ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПАТТЕРНОВ СБОРКИ МОДЕЛЕЙ ОРИГАМИ И АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ИХ ПЛОСКОСКЛАДЫВАЕМОСТИ

Путято М.В.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Парамонов А. И. – канд. техн. наук, доцент

Рассмотрены известные решения и предложена методика построения паттернов сборки моделей оригами. Рассмотрены известные методы оценки плоскоскладываемости паттерна сборки моделей оригами. Предложен алгоритм оценки плоскоскладываемости паттерна сборки.

Оригами – искусство и наука складывания моделей из бумаги. Помимо широко известных способов сложения моделей оригами при помощи пошаговых схем складывания, существуют альтернативный способ сложить модель – использовать паттерн сборки. Паттерн сборки – один из видов диаграмм оригами, представляющий собой чертёж, на котором изображены все складки базовой формы модели. Хотя результат проектирования паттерна более компактен, процедура его формирования не менее сложна, чем проектирование сотен шагов схемы.

В данной статье предложена методика проектирования паттерна сборки моделей оригами и алгоритм оценки плоскоскладываемости паттерна на основе теорем математики складывания бумаги. Обзор источников по теме показал, что строгого стандарта описания паттерна на данный момент не существует, но можно точно выделить два основных вида складок: горы и долины. Процедура нанесения на чертеж линий сгибов не представляет особой сложности, так как тип сгиба (гора или долина) известен автору заранее. Существуют правила, которые определяют набор операций, которые можно произвести над листом бумаги. Эти правила представляют собой 7 аксиом, более известных как правила Фудзиты [1]:

– пусть заданы две точки *p1* и *p2*, тогда лист можно сложить так, что данные две точки будут лежать на складке;

– пусть заданы две точки *p1* и *p2*, тогда лист можно сложить так, что одна точка перейдёт в другую;

– пусть заданы две прямые *l1* и *l2*, тогда лист можно сложить так, что одна прямая перейдёт в другую.;

– пусть заданы прямая *l1* и точка *p2,* тогда лист можно сложить так, что точка попадёт на складку, а прямая перейдёт сама в себя (то есть линия складки будет ей перпендикулярна);

– пусть заданы прямая *l1* и две точки *p1* и *p2,* тогда лист можно сложить так, что точка *p2* попадёт на складку, а *p1* – на прямую *l1;*

– пусть заданы две прямые *l1* и *l2* и две точки *p1* и *p2*, тогда лист можно сложить так, что точка *p1* попадёт на прямую *l1*, а точка *p2* попадёт на прямую *l2;*

– пусть заданы две прямые *l1* и *l2* и точка *p1*, тогда лист можно сложить так, что точка *p1* попадёт на прямую *l1,* а прямая *l2* перейдёт сама в себя (то есть линия складки будет ей перпендикулярна).

Эти правила могут быть использованы в качестве возможных вариантов нанесения складок на паттерн и реализованы в программном средстве.

Когда складывание оригами позиционируется как геометрическая задача, предполагается, что модель может быть сложена в плоском виде. Плоское складывание – складывание модели таким образом, чтобы она была плоской и при этом ее целостность не была нарушена путем разрезания, склеивания и других подобных операций. В основе классического складывания всегда стоит единственный лист бумаги (в большинстве случаев квадратный).

Существуют несколько необходимых, но не достаточных условий плоскоскладываемости паттерна. Эти правила описывают углы между сгибами и присваивание сгибу типов (гор или долин). Задача о плоскоскладываемости одной вершины поддается решению с помощью нескольких важнейший теорем. Среди них можно отметить теорему Маэкавы [2], а также теорему Кавасаки [3].

Теорема Кавасаки гласит, что сумма чередующихся углов, образованных складками вокруг вершины, должна быть равна 180 градусам для того чтобы паттерн мог быть сложен в плоской форме. Рассмотрим пример на рисунке 1.

