

МЕТОДЫ ОТОБРАЖЕНИЯ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА НА ПРИМЕРЕ ВИДЕОИГР

Новиков В.А., студент гр.253504, Давыдовский Д.В., студент гр.253504

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Стройникова Е. Д. – ст. преп. кафедры информатики

Аннотация. Данная научная работа посвящена методам отображения четырехмерных пространств на примере видеоигр. В работе проводится теоретический обзор, включающий понятие четырехмерного пространства, основные методы отображения четырехмерных пространств, используемых в игровой индустрии. В результате исследования были рассмотрены методы отображения четырехмерных пространств в нескольких видеоиграх. Работа может быть полезна для разработчиков видеоигр и специалистов в области компьютерной графики, интересующихся различными методами отображения четырехмерных пространств.

Ключевые слова. Методы отображения, четырехмерное пространство, видеоигры, компьютерная графика, игровая индустрия.

Введение

Четырехмерное пространство, хотя и не может быть визуализировано в реальном мире, является важной областью математики и физики. В последнее время его применение расширилось и нашло применение в различных областях, включая видеоигры. Однако, отображение четырехмерного пространства в трехмерном мире, таком как в видеоиграх, представляет собой сложную задачу.

Цель данной научной работы - изучить методы отображения четырехмерного пространства на примере видеоигр. Для достижения этой цели, будут рассмотрены основные методы отображения четырехмерных пространств, используемые в игровой индустрии, а также основные принципы и технологии, используемые в видеоиграх.

В ходе исследования будут выбраны определенные видеоигры и методы отображения, проведены тесты и оценены результаты. Данная работа позволит определить наиболее эффективные методы отображения четырехмерного пространства в контексте видеоигр и даст рекомендации для дальнейших исследований в данной области.

Работа может быть полезна для специалистов в области игровой индустрии, а также для ученых, интересующихся визуализацией четырехмерного пространства.

Геометрия евклидовых пространств

В трехмерном пространстве с заданной системой координат точки и векторы характеризуются тремя координатами, в четырехмерном пространстве аналогично – четырьмя, что приведено на рисунке 1.

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}.$$

Рисунок 1 – Четырехмерный вектор.

Четыре стандартных базисных вектора будут выглядеть так, как показано на рисунке 2.

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{e}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Рисунок 2 – Базисные вектора.

Общий вектор показан на рисунке 3.

$$\mathbf{a} = a_1 \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2 + a_3 \mathbf{e}_3 + a_4 \mathbf{e}_4.$$

Рисунок 3 – Общий вектор.

Для выполнения операций сложения и вычитания векторов в любом количестве измерений, необходимо проводить их покомпонентно. Аналогично, для вычисления скалярного произведения 4-векторов используется формула, приведенная на рисунке 4.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4.$$

Рисунок 4 – Сложение векторов.

Расчет угла между двумя векторами производится так же, как и для трехмерного пространства, что приведено на рисунке 5.

$$\theta = \arccos \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\| \cdot \|\mathbf{b}\|}.$$

Рисунок 5 – Нахождение угла между векторами.

Норма вектора в любом количестве измерений может быть выражена через квадратный корень из скалярного квадрата этого вектора, так же, как это делается в трехмерном случае. В отличие от трехмерной геометрии, в четырех измерениях не существует прямого аналога векторного произведения. Вместо этого, можно использовать бивектор внешнего произведения для выполнения аналогичных операций.

Визуализация четырехмерных тел в трехмерном пространстве.

Когда речь идет о отображении четырехмерного пространства, существует несколько методов, которые могут быть использованы. Одни из них основаны на визуализации четырехмерных объектов в трехмерном пространстве, а другие на математических алгоритмах, которые позволяют сделать проекцию четырехмерного пространства на более низкую размерность.

Проекция - это способ представления n-мерных фигур на картинном подпространстве через геометрическую идеализацию оптических механизмов. Проекция может быть выполнена на параллельное или центральное подпространство, или на гиперплоскость n-1 при использовании стереографических проекций. Часто используются параллельные проекции, где проекционные лучи параллельны, а также центральные проекции, где лучи исходят из некоторой точки. При проекции четырехмерных фигур, проектирование происходит на трехмерное пространство, которое имеет размерность на единицу меньше, чем само пространство, в котором находится проектируемая фигура. Стереографическая проекция является центральной проекцией, которая отображает n-1-сферу n-мерного шара на гиперплоскость n-1. Пример приведен на рисунке 6.

