использованием метода сопряженного градиента. Сравнение методов проводилось с использованием критерия нормированной взаимной информации для различных семейств вейвлетов.

**Ключевые слова:** Слияние изображений, ДВП, подавление немаксимумов, метод сопряженных градиентов, оценка качества слияния изображений.

### **Введение**

Важной задачей в медицинской практике является слияние (англ. *fusion*) изображений, полученных с использованием различного оборудования. Например, при планировании радиотерапии необходимо совмещать изображения различной модальности, т.е. полученных с датчиков различных физических полей. Так расчет дозы облучения основан на данных компьютерной томографии (КТ), а определение контуров опухоли часто лучше проводить на основе изображения, полученного методом магнитно-резонансной томографии (МРТ). Слияние изображений различной модальности позволяет лучше понять характер и особенности патологических изменений в организме [1].

Наиболее широко распространен подход к слиянию изображений на уровне пикселей (англ. *pixel-level image fusion*) [2]. Альтернативой является слияние на уровне признаков, в отличие от которого слияние на уровне пикселей напрямую комбинирует информацию из исходных изображений. В результате слияния должно получиться изображение, которое будет более информативным для визуального восприятия и компьютерной обработки.

В работе рассматривается применение многомасштабного преобразования для задачи слияния изображений. На рис. 1 показана общая схема применения многомасштабного преобразования для слияния изображений.

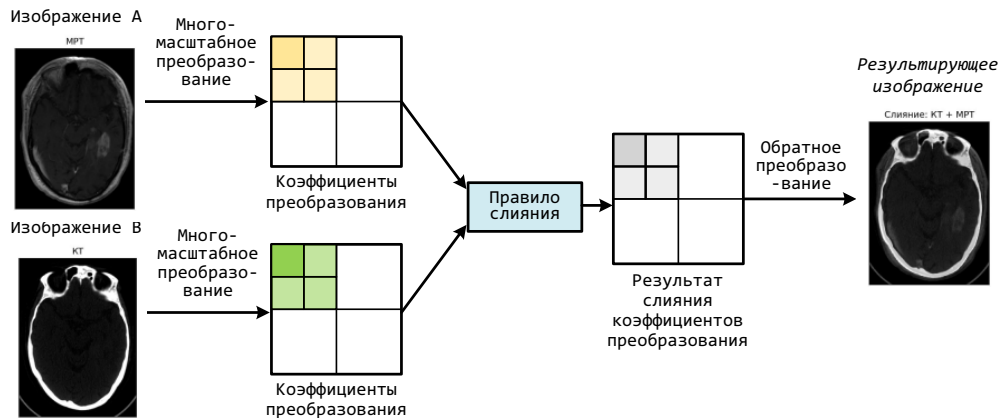


Рисунок 4. Схема слияния изображения

Как видно из рис. 1 слияния можно разделить на 3 этапа: 1) применение к исходным изображениям двумерного преобразования; 2) слияние изображений в пространстве коэффициентов; 3) восстановление результирующего изображения при помощи обратного преобразования. В работе рассматривается применение двумерного дискретного вейвлет-преобразования (ДВП), рассматривается вопрос повышения эффективности слияния изображений за счет представления НЧ компоненты изображений в разреженном пространстве максимумов модуля вейвлетов (англ. *wavelet modulus maxima*) [3], а также с восстановлением из пространства максимумов модуля вейвлетов с помощью метода сопряженных градиентов.

#### Применение двумерного ДВП в задаче слияния изображений.

Двумерное ДВП заключается в последовательном применении одномерного ДВП к строкам изображения, а затем к столбцам. В результате ДВП изображение разбивается на четыре квадранта – А, Н, V, D (рис. 2). Квадрант А – НЧ -коэффициенты, V – коэффициенты, полученные НЧ-фильтрацией по строкам и ВЧ-фильтрацией по столбцам; Н – коэффициенты, полученные ВЧ-фильтрацией по строкам и НЧ-фильтрацией по столбцам; D – ВЧ коэффициенты.

