



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.337.12

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С КОЛЕСАМИ ВСЕНАПРАВЛЕННОГО ТИПА

А. А. РАДКЕВИЧ, У СИНЬСИНЬ, А. А. ВЕЛЬЧЕНКО, С. А. ПАВЛЮКОВЕЦ

Белорусский национальный технический университет (г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 20.10.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Рассмотрен вопрос управления четырехколесным мобильным роботом со всенаправленными колесами типа меканум. Проведен анализ вращательного движения всенаправленного колеса меканум, основанный на его кинематике. Для конкретного робота с определенными габаритными параметрами построен график изменения радиуса колеса меканум в зависимости от угла его поворота. Составлены кинематическая и динамическая модели мобильного четырехколесного робота, учитывающие его геометрические характеристики. Представленные выражения являются математическим описанием поведения мобильного робота в статике и динамике. На основании полученных моделей формируются принципы работы системы управления движением четырехколесным мобильным роботом на всенаправленных колесах типа меканум.

Ключевые слова: колесо меканум, всенаправленное колесо, мобильный робот, математическая модель, кинематическая модель, динамическая модель, инверсная кинематика.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Математическая модель движения мобильного робота с колесами всенаправленного типа / А. А. Радкевич [и др.] // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 82–90. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90>.

MATHEMATICAL MODEL OF MOVEMENT OF A MOBILE ROBOT WITH OMNIDIRECTIONAL WHEELS

ARTSIOM A. RADKEVICH, WU XINXIN, ANNA A. VELCHENKO,
SIARHEI A. PAULIUKAVETS

Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 20.10.2023

Abstract. The article discusses the issue of controlling a four-wheeled mobile robot with omnidirectional wheels of the mecanum type. An analysis of the rotational motion of the omnidirectional mecanum wheel was carried out, based on its kinematics. For a specific robot with certain overall parameters, a graph of changes in the radius of the mecanum wheel depending on the angle of its rotation was constructed. Kinematic and dynamic models of a mobile four-wheeled robot have been compiled, taking into account its geometric characteristics. The presented expressions are a mathematical description of the behavior of a mobile robot in statics and dynamics. Based on the obtained models, the principles of operation of the motion control system for a four-wheeled mobile robot on omnidirectional wheels of the mecanum type are formed.

Keywords: mecanum wheel, omnidirectional wheel, mobile robot, mathematical model, kinematic model, dynamic model, inverse kinematics.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Radkevich A. A., Wu Xinxin, Velchenko A. A., Pauliukavets S. A. (2024) Mathematical Model of Movement of a Mobile Robot with Omnidirectional Wheels. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 82–90. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90> (in Russian).

Введение

Несмотря на то что в мировой робототехнике всенаправленные колеса типа меканум являются наиболее распространенными типами колес, используемыми в мобильных роботах, вопрос разработки математических моделей с целью планирования оптимального управления такими роботами остается актуальным для исследования. Управление мобильными роботами с колесами всенаправленного типа предполагает решение намного более сложных задач кинематики и, следовательно, мониторинга движения мобильной платформы, по сравнению с мобильными роботами на традиционных колесах [1, 2].

За последние десятилетия вопросы управления мобильными роботами с колесами типа меканум нашли широкое отражение в научной литературе. Основное внимание исследователей уделяется решению проблем поиска оптимального управления движением роботов, в том числе с использованием методов машинного обучения и нейросетевых алгоритмов. В частности, в [3] разработан метод управления движением робота на основе построения собственных карт в процессе движения. В [4] авторы решают задачу поиска кратчайшего пути методом синтезированного управления. Идея данного подхода с применением методов машинного обучения получила развитие в [5]. В [6–9] предлагается решение задач управления роботами с использованием нечеткой логики и адаптивной коррекции движения.

Таким образом, актуальной задачей для исследования в области мобильной робототехники является построение различных математических моделей четырехколесного робота со всенаправленными колесами типа меканум, которые смогли бы учитывать геометрию робота, а также позволить провести анализ управляемости при движении. Цель исследований авторов – построение кинематических и динамических моделей движения мобильного робота, учитывающих геометрические характеристики и конструктивные особенности колеса меканум.

