УДК 378.147:519.63

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОНИМАНИЯ В ОБУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

Н. В. МИХАЙЛОВА
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

В теории обучения высшей математике одним из базовых элементов является категория «понимание». Современные когнитивно-дидактические исследования исходят из положения о том, что обучение – это не только приобретение студентами нового для них знания, но и попытки понять его смысл, общую идею в структуре всей математики как науки с целью формирования собственной системной и многообразной «математической картины мира» [1]. Большое значение приобретает при этом мотивация понимания, которая является не только педагогической, но и не в меньшей степени психологической проблемой. Решению проблемы мотивации понимания в процессе обучения высшей математике может способствовать адаптация учебного материала к уровню математической подготовки студентов, а также модернизация курса высшей математики технического университета с использованием релевантных информационных и педагогических технологий [2]. Понимание математики разных уровней строгости и сложности нацелено на формирование инновационного мышления студентов.

Сущность понимания как методологической компоненты процесса обучения составляет сформированная способность обучающегося к установлению взаимосвязей между различными объектами разделов и теорий высшей математики. Рассматриваемое в таком аспекте понимание в практике преподавания высшей математики согласуется с принципом «снежного кома», когда новый математический материал «ложится» на предварительно обоснованные и усвоенные знания. «Образовательная функция понимания в познании проявляется, прежде всего, в осмыслении знания, имеющего проблемный характер, и для выяснения того, почему что-то в математике непонятно, как было получено именно такое знание, какие еще проблемные ситуации оно может прояснить» [3, с. 5]. Понимающее усвоение проходит этапы от конкретного фрагментарного усвоения основных характеристик изучаемого математического объекта до их обобщения, формируя системное понимание математического знания и активируя креативные способности студентов к самостоятельному поиску новых способов решения задач.

Первый шаг к осмысленному пониманию состоит в осознании сущности математических понятий. Так, в курсе «Численные методы» важно усвоить специфику понятия погрешности, ее роль и значимость в численных методах решения задач. При изучении раздела «Элементы теории погрешности» можно отметить, что начальный уровень понимания формируется посредством задач на вычисление абсолютной и относительной погрешностей на основе определений этих понятий, связанных с их формализацией. Например: вычислите абсолютную и относительную погрешности при округлении числа $0{,}81^2$ до двух значащих цифр. Следующий уровень более «продвинутого» понимающего усвоения формируется посредством решения задач, имеющих в определенной мере проблемный характер и отражающих качественную сторону отличия этих видов погрешностей.

Например: определите, какое из равенств точнее: $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ или $\sqrt{3} \approx 1{,}732$. И наконец, более глубокое понимание связано с поиском решения содержательных задач на вычисление оценок погрешностей различных численных методов и определение точности этих методов.

Например: вычислите интеграл $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ по формуле Симпсона с точностью до $\Delta = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$.

Этот уровень ориентирован на формирование и закрепление понимания того, что численные методы – это приближенные методы решения задач, имеющие отличительные от точных аналитических методов особенности, при этом степень приближения и точности полученного решения является его важной и существенной характеристикой.

В задачах численных методов на отыскание решения систем линейных алгебраических уравнений начальный уровень понимания сути методов – это усвоение формализма, то есть способов вывода и самих формул, например, формул метода простой итерации или метода Зейделя. Следующий уровень понимания связан с понятиями хорошо и плохо обусловленной системы уравнений и способами решения плохо обусловленных систем. Далее следуют задачи на понимание условий и скорости сходимости итерационного процесса, анализ ошибок и оценки погрешности применяемого метода, нацеленные на формирование целостных представлений студента о взаимосвязях между разделами численных методов, математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

Рассмотрим некоторые примеры, иллюстрирующие вышесказанное.

Найдите решение СЛАУ методом простой итерации, проведя пять итераций:

$$1)\ \begin{cases} 25x_1 + x_2 - 3{,}5x_3 = 5 \\ 9{,}4x_2 - 3{,}4x_3 = -3 \\ x_1 - x_2 + 7{,}3x_3 = 0 \end{cases}; \quad 2)\ \begin{cases} 2x_1 - 1{,}8x_2 + 0{,}4x_3 = 1 \\ 3x_2 + 2x_2 - 1{,}1x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 7{,}3x_3 = 0 \end{cases}.$$

Для педагога очевидно, что первая система уравнений хорошо обусловлена. Студенту для отыскания ее численного решения достаточно лишь усвоить соответствующий формализм метода и следовать условию примера. Чтобы правильно решить вторую систему уравнений знания одних только формул метода простой итерации уже будет недостаточно, так как система плохо обусловлена. При этом студенту потребуется вначале установить этот факт, а затем преобразовать систему, что возможно лишь в случае, когда он понимает источники возможных ошибок в решениях математических моделей, к которым относится и СЛАУ. В противном случае следование только формализму метода может привести к очень большим погрешностям в решении. Если затем еще во второй системе заменить требование количества проводимых итераций указанием на нахождение приближенного решения системы с требуемой точностью, возможно продвинуться еще дальше к цели более глубокого осознанного понимания сути решаемых с помощью СЛАУ задач. Подобно рассмотренным, можно подобрать задачи из других разделов численных методов: интерполирование функций, численное интегрирование, численное решение нелинейных уравнений и др.

«Постижение смысла математического понятия, приведение примеров и отбор контрпримеров, раскрывающих целостность и системность математического содержания, являются необходимым условием понимания в математике как инновационного средства, понимающего усвоения знания…» [3, с. 7–8]. Уровень понимания изучаемых разделов высшей математики студентами технического университета обусловлен не только их базовыми знаниями, но и математической и дидактической культурой преподавателя математики, включающей способность выстраивания разноуровневой образовательной стратегии усвоения учебного материала. Высокий уровень дидактической культуры педагога на основе предварительного анализа степени математической подготовки студентов в группе и специфики изучаемого раздела математики позволяет ему определиться с педагогическими целями и кругом практических задач, реализующих задачи обучения.

Список литературы

1 *Михайлова, Н. В.* Когнитивная сущность математической картины мира и проблема понимания математического знания / Н. В. Михайлова // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2022. – № 2. – С. 17–21.

2 *Еровенко, В. А.* Методические функции примеров и контрпримеров в когнитивно-рефлексивном стиле понимания высшей математики / В. А. Еровенко, В. А. Прокашева // Математические структуры и моделирование. – 2020. – № 3. – С. 97–100.

3 *Михайлова, Н. В.* Методологическая функция сущности понимания и обоснования математики в инновационной концепции образования / Н. В. Михайлова // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2019. – № 4. – С. 45–51.