АЛГОРИТМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПОСТРОЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОГО РАСПИСАНИЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРЕБОВАНИЙ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ДЛИТЕЛЬНОСТЯМИ

Егорова Н.Г.,
кандидат технических наук, доцент,
Сотсков Ю.Н.,
доктор физико-математических наук, профессор,
Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск

Исследована задача $1|p_i^L \le p_i \le p_i^U|\sum w_i C_i$ построения оптимального расписания обслуживания требований множества $J = \{J_1, J_2, ..., J_n\}$ на одном приборе. Каждому требованию $J_i \in J$ приписан вес (приоритет требования) $w_i > 0$. На момент построения расписания длительность p_i обслуживания требования $J_i \in J$ может быть не определена. Для нее задан только отрезок $[p_i^L, p_i^U], p_i^L \le p_i^U$, который будет заведомо содержать фактическую длительность p_i обслуживания требования J_i. Точное значение величины p_i становится известным в момент C_i завершения обслуживания требования J_i. В такой неопределенной задаче $1|p_i^L \le p_i \le p_i^U|\sum w_i C_i$ требуется построить перестановку обслуживания требований множества J с наименьшим значением взвешенного суммарного времени $\sum_{i=1}^n w_i C_i$ завершения обслуживания всех требований.

Для задачи $1|p_i^L \le p_i \le p_i^U|\sum w_i C_i$ в общем случае не существует перестановки обслуживания требований множества J, которая оптимальна при всех сценариях $p = (p_1, p_2, ..., p_n)$ из множества $T = \{p = (p_1, p_2, ..., p_n) : p_i^L \le p_i \le p_i^U, i \in \{1, 2, ..., n\}\}$. Для обеспечения устойчивости оптимальной перестановки π_k обслуживания требований J к возможным вариациям длительностей обслуживания требований предлагается использовать многогранник оптимальности перестановки π_k, а в качестве эффективного решения неопределенной задачи $1|p_i^L \le p_i \le p_i^U|\sum w_i C_i$ – перестановку π_k с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$.

В [1] введено понятие блока требований, разработан алгоритм сложности $O(n \log n)$ выделения блоков требований из множества J и доказаны свойства многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$, основанные на блоках требований. На основе доказанных свойств блоков требований разработан алгоритм динамического программирования (алгоритм ДМ) для построения перестановки π_k с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$, а также проведены вычислительные эксперименты по оценке эффективности алгоритма ДМ и выделены случаи, когда алгоритм ДМ оказывается эффективнее по сравнению с представленными в [2] алгоритмами построения приближенного решения задачи $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$.

Разработанный в [1] алгоритм ДМ позволяет для всех нефиксированных требований эффективно перебирать допустимые варианты принадлежности нефиксированных в блоках требований содержащим их блокам. При этом вместо построения частичной перестановки с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности на каждом шаге строится частичная перестановка с наименьшим значением штрафа, который вычисляется следующим образом: $F(\pi_k, T) = \sum_{i=1}^{n} \left(1 - \frac{u_{k_i}^* - l_{k_i}^*}{p_{k_i}^U - p_{k_i}^L} \right) \cdot (n - i + 1)$. По определению блока требований непустые отрезки оптимальности $[l_{k_i}^*, u_{k_i}^*]$ перестановки π_k [1] могут иметь только первое и последнее требование в упорядоченном множестве требований блока, а относительная длина отрезка оптимальности $[l_{k_i}^*, u_{k_i}^*]$ определяется вторым требованием и предпоследним требованием этого блока.

В соответствии с разработанным в [1] алгоритмом ДМ, при построении дерева решений достаточно рассматривать только те вершины дерева решений, в которых последнее требование блока не принадлежит следующему блоку. Следовательно, при построении дерева решений достаточно строить только те вершины дерева, в которых в блок распределяется не более трех нефиксированных требований. Поскольку остальные требования не влияют на величину штрафа, то их можно либо распределить в блоки, которые будут рассмотрены на последующих шагах алгоритма, либо после нахождения наибольшего многогранника оптимальности распределить эти требования в любые блоки, которым они принадлежат на одну из следующих позиций: 3, …, $m_i - 2$.

Поскольку значение штрафа при этом не изменится, то полученная таким образом перестановка будет иметь наибольший относительный периметр многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$. Описанная модернизация предложенного в [1] алгоритма ДМ позволила существенно сократить время построения перестановки с наибольшим относительным периметром многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$. В проведенных вычислительных экспериментах по оценке эффективности модифицированного алгоритма ДМ использовались тестовые примеры задач $1 | p_i^L \le p_i \le p_i^U | \sum w_i C_i$ с двумя и тремя блоками, которые содержали не более десяти нефиксированных в блоках требований. Для таких задач модификация алгоритма ДМ уменьшает время построения искомой перестановки π_k в среднем в 2,5 раза по сравнению с предложенным в [1] алгоритмом.

Литература

1. Сотсков Ю.Н., Егорова Н.Г., Матвейчук Н.М. Алгоритмы планирования рабочего времени в условиях неопределенности // Информатика. – 2020. – Т. 17. – № 2. – С. 86–102.

2. Allahverdi A., Aydilek H., Aydilek A. Single machine scheduling problem with interval processing times to minimize mean weighted completion times // Computers and Operations Research. – 2014. – Vol. 51. – P. 200–207.