Для ограничения круга решаемых задач примем ряд допущений при составлении математического описания мобильного робота. Предположим, что движение происходит по ровной поверхности или поверхности с незначительным уклоном, которая является твердой и недеформируемой (бетон, асфальт), а все ролики колеса вращаются без проскальзывания. Воздействием внешних сил на робот при этом пренебрегаем. В рамках данной статьи описание производится на основании кинематической модели робота без учета динамики сил, приводящих его в движение. Исходя из этого, разрабатываемую модель можно охарактеризовать как идеализированную. Однако она позволяет исследовать характеристики управляемости робота во время движения.

Математическая модель колеса типа меканум

Отличительной особенностью колес типа меканум является наличие неприводных роликов, размещенных по оси вращения на угол 45° относительно оси вращения колеса. Данная особенность позволяет получить результирующий вектор скорости подвижного колеса во всех направлениях относительно оси его вращения, а также одновременного перемещения и вращения вокруг собственной оси с низкими значениями крутящего момента и трения [10]. Рассмотрим негोलонномную модель меканум-колеса на плоскости, вектор скорости точки соприкосновения с которой направлен вдоль линии, составляющей постоянный угол δ с плоскостью колеса (рис. 1).

На рис. 1, a вектор T – касательный вектор к плоскости колеса в точке его контакта с поверхностью; вектор n – нормальный вектор к плоскости колеса в точке контакта с поверхностью, причем вектор $T \times n$ направлен вертикально вверх; α – единичный вектор вдоль оси закрепления роликов. Уравнение связи координат для колеса меканум имеет вид

$$(v_q, \alpha) = 0, \quad (1)$$

где v_q – скорость точки контакта колеса с поверхностью.

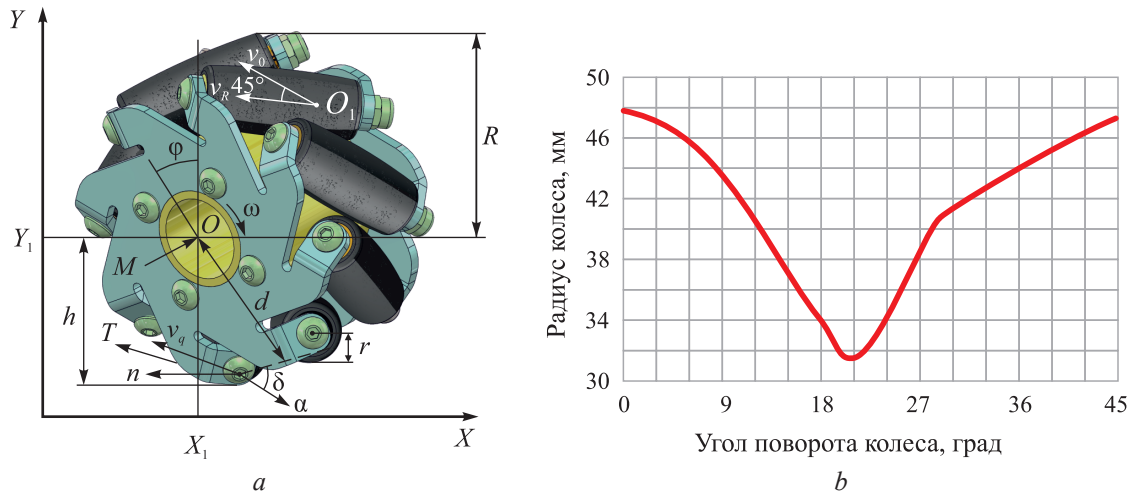


Рис. 1. Всенаправленное колесо типа меканум: *a* – пространственная кинематическая модель; *b* – изменение радиуса в зависимости от угла поворота колеса
Fig. 1. Omnidirectional mecanum wheel: *a* – dimensional kinematic model; *b* – change in radius depending on the angle of rotation of the wheel

С учетом угла поворота колеса φ уравнение связи координат примет вид

$$v_q + R\varphi\tau, \alpha = 0, \quad (2)$$

где R – радиус колеса.

