

ПАРАДОКС МОНТИ ХОЛЛА: АНАЛИЗ, РЕШЕНИЕ И РЕАЛИЗАЦИЯ НА C++

Рассматривается один из известных математических парадоксов: "Парадокс Монти Холла". Предлагается его проверка вручную в виде имитации игры, а также в виде статистики. Также предлагается анализ побед в случае смены и оставления выбора.

ВВЕДЕНИЕ

Парадокс Монти Холла — одна из известных задач теории вероятностей, решение которой, на первый взгляд, противоречит здравому смыслу. Задача формулируется как описание гипотетической игры, основанной на американском телешоу «Let's Make a Deal», и названа в честь ведущего этой передачи.

I. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Представьте, что вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трех дверей. За одной из дверей находится автомобиль, за двумя другими дверями — козы. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится автомобиль, а где — козы, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой находится коза. После этого он спрашивает вас, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2. Увеличатся ли ваши шансы выиграть автомобиль, если вы примете предложение ведущего и измените свой выбор.

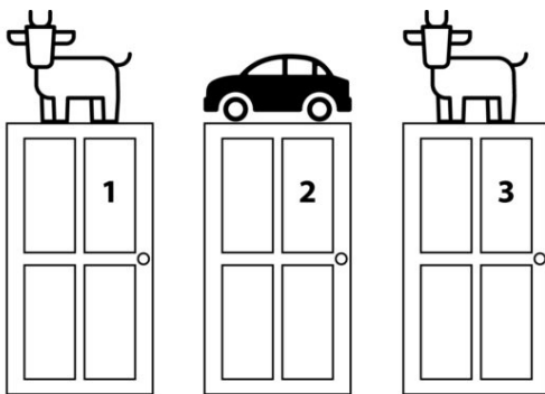


Рис. 1 – Иллюстрация игры

II. РЕАЛИЗАЦИЯ НА C++

Первая часть программы выполнена в виде имитации игры, где были использованы знания, полученные из курса ОАИП. Первым делом описывается краткая суть парадокса, 3 двери и предоставляется выбор одной из дверей. После того, как выбор был сделан, на одной из дверей пропадает её номер, это означает, что дверь открыта и за ней ничего нет. После этого нам предо-

ставляется выбор: изменить выбор или нет. После этого определяется, выиграли вы или нет. Если вы выиграли, то выводится "Поздравляю! Вы выиграли машину! если нет, то "Вы проиграли! В следующий раз повезёт!". Далее даётся выбор поиграть ещё, если вы отказываетесь, то выводится количество и процент побед и поражений.

```
cout << "Сделайте выбор (1, 2, или 3): ";
cin >> choice;
open = rand() % 3;
while (open == car || open == choice) {
    open = rand() % 3;
}
cout << "+-----+" << endl;
if (open == 0) cout << "| " << " "; else cout << "| " << getDoorSymbol(0);
if (open == 1) cout << " | " << " "; else cout << " | " << getDoorSymbol(1);
if (open == 2) cout << " | " << " "; else cout << " | " << getDoorSymbol(2);
cout << " |" << endl;
cout << "+-----+" << endl;
cout << "Желаете ли вы поменять свой выбор? (1 = Да, 0 = Нет): ";
cin >> switchDoor;
if (switchDoor == 1) {
    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        if (i != choice && i != open) {
            choice = i;
            break;
        }
    }
}
if (door[choice] == door[car]) {
    cout << endl << "Поздравляю! Вы выиграли машину!" << endl;
    winCount++;
}
else {
    cout << endl << "Вы проиграли! В следующий раз повезёт!" << endl;
    loseCount++;
}
}
```

