УДК 519.17

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ГРАФЫ»

М. В. ЛАМЧАНОВСКАЯ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск,
Республика Беларусь

Годом рождения нового раздела математики – теории графов – считается 1736 год, когда выдающийся математик, член Петербургской академии наук Леонард Эйлер, предложил решение задачи о кёнигсбергских мостах.

В своей «геометрии положений» он нашёл критерий существования эйлерова цикла в графе, хотя не использовал ни изображения графа, ни терминологию графов. В середине XIX века немецкий физик Густав Кирхгоф разработал теорию деревьев для исследования электрических цепей, а английский математик Артур Кэли, занимаясь задачей органической химии, открыл важный класс графов – деревья. С выходом в 1936 году книги Денеша Кёнига «Теория конечных и бесконечных графов» теория графов оформилась как отдельная математическая дисциплина.

В XX веке теория графов превратилась в один из наиболее бурно развивающихся разделов математики, что связано с появлением компьютеров и запросами стремительно расширяющейся области приложений. Теория графов представляет собой простой и в то же время мощный инструмент для установления соответствий между объектами, решения задачи упорядочивания объектов, построения моделей. С помощью графов можно решать следующие задачи: задачи сетевого планирования; задачи, возникающие при проектировании интегральных схем, при исследовании автоматов, логических цепей, блок-схем программ; проблемы построения систем связи и исследования процессов передачи информации; задачи выбора оптимальных маршрутов и потоков в сетях. Теория графов применяется в экономике, статистике, психологии, биологии и других областях. Теоретико-графовые методы широко используются в решении задач программирования. По мнению В. Н. Касьянова: «Модель программы в виде управляющего графа, модель арифметического выражения в виде ориентированного дерева, синтаксические деревья, деревья сортировки, сети Петри и другие теоретико-графовые конструкции внесли свой существенный вклад в развитие программирования и его автоматизации. Появление суперкомпьютеров и сетей и возникшая при этом проблема эффективной организации параллельных и распределенных вычислений над информационными массивами большого объема подтвердили тенденцию использования графов как наиболее эффективного средства автоматизации программирования» [1]. Широкое применение теории графов и алгоритмов на графах в программировании привело к тому, что теория графов входит в учебные планы университетов и технических университетов как раздел дискретной математики.

К сожалению, в школе изучается в основном непрерывная математика, а изучение дискретной математики заканчивается после знакомства с целыми числами. Несмотря на то, что теория графов не имеет громоздкого математического аппарата, проста в объяснении, её модели легки для восприятия в учебных программах по предметам «Математика» и «Информатика» полностью отсутствует даже элементарное понятие графа. Между тем ознакомление с понятием «граф» возможно не только в младшей школе, но даже в детском саду при установлении простейших соответствий [2]. Мельников О. И. в своей монографии [2] отмечает, что язык графов придает наглядность обучению и может быть использован для введения таких понятий, как отношения, связь, функция. Графы часто применяются при решении занимательных, олимпиадных задач, задач по комбинаторике [3]. Различные аспекты использования графов в средней школе рассмотрены в работе Л. Ю. Березиной [4]. С помощью графов можно описывать абсолютно различные объекты, имеющие одинаковые структурные свойства, строить математические модели, алгоритмы решения задач (блок-схемы).

Типовые учебные программы по учебной дисциплине «Математика» для учреждений образования, реализующих образовательные программы среднего специального образования (на основе общего базового образования и на основе общего среднего образования) [5] содержат раздел «Комбинаторика и теория графов», что соответствует принципам преемственности и непрерывности обучения математике на уровнях среднего специального и высшего образования. В результате учебной деятельности учащиеся должны знать понятие графа, способы его задания и простейшие свойства, знать понятия маршрута, связности, дерева для всех специальностей, кроме 2-40 01 01 и 2-39 03 02. Учащиеся специальности 2-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» и специальности 2-39 03 02 «Программируемые мобильные системы» должны:

– знать понятие графа, способы его задания и простейшие свойства;

– знать понятия ориентированного и неориентированного графов, плоского графа, планарного графа;

– уметь переходить от графического представления к матричному, и наоборот;

– знать понятия маршрута, цикла, связности;

– знать понятие дерева и его основные свойства;

– уметь решать простейшие задачи на нахождение маршрутов, циклов и длины маршрута в графе, а также задачи с использованием деревьев;

– уметь использовать графы для решения задач, в том числе с профессионально направленным содержанием.

Соответственно указанным типовым программам сотрудниками кафедры физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники разработано учебное пособие «Математика в примерах и задачах» [6], которое издано в 2022 году с грифом Министерства образования Республики Беларусь. Данное учебное пособие содержит теоретические сведения, решения типовых примеров и задания трёх уровней сложности по всем темам. При написании раздела «Теория графов» коллектив авторов столкнулся с некоторыми объективными методическими проблемами, основная из которых – проблема терминологии.