Согласно данному рисунку, имеет место следующее выражение:

$$a + c + e = b + d + f \quad (1)$$

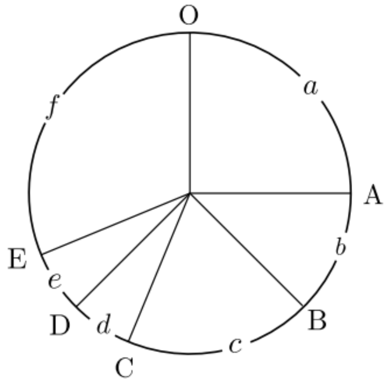

Рисунок 1 – Паттерн одной вершины со складками

Однако стоит заметить, что данная теорема не учитывает тип складок, которые используются. Правило для типов складок описывается в теореме Маэкавы. Теорема Маэкавы гласит, что количество складок-гор и количество складок-долин одной вершины должны отличаться на 2, чтобы паттерн мог быть сложен в плоской форме.

На рисунке 2 представлены два паттерна: первый паттерн удовлетворяет теореме Маэкавы, а второй нет. Если попробовать сложить данные паттерны, можно убедиться в корректности вышеописанной теоремы.

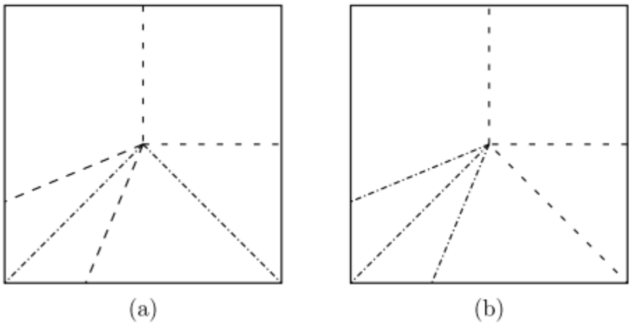

Рисунок 2 – Паттерн сборки, удовлетворяющий теореме Маэкавы, (слева) и паттерн, не удовлетворяющий ей (справа)

Если паттерн состоит из единственной вершины, то можно сказать, что он плоскоскладываемый, если удовлетворяет двум вышеописанным теоремам. Однако было доказано, что определение, является ли определенный паттерн сборки складываемым в плоском виде, является NP-полной задачей [4]. Ситуация, когда случайным образом сформированный паттерн является плоскоскладываемым редка. Однако зачастую в определении глобальной плоскоскладываемости паттерна нет необходимости, так как почти всегда автор проектирует паттерн на основе уже сложенной модели или на основе хорошо известных базовых форм. Тем не менее, корректность паттерна может быть оценена одним из необходимых условий глобальной плоскоскладываемости, а именно условием локальной плоскоскладываемости. Примем такое определение, что паттерн является локально плоскоскладываемым, если каждая его вершина является плоскоскладываемой. Таким образом, используя теорему Кавасаки и теорему Маэкавы, можно однозначно утверждать является ли паттерн локально плоскосладываемым. Этого вполне достаточно, если идет проектирование паттерна уже сложенной в плоском виде модели, поскольку проектирование паттерна происходит уже после того, как автор собрал модель.

В рамках исследований по теме был проведен анализ существующих теорем в области математики складывания бумаги. На основе анализа подходов предложено использование авторской методики проектирования паттерна сборки моделей оригами на основе правил Фудзиты. Для дальнейшей программной реализации сборки был составлен алгоритм оценки плоскоскладываемости паттерна, на основе определения его локальной плоскоскладываемости с помощью теорем Кавасаки и Маэкавы.

Список использованных источников:

1. Robert J. Lang. Huzita-justin axioms. Robert J. Lang Origami. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http: //www.langorigami.com/article/huzita-justin-axioms – Дата доступа: 01.04.2023.

2. Thomas C. Hull. The combinatorics of flat folds: a survey. In Origami. AK Peters, 2002. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://arxiv.org/abs/1307.1065. – Дата доступа: 01.04.2023.

3. Roses, Origami & Math / Toshikazu Kawasaki // Japan Publications Trading Company. – 1998. – Vol. 19. – P. 136–173.

4. The complexity of flat origami / M. Bern, B. Hayes // In Proceedings of the 7th ACMSIAM Symposium on Discrete Algorithms. – 1996. – P. 175–183.