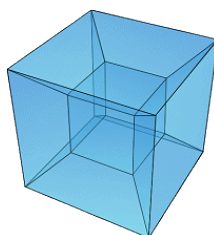


Рисунок 6 – Трехмерная проекция гиперкуба(тессеракта)

Сечение - это изображение фигуры, которая образуется, когда тело пересекается плоскостью, без изображения частей тела, находящихся за этой плоскостью. Аналогично созданию двумерных сечений трехмерных объектов, можно создавать трехмерные сечения четырехмерных тел. Однако, в отличие от двумерных сечений, трехмерные сечения могут иметь более разнообразные формы, поскольку они могут иметь разное количество граней и сторон у каждой грани сечения. Создание трехмерных сечений более сложный процесс, чем создание проекций, поскольку требуется логическое рассмотрение каждого конкретного случая. Пример приведен на рисунке 7.



Рисунок 7 – Сечение гиперкуба и гиперсферы

Развёртка гиперповерхности - это фигура, которая появляется в гиперплоскости (подпространстве), когда точки данной гиперповерхности совмещаются с этой плоскостью таким образом, чтобы длины линий оставались неизменными. Как и трёхмерные многогранники, которые могут быть созданы из бумажных развёрток, многомерные тела могут быть представлены в виде развёрток своих гиперповерхностей. Пример приведен на рисунке 8.

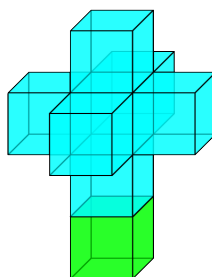


Рисунок 8 – Развертка гиперкуба(тессеракта)

Применение методов визуализации четырехмерных тел в видеоиграх.

1. 4D Toys

Метод отображения сечением применен в игре 4D Toys. Это игра-песочница, которая позволяет исследовать четвертое измерение, а также понять некоторые концепции математики и физики.

Игра была разработана и выпущена в 2016 году студией Osmo. Она представляет собой коллекцию трехмерных объектов, которые можно вращать и изменять в реальном времени. 4D Toys также позволяет перемещаться по четвертому измерению, что позволяет увидеть, как объекты изменяются и взаимодействуют в этом измерении.

Игроки могут экспериментировать с различными формами и структурами, а также изменять физические параметры, такие как скорость и гравитацию, чтобы увидеть, как это влияет на объекты в четвертом измерении. Например, можно создавать петли и дуги, которые выглядят невозможными в трех измерениях, но становятся возможными в четвертом.

На рисунке 9 мы можем заметить два кольца, которые, как может показаться, нельзя разъединить. Но поскольку это не трехмерные фигуры, а сечение четырехмерных фигур в трехмерном пространстве, то при изменении сечения фигуры уже оказываются не замкнутыми друг в друге. Результат на рисунке 10.

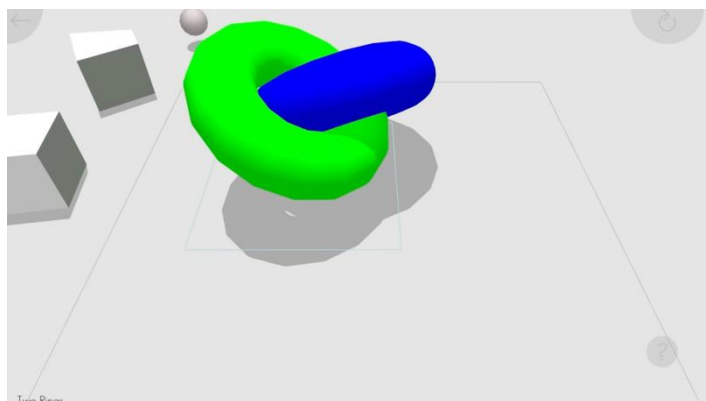


Рисунок 9 – Кольца до изменения сечения.

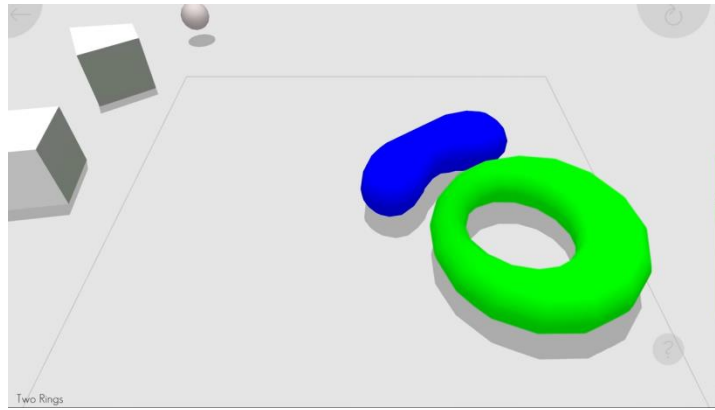


Рисунок 10 – Кольца после изменения сечения.

На рисунке 11 мы видим две фигуры, но на самом деле их больше. При изменении сечения появляются другие фигуры, которые существовали все это время, но заметить мы их смогли только при изменении сечения. Результат на рисунке 12.

