В. С. Бабаев, Н. А. Данилина

Задачи с экстремальными значениями физических величин по теме «Механика» высокого уровня сложности

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет,
г. Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. *В работе рассматривается один из типов нестандартных физических задач – задачи с экстремальными значениями физических величин. Приведены примеры задач указанного типа высокого уровня сложности по теме «Механика». Обсуждаются физические причины достижения той или иной величиной экстремального значения. Рассмотрены подходы к решению задач.*

Ключевые слова: нестандартные физические задачи; физические задачи с экстремальными значениями физических величин; физические задачи высокого уровня сложности по теме «Механика»

Одним из типов нестандартных физических задач являются задачи с экстремальными значениями физических величин [1, 2].

В работе [3] проведен анализ типов задач повышенного уровня сложности с экстремальными (максимальными и минимальными) значениями физических величин в разделе «Механика», взятых из учебного пособия [4]. В данной работе рассмотрены такие задачи высокого уровня сложности, взятые из этого же учебного пособия [4].

Среди 121 задачи высокого уровня сложности по механике в 23 (19%) из них содержится термин «максимальное» или «минимальное» значение той или иной физической величины. Обсуждаются физические условия, при которых физическая величина достигает экстремального значения. Рассмотрены подходы к решению этих задач

В задачах 11 и 13 наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой линии, причем известен угол между плоскостями. Из точки пересечения плоскостей скользит вверх по наклонной плоскости маленькая шайба. Заданы начальная скорость шайбы и начальный угол вектора скорости к указанной линии. В задаче 11 требуется найти *максимальное расстояние*, на которое шайба удалится от прямой линии в ходе подъёма по наклонной плоскости. В задаче 13 надо определить максимальное расстояние, на которое шайба удалится от горизонтальной плоскости в ходе подъёма по наклонной плоскости. Эти максимальные расстояние достигается в верхней точки траектории движения шайбы (рассматриваемой как материальная точка) по наклонной плоскости. В этой точке вертикальная составляющая скорости шайбы достигает минимальное значение равное нулю.

В задачах 18 и 19 на шероховатой наклонной плоскости, образующей с горизонтом заданный угол лежит брусок известной массой. В задаче 18 по задан коэффициент трения бруска о плоскость, и требуется найти приложенную к бруску в горизонтальном направлении вдоль плоскости, *минимальную силу*, чтобы он сдвинулся с места. Задача 19 является обратной: по известному *минимальному значению этой силы* надо определить коэффициент трения. Минимальная искомая сила достигается при максимальной силе трения покоя. Кроме того, на тело действуют сила тяжести и сила нормальной реакции опоры (наклонной плоскости). Особенностью решения этих задач является использование декартовой системы координат в пространстве.

В задачах 20 и 21 один из грузов расположен на шероховатой наклонной плоскости (известны коэффициент трения и угол наклонной плоскости), а другой груз связан с ним нитью, перекинутой через блок. В задаче 20 по известной массе первого груза требуется определить *максимальное значение массы второго груза*, при котором система грузов ещё не выходит из первоначального состояния покоя. В задаче 21 по заданной массе второго груза надо найти *минимальное значение массы первого груза*, при котором система грузов остается в первоначальном состоянии покоя.

В задаче 30 полый конус с известным углом при вершине вращается с заданной угловой скоростью вокруг вертикальной оси, причем она совпадает с его осью симметрии. Вершина конуса обращена вверх. На внешней поверхности конуса находится небольшая шайба (коэффициент трения которой о поверхность задан). Требуется найти *максимальное расстояние* от вершины конуса до шайбы, при котором она будет неподвижна относительно конуса. Задача 31 является обратной по отношению к 30. По заданному расстоянию шайбы от вершины конуса надо найти *максимальную угловую скорость* вращения конуса, при которой шайба останется неподвижной.

В задаче 64 рассмотрена ситуация когда выполняется трюк «Летающий велосипедист». Спортсмен движется по гладкому трамплину под действием силы тяжести из состояния покоя с заданной высоты. На краю трамплина скорость гонщика направлена под известным углом к горизонту. Пролетев по воздуху, он приземляется на горизонтальный стол, находящийся на той же высоте, что и край трамплина. Требуется найти *максимальную высоту* полёта гонщика.

В задаче 67 небольшие шарики, массы которых известны, соединены лёгким стержнем и помещены в гладкую внутреннюю поверхность сферы. В начальный момент шарики удерживаются в положении, при котором более тяжелый из них находится в нижней точке сферы, а более легкий на высоте радиуса этой сферы. Когда их отпустили без толчка, шарики стали скользить по поверхности. По заданной *максимальной высоте подъёма* тяжелого шарика относительно нижней точки сферы требуется найти радиус сферы. В задаче 68 радиус сферы задан. По известной *минимальной высоте,* на которой оказался более легкий шарик в процессе движения от нижней точки сферы надо определить отношение масс шариков. При решении задачи надо применить закон сохранения механической энергии и геометрические соотношения с учетом жесткости стержня, соединяющего шарики.