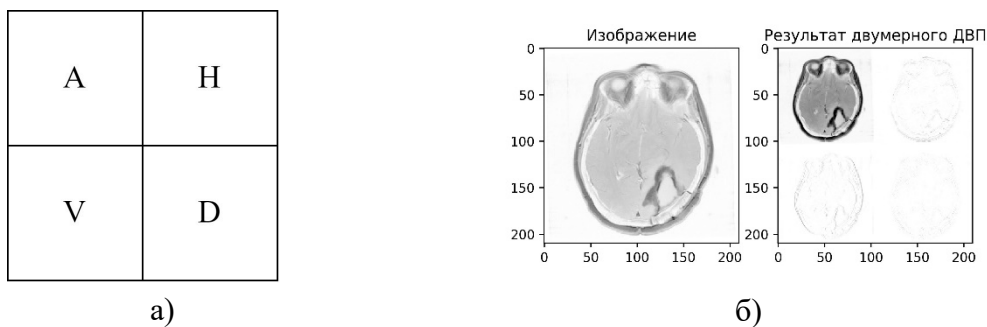


Рисунок 2. ДВП: а) Схема расположения коэффициентов; б) пример двумерного ДВП

Из примера двумерного ДВП, показанного на рис. 2,б можно видеть, что НЧ-коэффициенты А передают крупнозернистую структуру изображения, в то время, как ВЧ-коэффициенты V/Н/D отвечают за границы и края. Общий принцип построения правил слияния заключается в обеспечении максимальной сохранности всех важных признаков, таких как границы и края. В [5] предложены следующие правила слияния:

$$1. \quad A_F = 1/2 \cdot (A_A + A_B), \quad (1)$$

$$2. \quad V_F = \max\{V_A, V_B\}, H_F = \max\{H_A, H_B\}, D_F = \max\{D_A, D_B\}, \quad (2)$$

где  $A_X, V_X, H_X, D_X$  – это соответствующие коэффициенты ДВП изображения  $X$ .

Согласно (1) НЧ-коэффициенты, отвечающие за крупные детали объединяются усреднением. Выражение (2) показывает, что слияние ВЧ-коэффициентов выполняется путем вычисления максимума. Это можно объяснить тем, что значения этих коэффициентов колеблются около нуля. Большие абсолютные значения ДВП в этих частотных полосах соответствуют резким изменениям интенсивности, т.е. важным деталям изображения (края, линии, границы). Поэтому хорошим правилом слияния является выбор наибольшего значения из двух коэффициентов ДВП в каждой точке. Обратным ДВП из коэффициентов  $A_F, V_F, H_F, D_F$  формируют результат слияния.

Далее будет рассмотрен метод представления изображения в пространстве максимумов модуля вейвлет-преобразования. Этот метод дает разреженное (англ. *sparse*) представление изображения. Мы используем его для обработки НЧ-коэффициентов ДВП  $A_A$  и  $A_B$ . В конечном итоге мы выполняем слияние НЧ коэффициентов по правилу (1), но только в пространстве максимумов модуля вейвлет-преобразования.

### Разреженное представление изображения в пространстве максимумов модуля вейвлет-преобразования (ММВП).

Переход в пространство ММВП выполняется путем сглаживания изображения с масштабированным ядром  $\theta(x, y)$ . Для вычислений используются вейвлеты  $\psi^{(x)}$  и  $\psi^{(y)}$ , которые являются частными производными сглаживающей функции  $\theta$ :

$$\psi^{(x)} = \frac{\partial \theta}{\partial x}, \psi^{(y)} = \frac{\partial \theta}{\partial y}.$$

Тогда можно ввести понятие двумерного вейвлет-преобразования  $W$  в точке  $(x, y)$  как:

$$\begin{aligned} Wf(x, y) &= \begin{pmatrix} W^{(x)}f(x, y) \\ W^{(y)}f(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi^{(x)} * f(x, y) \\ \psi^{(y)} * f(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}(f * \theta)(x, y) \\ \frac{\partial}{\partial y}(f * \theta)(x, y) \end{pmatrix} \\ &= \nabla(f * \theta)(x, y). \end{aligned} \quad (3)$$

Выражение (3) соответствует градиенту изображения  $f(x, y)$ , модуль градиента в каждой точке вычисляется по формуле:

$$Mf(x, y) = \sqrt{|W^{(x)}f(x, y)|^2 + |W^{(y)}f(x, y)|^2},$$

а направление градиента относительно горизонтальной оси вычисляется как:

$$Af(x, y) = \arctg \left( \frac{W^{(y)}f(x, y)}{W^{(x)}f(x, y)} \right),$$

На рис. 3 показан пример применения выражений к реальному изображению. В качестве вейвлет-функции использовалось семейство Добеши (db1). Из приведенных результатов видно, что модуль градиента (см. рисунок 3,г) содержит границы областей изображения.