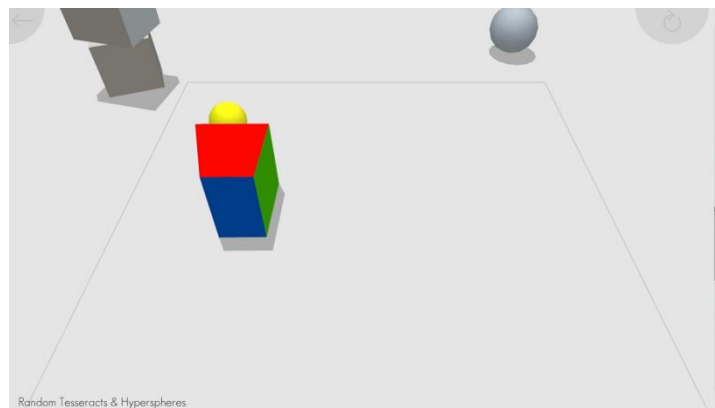


Рисунок 11 – Две фигуры(гиперкуб и гиперсфера).

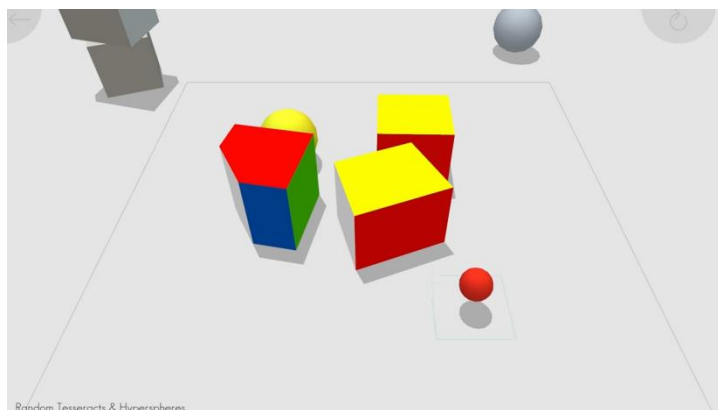


Рисунок 12 – Результат изменения сечения.

4D Toys предлагает интересное и простое в использовании введение в понятие четвертого измерения, и позволяет игрокам более глубоко понять принципы математики и физики, связанные с этой темой.

2. Miegakure

"Miegakure" - это инди-игра, разработанная Марком Брауном, которая позволяет игрокам исследовать мир, содержащий четыре измерения. Игра была выпущена в 2020 году после более чем десяти лет разработки. Механика игры так же как и в 4D Toys основана на методе отображения сечением.

В "Miegakure" игроку предстоит решать различные головоломки и исследовать четырехмерное пространство. Игрок управляет маленьким созданием, которое может перемещаться по трем измерениям, но также может изменять сечение четвертого измерения, чтобы получить доступ к новым областям игрового мира и решить сложные головоломки.

Примером взаимодействия с 4 измерением можно считать уровень, в котором перед нами расположена стена, обойти которую не представляется возможным. Однако не стоит забывать, что игра в четырехмерном пространстве. Если мы изменим сечение, то мы сможем обойти стену, что изображено на рисунках 13, 14, 15.



Рисунок 13 – Стена.



Рисунок 14 – Изменение сечения.



Рисунок 15 – Обход стены после изменения сечения.

3. 4D Maze Game

Игра 4D Maze Game разработана Джоном Макинтошем в 2002 году и предоставляет возможность исследовать 4-х мерный лабиринт. В этой игре используется метод проекции, а также имеется стереоскопический вид для более удобного восприятия лабиринта, что показано на рисунке 16.

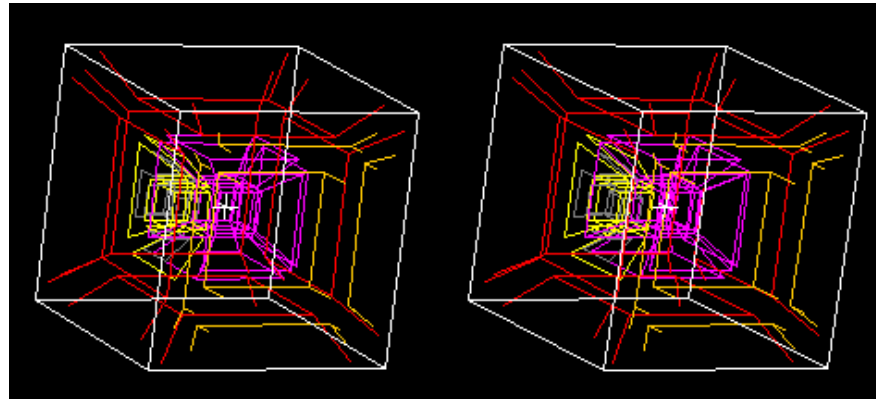


Рисунок 16 – 4D Maze Game.