Терминология теории графов пока еще не установилась однозначно. Попытки ряда авторов унифицировать обозначения и упорядочить терминологию до сих пор не увенчались успехом. Большинство специалистов по теории графов употребляют в книгах, статьях и лекциях свою собственную терминологию. Даже само слово «граф» не является уникальным, и авторы определяют его по-разному. В Новосибирском государственном университете даже издан словарь по теории графов для программистов, в котором собраны используемые в литературе термины, как на русском, так и на английском языке [7].

Авторы учебного пособия [6] при выборе терминологии опирались на известные монографии и книги по теории графов, переведённые с английского, а также на публикации отечественных авторов [8, 9]. Были рассмотрены и проанализированы определения графа таких известных авторов, как К. Берж [10], О. Оре [11], Ф. Харари [12], Н. Кристофидес [13], Р. Басакер [14], У. Татт [15], Р. Дистель [16], В. А. Емеличев [8]. В этих книгах можно выделить два основных подхода. В первом из них даётся общее определение графа, и далее неориентированный и ориентированный графы рассматриваются как его частные случаи [10, 14]. При втором подходе отдельно вводится определение неориентированного графа и отдельно определение ориентированного графа [11–13, 15, 16]. Р. Басакер даёт сначала определение «геометрического графа» как геометрической конфигурации или структуры в пространстве, состоящей из множества точек, взаимосвязанных множеством непрерывных, самонепересекающихся кривых, аргументируя это тем, что «это позволит с самого начала получить удобное, наглядное представление различных понятий и структур, которые будут рассматриваться в дальнейшем». Такого же подхода придерживается Л. Ю. Березина, поскольку её пособие написано для учителей, а значит, целевой аудиторией являются школьники. Некоторые авторы определяют граф как совокупность (пару) двух множеств: множества вершин и множества рёбер (как множества двухэлементных подмножеств множества вершин) [8, 13, 16]. Другие авторы определяют граф как совокупность множества вершин и бинарного отношения, заданного на этом множестве [4, 11, 14], а в случае ориентированного графа – двух бинарных отношений [16]. Учитывая, что понятие бинарного отношения не входит в программу по математике среднего специального образования, авторы пособия [9] определяют граф следующим образом. «Граф G (V, E) определяется как совокупность двух множеств, где V – конечное непустое множество, E – подмножество из множества всех пар его элементов из V. Если множество ребер состоит из неупорядоченных пар, то граф называется неориентированным (неографом); если пары упорядочены – то ориентированным (орграфом)» [6].

Список литературы

1 *Касьянов, В. Н.* Графы в программировании: обработка, визуализация и применение / В. Н. Касьянов, В. А. Евстигнеев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 1104 с.

2 *Мельников, О. И.* Современные аспекты обучения дискретной математике / О. И. Мельников. – Минск : БГУ, 2002. – 120 с.
3 *Мельников, О. И.* Занимательные задачи по теории графов : учеб.-метод. пособие / О. И. Мельников. – Минск : ТетраСистемс, 2001. – 144 с.
4 *Березина, Л. Ю.* Графы и их применение : пособие для учителей / Л. Ю. Березина. – М. : Просвещение, 1979. – 143 с.
5 Типовые учебные программы по учебной дисциплине «Математика» для учреждений образования, реализующих образовательные программы среднего специального образования (на основе общего базового и общего среднего образования) / сост.: Л. И. Майсеня, Т. П. Вахненко, И. Ю. Мацкевич. – Минск : РИПО, 2015. – 132 с.
6 Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / Л. И. Майсеня [и др.] ; под общ. ред. Л. И. Майсени. – Минск : Выш. шк., 2022. – 454 с.
7 *Евстигнеев, В. А.* Словарь по графам в информатике / В. А. Евстигнеев, В. Н. Касьянов. – Новосибирск : Сибирское Научное Издательство, 2009. – 300 с.
8 Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]. – М. : Наука, 1990. – 384 с.
9 *Зыков, А. А.* Основы теории графов / А. А. Зыков. – М. : Вузовская книга, 2004. – 664 с.
10 *Берж, К.* Теория графов и её применения / К. Берж. – М. : Изд-во Иностранной литературы, 1962. – 320 с.
11 *Оре, О.* Графы и их применение / О. Оре. – М. : Мир, 1965. – 175 с.
12 *Харари, Ф.* Теория графов / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973. – 304 с.
13 *Кристофидес, Н.* Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М. : Мир, 1978. – 432 с.
14 *Басакер, Р.* Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. – М. : Наука, 1974. – 368 с.
15 *Татт, У.* Теория графов / У. Татт. – М. : Мир, 1988. – 424 с.
16 *Дистель, Р.* Теория графов / Р. Дистель. – Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2002. – 336 с.