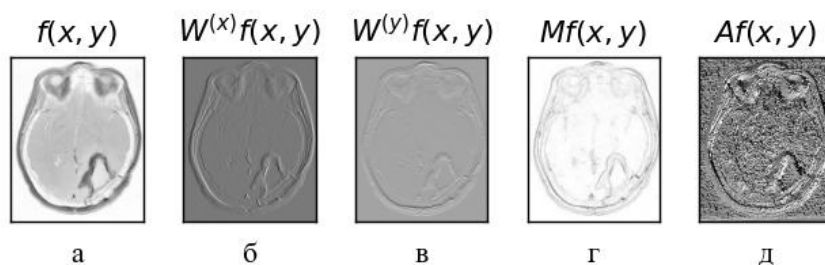


Рисунок 3. Пример вычисления ММВП: а) исходное изображение; б) градиент изображения по направлению  $x$ ; в) градиент изображения по направлению  $y$ ; г) модуль градиента; д) направление градиента

При слиянии двух изображений нам необходимо объединить все паттерны, которые присутствуют на обоих изображениях. Для этого нужно оставить только экстремумы поверхностей. Поиск максимумов состоит из двух этапов: 1) фильтрация изображения вейвлет-функцией по строкам и по столбцам (см. (3)) и 2) подавление не максимальных значений (англ. *NMS – non-maximal suppression*).

Метод NMS используется для определения границ на изображении. Пикселями границ являются те, в которых достигается локальный максимум градиента  $Mf(x, y)$  в направлении вектора градиента  $Af(x, y)$ . Алгоритм представляет собой итерацию по всем пикселям изображения, где для каждого пикселя выполняется следующие действия [3]: 1) квантование угла  $Af(x, y)$  до кратного  $45^\circ$  (для определения направления вектора градиента); 2) проверка соседних пикселей с текущим по направлению градиента. Если текущий пиксель больше соседних по модулю, то он остается. Иначе он приравнивается к нулю. Обозначим действие алгоритма подавления немаксимумов оператором:

$$Mf(x, y) = NMS\{Mf(x, y)\},$$

На рис. 4 показан пример подавления не максимальных значений.

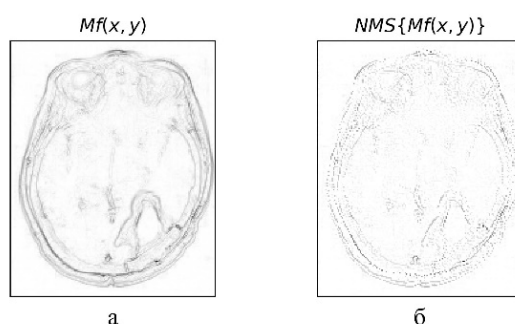


Рисунок 4. Пример подавления не максимальных значений

### Восстановление изображения из пространства ММВП.

Максимумы модуля вейвлет-преобразования (см. рис. 4,б) отражают свойства резких переходов и сингулярности на изображении. В [4] приводится метод, который восстанавливает аппроксимацию изображения по его вейвлет-максимумам. Ниже

приводится этот алгоритм реконструкции, который основан на теории фреймов (англ. *frame theory*).