В 4-х мерном лабиринте у нас есть возможность передвижения по всем четырем осям. Так как проекция четырехмерного лабиринта может быть довольно тяжелой для восприятия, имеется возможность пройти 3-х мерный лабиринт, что показано на рисунке 17.

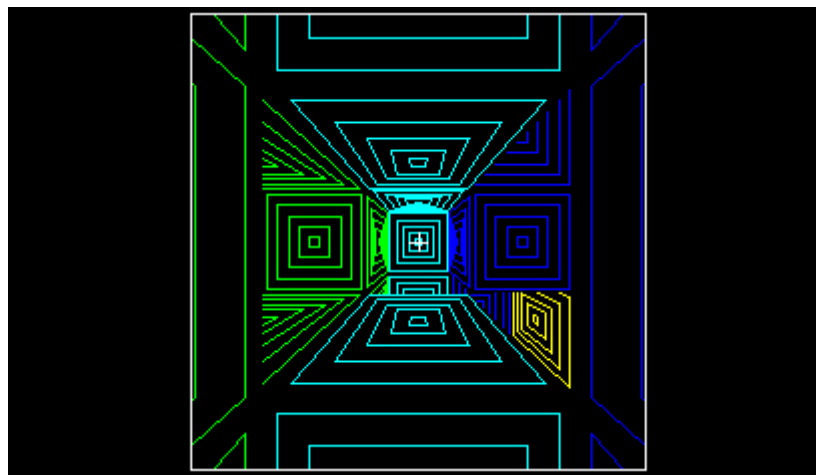


Рисунок 17 – 3-х мерный лабиринт.

Данная игра хорошо справляется с задачей визуализации проекции четырехмерного пространства на трехмерное, что позволяет человеку наглядно понять как работает четвертое измерение.

Заключение.

На данный момент использование 4-х мерной графики в видеоиграх мало распространено. Причин этому несколько. Одна из них это ограничения в мощностях нынешних компьютеров, что не позволяет создавать полноценные игры с открытыми мирами или игры от первого лица, которые бы использовали 4-е измерение. Еще одной причиной может послужить сложность восприятия человеком 4-го измерения, поэтому видеоигры с его использованием не обладают популярностью. Но не исключено, что в будущем мы будем все чаще и чаще сталкиваться с использованием 4-го измерения как в видеоиграх, так и в других сферах предоставления информации.

Однако, тема n-мерных пространств имеет свою популярность в искусстве(архитектура, кинематограф, научная фантастика и т.д.), поэтому весьма вероятно, что эта тема может найти свое применение в видеоиграх в большем масштабе, чем это есть сейчас.

Также стоит отметить, что разработка методов отображения четырехмерных пространств в видеоиграх может иметь большое значение для дальнейшего развития технологий. Такие методы могут быть использованы для создания новых форм виртуальной реальности, где игроки могут полностью погрузиться в мир игры и взаимодействовать с ним на более высоком уровне.

Кроме того, использование четырехмерных пространств может помочь улучшить и расширить интерактивные возможности игр. Например, игроки могут использовать временные перемещение в четвертый измерение, чтобы изменить игровой процесс или создать новые стратегии.

Таким образом, разработка методов отображения четырехмерных пространств в видеоиграх может иметь долгосрочное значение для игровой индустрии и технологий в целом.

Список использованных источников:

1. Владимиров Ю. С. *Пространство-время: явные и скрытые размерности*. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. — 208 с. — (Наука — всем! Шедевры научно-популярной литературы). — ISBN 978-5-397-01072-6.

2. Ибаньес, Рауль. *Четвёртое измерение. Является ли наш мир тенью другой Вселенной?*. — М.: Де Агостини, 2014. — 160 с. — (Мир математики: в 45 томах, том 6). — ISBN 978-5-9774-0631-4.

3. Coxeter, H.S.M. (1973) [1948]. *Regular Polytopes* (3rd ed.). New York: Dover.

UDC 004.942

METHODS FOR DISPLAYING A FOUR-DIMENSIONAL SPACE ON THE EXAMPLE OF VIDEO GAMES

Novikov V. A., student gr.253504, Davydovskii D. V., student gr.253504

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Stroinikova E. D. – Art. Prep. of the Department of Informatics

Annotation. This scientific work is devoted to methods for displaying four-dimensional spaces on the example of video games. The paper provides a theoretical review, including the concept of four-dimensional space, the main methods for displaying four-dimensional spaces used in the gaming industry. As a result of the study, methods for displaying four-dimensional spaces in several video games were considered. The work may be useful for video game developers and computer graphics specialists interested in various methods for displaying four-dimensional spaces.

Keywords. Display methods, four-dimensional space, video games, computer graphics, game industry.