Решая уравнение (2) относительно φ , определим выражение для угла поворота φ :

$$\varphi = -\frac{1}{SR}(v_q, \alpha); \quad (3)$$

$$S = (\alpha, \tau) = \sin \delta. \quad (4)$$

Важным вопросом в изучении кинематики меканум-колеса является знание его радиуса. Анализируя его вращательное движение, можно заметить, что из-за наличия нейлоновых роликов существует конструктивный предел, который не позволяет колесу иметь непрерывную контактную поверхность и, следовательно, постоянный радиус. Это способствует возникновению различных тангенциальных скоростей для каждого отдельного колеса. Решение данной проблемы позволяет ограничить износ роликов и избежать непредсказуемого отклонения от намеченного пути, которые трудно рассчитать с помощью стандартных подходов одометрии.

Изменение радиуса колеса определяется как функция угла его поворота. Поскольку каждое колесо в рассматриваемом мобильном роботе состоит из восьми роликов, смещенных на 45° относительно оси вращения колеса, радиус изменяется периодически каждые 45° в диапазоне от начального до максимального измеренного значения по закону

$$s(\alpha) = r + d \cos(\alpha), \quad (5)$$

где r – радиус ролика, м (рис. 1, *a*); d – расстояние между роликом и ступицей колеса, м; α – текущее значение угла поворота для каждого колеса, град.

Зададимся параметрами исследуемого меканум-колеса: радиус ролика $r = 0,011$ м, расстояние $d = 0,031$ м, радиус колеса $R = 0,0478$ м, диапазон изменения угла α от 0° до 45° . График изменения радиуса колеса в зависимости от его угла поворота изображен на рис. 1, *b* в соответствии с изменением радиуса по закону (5). Из рис. 1, *b* следует, что закон изменения радиуса колеса от угла его поворота выражается кривой, достигающей своего минимума при повороте колеса на угол $20,4^\circ$, что соответствует радиусу 31,8 мм. Затем следует постепенное увеличение радиуса, достигающего своего первоначального значения при повороте колеса на угол 45° . Данная особенность – важный аспект при разработке математических моделей мобильных платформ с колесами типа меканум. Поскольку выраженная зависимость является нелинейной, в определенные периоды вращения колеса нарушается его полный контакт с поверхностью, что влечет

полную либо частичную потерю управляемости роботом. По этой причине астатические системы управления электроприводами мотор-колес робота необходимо проектировать с учетом данной особенности.

Изменение радиуса влияет не только на износ роликов, но и на траекторию движения робота в целом – она становится непредсказуемой. Эта особенность должна учитываться путем интегрирования функции радиуса по времени, чтобы повысить точность общего пройденного расстояния и улучшить работу контроллера движения. Еще одной проблемой при вращении колеса меканум является проскальзывание, которое начинается в момент, когда движущая сила F превышает значение максимального трения покоя μ , т. е.

$$F > \mu F_Z \sin 45^\circ. \quad (6)$$

Когда условие (6) выполняется, колесо начинает проскальзывать при приложении к нему крутящего момента, что приводит к непредсказуемым отклонениям при движении. Значения коэффициента μ являются известными: в частности, для промышленного бетона $\mu = 0,5$, для асфальта $\mu = 1,0$ [7]. Тогда, для того чтобы колесо совершало только поступательное движение, должно выполняться условие

$$M \leq M_{\max} = \mu r F_Z \sin 45^\circ, \quad (7)$$

где M – крутящий момент, приложенный к колесу.

Максимальный крутящий момент, передаваемый колесу каждым электроприводом, определяется по формуле

$$M_{\max} = \frac{60P}{2\pi \frac{n}{i}}, \quad (8)$$

где P – мощность каждого приводного электродвигателя; n – частота вращения приводного электродвигателя; i – передаточное число механической передачи.