В задачах 71 и 72 груз неподвижно висит на невесомой пружине заданной жёсткости. Затем от него отделяется с нулевой начальной скоростью часть этого груза, после чего оставшаяся часть груза поднимается на некоторую *максимальную высоту* относительно первоначального положения. В задаче 71 по заданному значению этой высоты надо определить массу отделившейся части груза. В задаче 72, наоборот, по заданной массе отделившейся части груза требуется найти максимальную высоту относительно первоначального положения, на которую поднялась оставшаяся часть груза.

В задачах 75 и 76 к одному из концов лёгкой пружины прикреплён массивный груз, лежащий на горизонтальной плоскости, другой конец пружины закреплён неподвижно. Задан коэффициент трения между грузов и плоскостью. Груз смещают по горизонтали, растягивая пружину, затем груз отпускают с начальной скоростью, равной нулю. Груз движется в одном направлении и затем останавливается в положении, в котором пружина уже сжата. Известно *максимальное растяжение пружины*, при котором груз движется таким образом. В задаче 75 по заданному коэффициенту жесткости пружины надо найти массу груза. В задаче 76, наоборот, по известному значению массы груза требуется определить жесткость пружины.

В задаче 78 брусок известной массы лежит на горизонтальном шероховатом столе (коэффициент трения между бруском и поверхностью задан). Брусок соединён перекинутой через блок нитью с грузиком заданной массы (длина свисающей части нити известна). Грузик отводят в сторону, приподнимая его на некоторую высоту и отпускают. Надо найти, на какую *минимальную высоту* необходимо отклонить грузик, чтобы в момент прохождения грузиком нижней точки траектории брусок сдвинулся с места. В задаче 77, наоборот надо найти *минимальную массу грузика*, при которой брусок сдвинется с места, если задана высота, на которую его приподнимают.

В условии задачи 86. в точке максимального подъёма снаряд, выпущенный из пушки вертикально вверх с известной начальной скоростью, разорвался на два осколка. Первый падает на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в два раза больше начальной скорости снаряда, а второй в этом же месте через известный промежуток после разрыва. Надо определить отношение массы первого осколка к массе второго осколка. Для решения задачи надо применить закон сохранения импульса, а также формулы координаты при прямолинейном равнопеременном движении. Максимальная высота подъема определяет начальное положение осколков. На этой высоте скорость снаряда равна нулю.

В задаче 95 шар известной массы, подвешенный на нити заданной длины, отводят от положения равновесия на определенный угол и отпускают. В момент прохождения шаром положения равновесия в него попадает пуля известной массы, летящая навстречу шару, пробивает его и вылетает горизонтально, причем заданы скорости пули на входе и выходе. После этого шар продолжает движение в прежнем направлении. Надо определить *максимальный угол*, на который отклонится шар после попадания в него пули.

В задаче 105 шарик падает с заданной высоты над поверхностью Земли из состояния покоя. На другой заданной высоте он абсолютно упруго ударяется о доску, расположенную под углом к горизонту. После этого удара шарик поднялся на известную *максимальную высоту* от поверхности Земли. Требуется найти угол, который составляет доска с горизонтом. В аналогичной задаче 106 следует определить угол между вектором скорости шарика сразу после его отрыва от доски и горизонтом.

В задачах 116 и 117 рассматривается ситуация, когда в маленький шар известной массы, висящий на нити, попадает и застревает в нём горизонтально летящая пуля известной массы. После удара шар движется по окружности в вертикальной плоскости, и достигает верхней точки этой окружности. В задаче 116 по известной длине нити надо найти *минимально возможную скорость пули*. В задаче 117 скорость пули известна, надо определить *максимально возможную длину нити*.

Таким образом, существует достаточно большое количество задач по механике высокого уровня сложности с экстремальными значениями физических величин.

Список литературы:

1. Бабаев В.С., Клюев Л.Ю. Нестандартные задачи по физике и их классификация // Физическое образование в школе и ВУЗе. Материалы научно-практической межвузовской конференции. СПб.: изд-во «Образование», 1997. – С. 109–110.

2. Бабаев В.С., Клюев Л.Ю. Задачи с использованием экстремальных значений физических величин. // Физика в школе и вузе. / Сб. научн. статей. С.-Пб, изд. «Образование», 1998, С. 91–94.

3. Демидова М.Ю., Грибов В.А., Гиголо А.И. ЕГЭ. Физика. Механика. Молекулярная физика. 450 задач с ответами и решениями. М.: Изд. «Экзамен», 2022. – 239 с.

V. S. Babaev, N. A. Danilina

Problems with extreme values of physical quantities on the topic "Mechanics" of a high level of complexity

State Marine Technical University of St.Petersburg, Russia

Abstract. *The paper considers one of the types of non–standard physical problems - problems with extreme values of physical quantities. Examples of tasks of this type of high level of complexity on the topic "Mechanics" are given. The physical reasons for the achievement of an extreme value by one or another value are discussed. Approaches to solving problems are considered.*

Keywords: non-standard physical problems; physical problems with extreme values of physical quantities; physical problems of a high level of complexity on the topic "Mechanics"