В каждой точке ненулевой точке  $(u_p, v_p)$  пространства вейвлет-максимумов  $Mf(u_p, v_p)$  значение модуля и угла определяют две компоненты вейвлет-преобразования:

$$Mf(u_p, v_p) = \langle f, \psi_p^{(d)} \rangle, d \in \{x, y\},$$

где

$$\psi_p^{(d)} = \psi^{(d)}(x - u_p, y - v_p).$$

Алгоритм восстановления реконструирует изображение  $\hat{f}$  с минимальной нормой, такое, что

$$M\hat{f}(u_p, v_p) = \langle \hat{f}, \psi_p^{(d)} \rangle = \langle f, \psi_p^{(d)} \rangle.$$

Таким образом,  $\hat{f}$  – это ортогональная проекция  $f$  на замкнутое пространство  $V$ , генерируемое семейством вейвлетов  $\{\psi_p^{(x)}, \psi_p^{(y)}\}$ . Данное семейство является фреймом для  $V$ . В это случае  $f$  представляется, как

$$f = L^{-1}g, \quad (4)$$

где  $L$  – оператор выполняющий проекцию изображения в пространство  $V$ , а  $g$  – представление, изображения в пространстве  $V$ .

С другой стороны  $g$  можно определить используя  $\hat{f}$  следующим образом:

$$g = L\hat{f} = \sum_{d \in \{x, y\}} \sum_p \langle \hat{f}, \psi_p^{(d)} \rangle \psi_p^{(d)}. \quad (5)$$

На практике для получения  $\hat{f}$  вначале рассчитывают  $g$  по формуле (5), затем исходя из (4) вычисляют матрицу оператора  $L^{-1} = f g^{-1}$ . После чего исходя из (5) вычисляют  $\hat{f} = L^{-1}g$ . Следует отметить, что  $g$  часто является сингулярной матрицей, вследствие чего вместо  $g^{-1}$  приходится вычислять псевдообратную матрицу. На рис. 5 показан пример восстановления сигнала с использованием описанного алгоритма. Разница между исходным и восстановленным изображением находится на уровне  $1,4 \cdot 10^{-12}$ .

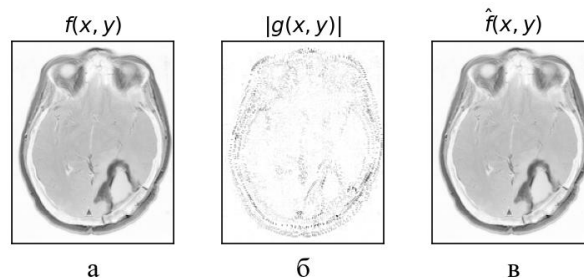


Рисунок 5. Восстановления изображения из разреженного пространства ММВП

### Восстановление изображений из пространства ММВП с использованием метода сопряженных градиентов.

Рассмотрим алгоритм восстановления НЧ-коэффициентов из пространства коэффициентов ДВП с помощью метода сопряженных градиентов. На вход алгоритм будет получать координаты изображения в пространстве ДВП  $g$ , полученные с помощью проекции оригинального изображения каркасным оператором  $A$  в пространство ДВП.

На каждой итерации алгоритма пересчитываются  $g$ , значение восстановленного изображения на  $f_k$  итерации, направление спуска  $d_k$ ,  $\beta_k$ , остаток  $r_k$ :

$$\alpha_k = \frac{d_{k-1}^T r_{k-1}}{d_{k-1}^T A d_{k-1}}$$

$$f_k = f_{k-1} + \alpha_k d_{k-1}$$

$$r_k = g - A f_k$$

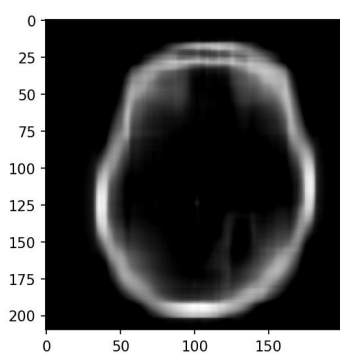
$$\beta_k = \frac{-d_{k-1}^T r_k}{d_{k-1}^T A d_{k-1}}$$

$$d_k = r_k + \beta_k d_{k-1}$$

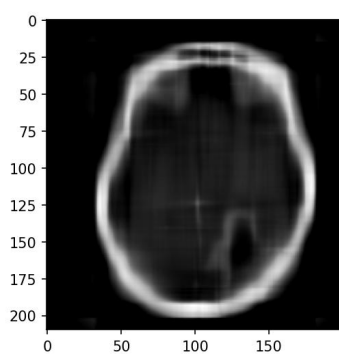
В качестве начальных значений используются следующие значения:

$$f_0 = 0, r_0 = g - A f_0, d_0 = r_0$$

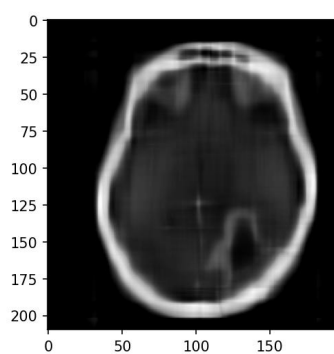
Главным преимуществом метода сопряженных градиентов по сравнению с обычным градиентным спуском является быстрая сходимость. Это происходит из-за того, что градиентный спуск на каждой итерации двигается только в направлении антиградиента функции, независимо от предыдущих направлений движения. Это может приводить к тому, что градиентный спуск "застревает" в ущельях или на плато функций, где он продолжает двигаться медленно в направлении минимума.



а)



б)



в)

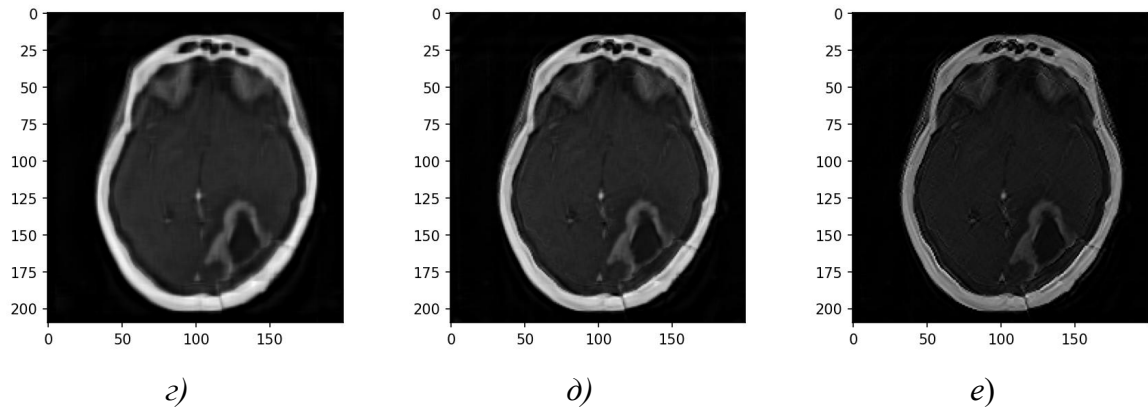


Рисунок 4. Результат восстановления: а) итерация 1; б) итерация 2; в) итерация 3; г) итерация 10; г) итерация 20; г) итерация 40;

В то время как в методе сопряженных градиентов направления спуска ортогональны друг другу относительно матрицы Гессе, что означает что они максимально нескоррелированы и максимально информативными для оптимизации функции. Это и позволяет более эффективно двигаться в сторону минимума функции и быстрее достичь ее оптимального значения. Результаты восстановления изображения на разных итерациях алгоритма приведен на рис. 4.

#### Метод слияния изображений с использованием пространства ММВП.

Предлагаемый метод является улучшенной версией метода на основе двумерного ДВП с правилами слияния (1)–(2). Общая схема метода показана на рис. 5.