Из формулы (8) можно получить уравнение связи между механическим моментом и электрическим током каждого электродвигателя

$$M = I \tau_T i, \quad (9)$$

где τ_T – электромагнитная постоянная двигателя; I – ток каждого приводного электродвигателя.

Математические модели мобильного робота с колесами меканум

Разработанная кинематическая модель всенаправленного колеса типа меканум позволяет перейти к анализу математической модели четырехколесного мобильного робота с колесами данного типа. Описание математической модели основывается на рассмотрении модели робота с расположением колес в два ряда вдоль сторон прямоугольного корпуса. В качестве основного варианта рассмотрим симметричную конфигурацию колес, где колеса, расположенные по диагонали, имеют одинаковую ориентацию в пространстве, а колеса, размещенные вдоль одной стороны корпуса, направлены противоположно друг другу. Такой вариант компоновки колес позволяет реализовать наиболее широкий диапазон пространственного движения. Пространственная аксонометрическая модель кинематики четырехколесного мобильного робота представлена на рис. 2.

Инверсная внешняя кинематическая модель мобильного робота с колесами меканум может быть разложена на несколько составляющих. Скорость переднего левого колеса в координатах плоскости \vec{X}, \vec{Y} представляется суммой скоростей вращения главного колеса во времени $v_1(t)$ и скорости вращения роликов $v_R(t)$ [1]. Полная скорость движения робота в подвижной системе координат $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ определяется выражениями:

$$v_{\alpha 1} = v_1 + v_R \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = v_1 + \frac{v_R}{\sqrt{2}}; \quad (10)$$

$$v_{\beta 1} = v_R \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{v_R}{\sqrt{2}}. \quad (11)$$

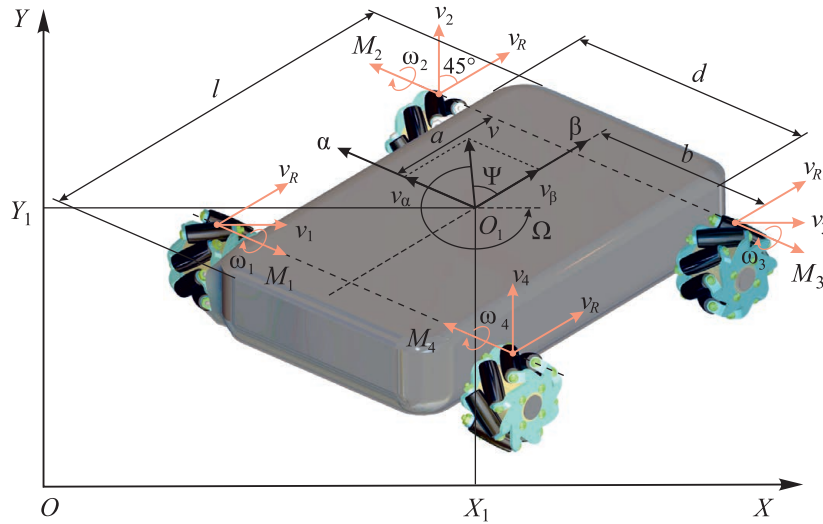


Рис. 2. Пространственная кинематическая модель мобильного робота с колесами меканум
Fig. 2. Dimensional kinematic model of mobile robot with mecanum wheels

Инверсная кинематическая модель всенаправленного мобильного робота может быть представлена вектором скорости v , компоненты которого вдоль осей X, Y плоскости \vec{X}, \vec{Y} равны соответственно:

$$\begin{cases} v_X = v \cos \psi; \\ v_Y = v \sin \psi, \end{cases} \quad (12)$$

где ψ – угол, определяющий положение робота в пространстве.

Важными геометрическими параметрами являются радиус колеса меканум R , расстояние a между корпусом и центром колеса по оси X и расстояние b между корпусом и центром колеса по оси Y :

$$\begin{cases} a_i = \{a, a, -a, -a\}; \\ b_i = \{b, -b, b, -b\}, \end{cases} \quad (13)$$

где $i = \{1, 2, 3, 4\}$ – номер колеса.