Рис. 2 – Фрагмент кода программы

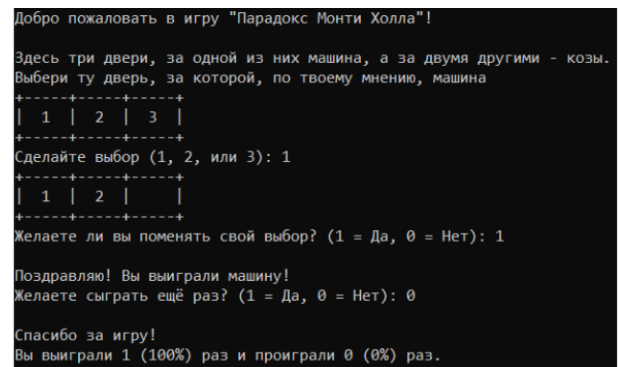


Рис. 3 – Консоль программы

Вторая часть программы реализована в виде статистики, где всё за нас делает компьютер. Сразу мы задаём количество игр, а после выводится количество побед при оставлении выбранной двери и побед при смене выбранной двери.

```

// симуляция игры при оставлении выбора
for (int i = 0; i < num_trials; ++i) {
    const int winning_door = rand() % 3; // выбор случайной двери с призом
    int chosen_door = rand() % 3; // игрок выбирает случайную дверь

    if (chosen_door == winning_door) {
        stay_wins++; // если игрок остался при своем выборе и победил
    }
}

// симуляция игры при смене выбора
for (int i = 0; i < num_trials; ++i) {
    const int winning_door = rand() % 3; // выбор случайной двери с призом
    int chosen_door = rand() % 3; // игрок выбирает случайную дверь

    int revealed_door;
    do {
        revealed_door = rand() % 3; // открытие одной из оставшихся дверей без приза
    } while (revealed_door == winning_door || revealed_door == chosen_door);
}

```

Рис. 4 – Фрагмент кода программы

```

Сколько хотите игр? 10000
Парадокс Монти Холла:
Побед при оставлении выбранной двери: 3402 (34.02%)
Побед при смене выбранной двери: 6655 (66.55%)

```

Рис. 5 – Консоль программы

III. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Можно использовать условную вероятность для подтверждения этого результата. Обозначим А как событие, что автомобиль находится за дверью, которую выбрал игрок. Обозначим В как событие, что ведущий открывает дверь с козой, за которой нет автомобиля. Тогда, вероятность выигрыша при первоначальном выборе двери А равна $P(A) = 1/3$, а вероятность того, что ведущий откроет дверь В, при условии, что автомобиль находится за дверью А, равна $P(B|A) = 1/2$.

При изменении выбора двери, вероятность выигрыша равна вероятности того, что автомобиль находится за дверью, которую игрок выберет во второй раз. Обозначим С как событие, что автомобиль находится за дверью, которую игрок выберет во второй раз. Тогда, вероятность выигрыша при изменении выбора двери С равна $P(C) = 2/3$, а вероятность того, что ведущий откроет дверь В, при условии, что автомобиль находится за дверью С, равна $P(B|C) = 1$.

Используя формулу условной вероятности, можно вычислить вероятность того, что автомобиль находится за дверью С, при условии, что ведущий открыл дверь В и игрок изменяет свой выбор:

$$P(C|B) = \frac{P(B|C)P(C)}{[P(B|A)P(A) + P(B|C)P(C)]} = \frac{1 \cdot 2/3}{[1/2 \cdot 1/3 + 1 \cdot 2/3]} = 2/3.$$

Радюк Евгений Александрович, студент 1 курса факультета информационной безопасности, raduk-2005@mail.ru.

Научный руководитель: Кукин Дмитрий Петрович, заведующий кафедрой вычислительных методов и программирования БГУИР, кандидат технических наук, доцент, kukin@bsuir.by.

Таким образом, математические расчеты подтверждают, что вероятность выигрыша увеличивается до $2/3$, если игрок изменяет свой выбор и выбирает другую дверь после того, как ведущий открыл одну из оставшихся дверей. Этот результат может показаться неправильным на первый взгляд, но он подтвержден многими исследованиями и является одним из наиболее известных примеров того, как математические методы могут противоречить интуитивному пониманию.

IV. ОТВЕТ К ЗАДАЧЕ

На первый взгляд может показаться, что вероятность выигрыша не изменится, если игрок изменит свой выбор, ведь есть всего три двери, и при любом выборе шанс выиграть автомобиль равен $1/3$. Однако это не совсем так. Если игрок действует по стратегии «изменить выбор». Тогда проиграет он только в том случае, если изначально выберет автомобиль. А вероятность этого — одна треть. Следовательно, вероятность выигрыша: $1 - 1/3 = 2/3$. Если же игрок действует по стратегии «не менять выбор», то он выиграет тогда и только тогда, когда изначально выбрал автомобиль. А вероятность этого — одна треть.

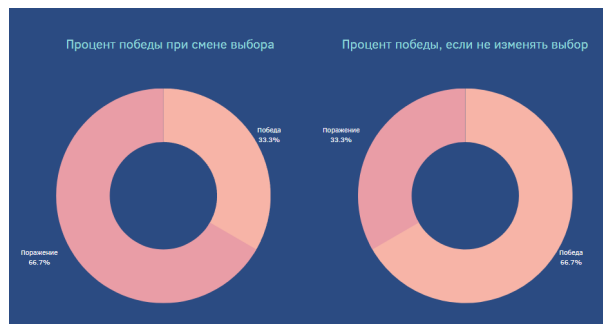


Рис. 6 – Консоль программы

Вывод

В итоге правильным ответом к этой задаче является следующее: да, шансы выиграть автомобиль увеличиваются в два раза, если игрок будет следовать совету ведущего и изменит свой первоначальный выбор.