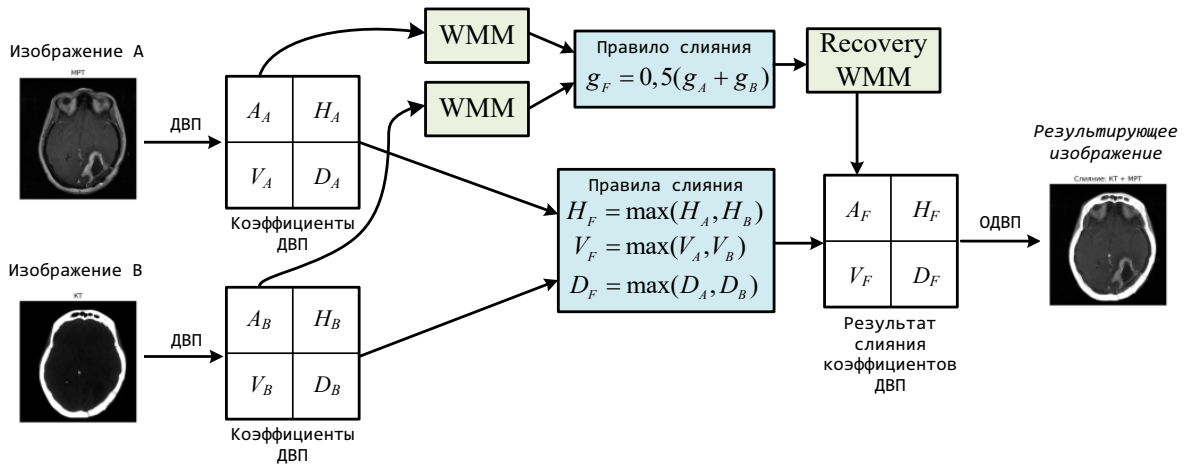


Рисунок 5. Слияние изображений с использованием пространства ММВП

Отличие предлагаемого метода от базового состоит в обработке НЧ-компонент ДВП объединяемых изображений. В (1) вместо НЧ-коэффициентов  $A_A$  и  $A_B$  объединяются их «образы» (5) в пространство вейвлет-максимумов. После чего выполняется восстановления НЧ-коэффициентов объединенного изображения  $A_F$  с использованием алгоритма, описанных в предыдущих разделах: с представлением НЧ коэффициентов изображений в разреженном пространстве максимумов модуля вейвлетов и восстановлением из пространства максимумов модуля вейвлетов с помощью метода сопряженных градиентов.

### Оценка качества слияния изображений.

Особенностью оценивания задач слияния изображений является эталонного изображения, которое должно получиться в результате слияния. Поэтому в качестве критерия качества слияния изображений при отсутствии опорного изображения в [6] предложено использовать понятие взаимной информации (ВИ). Данный критерий является мерой зависимости между двумя случайными величинами и измеряет количество информации, которое одна переменная содержит о другой переменной. Рассчитать взаимную информацию можно по следующей формуле:

$$MI(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y),$$

где  $H(X)$  и  $H(Y)$  – распределение вероятности для изображений  $A$  и  $B$ , а  $H(X, Y)$  – совместная вероятность появления на изображении  $A$  пикселя с интенсивностью  $X$  и пикселя с интенсивностью  $Y$  на изображении  $B$ .

Главным недостатком данной метрики является чувствительность к масштабу. Например, если одна из переменных имеет большую энтропию, чем другая переменная, то большее значение их взаимных информаций этих переменных с третьей будет «перекошено» в сторону переменной с большей энтропией. Для решения этого недостатка введем понятие нормированной взаимной информации, которая будет нормироваться на максимум из энтропий двух переменных и вычисляться по следующей формуле:

$$NMI(X, Y) = \frac{MI(X, Y)}{\max(H(X), H(Y))}$$

Тогда можно ввести критерий  $M_F^{AB}$  для качества слияния двух изображений  $A$  и  $B$ , будет вычисляться как сумма взаимной информации изображений  $A$  и  $B$  с результатом слияния  $F$ :

$$M_F^{AB} = NMI(A, F) + NMI(B, F)$$

Таким образом  $M_F^{AB}$  показывает общее количество информации которое результат слияния  $F$  содержит об изображении  $A$  и  $B$ .

### База изображений и методика эксперимента.

Для оценки качества методов слияния изображений использовался набор из 30 пар изображений со снимками КТ и МРТ из онлайн ресурса The Whole Brain Atlas [7]. В ходе эксперимента 1) поочередно выбиралась пара изображений; 2) для каждой пары выполнялось слияние тремя методами; 3) вычислялась оценка слияния для результатов слияния.

### Результаты экспериментов с вейвлетами.

Выбор правильного семейства вейвлетов является важной частью алгоритма слияния изображений и может в значительной степени повлиять на конечный результат. Поэтому для методов, описанных выше были произведены эксперименты с разными вейвлетами: для вейвлетов каждого семейства оценивалось среднее значение критерия качества на всем наборе данных. Полученные результаты приведены в таблице 1.

В результате для алгоритмов с слиянием в коэффициентах ДВП и улучшение данного алгоритма с слиянием НЧ-коэффициентов в разреженном пространстве ММВП лучшее качество дало семейство койфлетов. Для алгоритма с слиянием НЧ компоненты в пространстве ММВП с восстановлением с помощью метода сопряженных градиентов



лучшее качество показали обратные биортогональные вейвлеты. Для разделимого двумерного ДВП на основе 8-канального банка фильтров среднее значение критерия было равно 0.8939.

Таблица 1. Результаты экспериментов с различными семействами вейвлетов

Семейство вейвлетов	ДВП	ДВП+ММВП + NMS	ДВП+ММВП + CG
Добеши	0.8975	1.0484	1.3519
Хаара	0.8673	0.9291	1.3800
Койфлеты	1.1133	1.1295	1.3872
Добеши-Мейер	0.9993	1.0725	1.4147
Симлеты	0.9348	1.0336	1.4558
Биортогональные	0.8242	0.955	1.5995
Обратные биортогональные	0.8063	0.9257	<b>1.6461</b>

### Заключение.

В работе выполнено сравнение трех методов слияния медицинских изображений, основанных на применении ДВП. Первый метод основан на использовании классического двухканального банка фильтров (ДВП) и одноуровневой декомпозиции изображения. Второй метод является улучшенным вариантом первого, в нем используется представление НЧ-коэффициентов ДВП в разреженном пространстве модулей максимумов вейвлет-преобразования (в работе он обозначен, как «ДВП+ММВП + NMS»). Третий метод также является улучшенной версией первого метода с представлением НЧ-коэффициентов в пространстве ММВП и последующим восстановлением с помощью метода сопряженных градиентов (обозначается как «ДВП+ММВП+CG»). В результате проведенных экспериментов с использованием 30 пар изображений КТ/МРТ установлено, что в среднем наилучшие метрики показывает подход «ДВП+ММВП+CG» с применением обратных биортогональных вейвлетов.

### Список литературы

- [1]. Хлесткин А. Ю. Методы формирования мультимодального изображения // Научные труды SWorld. – 2014. – Т. 4. – №. 4. – С. 14-18.
- [2]. Li S. et al. Pixel-level image fusion: A survey of the state of the art // Information Fusion. – 2017. – vol. 33. – P. 100-112.
- [3]. De Silva D. et al. Wavelet based edge feature enhancement for convolutional neural networks // Eleventh International Conference on Machine Vision (ICMV 2018). – SPIE, 2019. – P. 751-760.
- [4]. Qu G., Zhang D., Yan P. Medical image fusion by wavelet transform modulus maxima // Optics Express. – 2001. – Т. 9. – №. 4. – С. 184-190.
- [5]. Дворкович, В.П. Новый подход к использованию вейвлет-фильтров при обработке изображений / В.П. Дворкович, А.В. Гильманшин // Цифровая обработка сигналов – 2008 – № 1 – С. 37–42.
- [6]. Qu G., Zhang D., Yan P. Information measure for performance of image fusion // Electronics letters. – 2002. – vol. 38. – №. 7. – P. 313–315.
- [7]. The whole brain atlas [Электронный ресурс]. – 2023. – Режим доступа: <http://www.med.harvard.edu/aanlib/home.html>

## **USING DIFFERENT FAMILIES OF WAVELETS FOR TASK OF FUSION MEDICAL IMAGES BASED ON DISCRETE WAVELET TRANSFORM**

***I.S. Kuis***

*Student of faculty Computer systems and networks of BSUIR*

***M.I. Vashkevich***

*Associate Professor, Department of Computer Engineering of BSUIR, Doctor of Engineering, Associate Professor*

*Department of Information and Computer Systems Design*

*Faculty of Computer Engineering*

*Belarusian State University of computer science and Radio Electronics, Republic of Belarus*

*E-mail: alexvikt.minsk@gmail.com*

*Computer Engineering Department*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Belarus*

*E-mail: vashkevich}@bsuir.by*

**Abstract.** The paper presents various methods of combining medical images in the space of discrete wavelet transform coefficients (DWT). Fusion variants are also proposed that use the representation of the low-frequency component of the DWT in the region of the wavelet modulus maxima, in its sparse space and with reconstruction using the conjugate gradient method. The methods were compared using the normalized mutual information criterion for different families of wavelets.

**Keywords:** Image fusion, DWT, Non-maximal suppression, conjugate gradient method, image fusion quality estimation.