Вектор линейной скорости v_R и вектор направления скорости ролика v_i для каждого колеса связаны с углом наклона между данными векторами γ_i , равным 45° и представляющим собой угол наклона роликов относительно оси вращения колеса:

$$\gamma_i = \left\{ \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right\}. \quad (14)$$

Уравнение вектора скорости колесной платформы по отношению к двум компонентам системы координат можно рассчитать по формулам:

$$v_i + v_R \cos \gamma_i = v_X - b\psi; \quad (15)$$

$$v_R \sin \gamma_i = v_Y + a\psi. \quad (16)$$

На основании уравнений (15) и (16) определим линейные скорости каждого колеса:

$$\begin{cases} v_1 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg}\gamma_1} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg}\gamma_1} - b\psi; \\ v_2 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg}\gamma_2} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg}\gamma_2} - b\psi; \\ v_3 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg}\gamma_3} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg}\gamma_3} - b\psi; \\ v_4 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg}\gamma_4} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg}\gamma_4} - b\psi. \end{cases} \quad (17)$$

Систему уравнений (17) можно представить в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = R \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \Psi \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Уравнение (18) показывает математическую модель инверсной кинематики для получения угловых скоростей колеса, используя в качестве входных данных три компонента скорости: v_X , v_Y и Ψ , где матрица R определяется следующим образом [8]:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_1 + b} \\ 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_2 + b} \\ 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_3} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_3 + b} \\ 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_4} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_4 + b} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Координаты центров всех четырех колес робота A_i , $i = \{1 \dots 4\}$, со сторонами корпуса d и l , как показано на рис. 2, в системе координат \vec{X}, \vec{Y} , где оси O_1X и O_1Y являются осями симметрии робота, выражаются как:

$$A_1 \left[\frac{l}{2}, \frac{d}{2} \right]; A_2 \left[\frac{l}{2}, -\frac{d}{2} \right]; A_3 \left[-\frac{l}{2}, -\frac{d}{2} \right]; A_4 \left[-\frac{l}{2}, \frac{d}{2} \right]. \quad (20)$$

Уравнение движения одного колеса имеет следующий вид:

$$\omega = -\frac{1}{r \sin \delta} \left[\sin(\alpha + \delta)(v_Y + \Psi a_X) + \cos(\alpha + \delta)(v_X - \Psi a_X) \right], \quad (21)$$

где ω – угловая скорость колеса; r – радиус колеса; δ – угол отклонения оси ролика от оси колеса; α – угол отклонения оси колеса от оси O_1X ; v_X , v_Y – линейные скорости робота; a_X , a_Y – координаты центра колеса.

Тогда угловые скорости всех четырех колес принимают вид

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = -\begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \Psi \end{bmatrix} M, \quad (22)$$

где M – матрица решения инверсной кинематической задачи:

$$M = \begin{bmatrix} \operatorname{ctg}\delta_1 & 1 & a_{1X} - a_{1Y} \operatorname{ctg}\delta_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \operatorname{ctg}\delta_4 & 1 & a_{4X} - a_{4Y} \operatorname{ctg}\delta_4 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

В зависимости от конфигурации расположения колеса угол δ может равняться 45° либо минус 45° , а матрица M принимать различные виды. Сочетанием выражений (22) и (23) задается матричная инверсная кинематическая задача для управления мобильным роботом, определяющая скорость движения каждого из четырех его колес исходя из скорости движения всего робота [2]:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & -\left(\frac{d+l}{2}\right) \\ 1 & 1 & -\left(\frac{d+l}{2}\right) \\ 1 & -1 & (a+b) \\ 1 & 1 & (a-b) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Преобразовав выражение (24) в линейном виде, получим формулу

$$v = Jq_M^T, \quad (25)$$

где J – матрица скорости робота при повороте, определяемая как:

$$J = \frac{v}{(R_G^L)^T q_M^T}; \quad (26)$$

R_G^L – матрица поворота, определяющая положение робота в подвижной системе координат $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ относительно базовой \bar{X}, \bar{Y} :

$$R_G^L = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{q_M^T}{\dot{q}}; \quad (27)$$

q_M^T – транспонированная матрица положения, равная:

$$q_M^T = \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \omega \end{bmatrix}; \quad (28)$$

$$\dot{q} = J^+ v, \quad (29)$$

J^+ – псевдообратная транспонированная матрица J , вычисляемая по формуле:

$$J^+ = (J^T J^{-1}) J^T; \quad (30)$$

J^T – транспонированная матрица J .

Выражение (29) является прямой внутренней кинематической моделью мобильного робота на колесах типа меканум в линейном виде. Прямая кинематическая модель движения мобильного робота в матричном виде получается на основании (24) и описывается формулой

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{(l+d/2)} & -\frac{1}{(l+d/2)} & \frac{1}{(l+d/2)} & \frac{1}{(l+d/2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Прямая внутренняя кинематика в неподвижных осях координат робота выражается в компактной форме уравнением

$$\dot{q} = (R_G^L) J^+ v. \quad (32)$$

Динамическая модель робота, описанная в [8], может быть представлена в матричном виде с использованием уравнения Лагранжа:

$$\tau = M\dot{\omega} + D_{\omega}\omega; \quad (33)$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W & -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} \\ -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W & \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} \\ \frac{r^2 I_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W & -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} \\ \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l+d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W \end{bmatrix}, \quad (34)$$

где τ – вектор крутящего момента электропривода колеса меканум, $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]^T$; τ_i – вектор крутящего момента электропривода, приводящий в движение i -е колесо, $i = \{1 \dots 4\}$; $\omega, \dot{\omega}$ – вращательный вектор угловой скорости и ускорения колеса соответственно; M – квадратная симметричная массовая матрица; m – общая масса робота с колесами; J_R, J_W – момент инерции робота и колеса робота соответственно; D_ω – коэффициент трения между колесами робота и поверхностью.

Заключение

1. Получена математическая модель, описывающая поведение в пространстве мобильной платформы на колесах типа меканум и являющаяся базой для разработки алгоритма управления передвижением робота по траектории. Притом что в основе модели лежат известные принципы управления кинематикой колесной платформы, авторами предложено математическое описание движения робота.

2. Учтено изменение радиуса колеса как функции изменения угла его поворота. Поскольку в ходе анализа было выявлено, что колесо меканум отличается намного большим количеством параметров по сравнению с колесами традиционного типа и имеет конструктивные особенности, не позволяющие поддерживать постоянное сцепление колеса с поверхностью, при составлении математической модели движения и проектировании систем управления электроприводами мотор-колес платформы учитывались выражения (5) и (7) для обеспечения устойчивого контакта колес робота без проскальзывания.

3. Принято во внимание наличие как прямой, так и инверсной кинематической моделей при движении робота, выраженных в матричном виде. При управлении роботом со всенаправленными колесами типа меканум намного сложнее решение задач кинематики, а, следовательно, и управления движением. Поскольку мобильные роботы с колесами меканум как голономные системы обладают худшим по сравнению с дифференциально управляемыми роботами навигационным счислением, для обеспечения высокой точности движения управление роботом не должно основываться только на его одометрии.

4. Полученная математическая модель будет полезна для предварительного исследования спроектированных законов управления движением мобильного робота со всенаправленными колесами типа меканум.

Список литературы

1. Килин, А. А. Управление тележкой с омниколесами на плоскости / А. А. Килин, А. Д. Бобыкин // Нелинейная динамика. 2014. Т. 10, № 4. С. 473–481.
2. К вопросу управления мобильным роботом с колесами всенаправленного типа / С. А. Павлюковец [и др.] // BIG DATA и анализ высокого уровня: сб. науч. ст. IX Междунар. науч.-практ. конф., г. Минск, 17–18 мая 2023 г. Ч. 2. Минск: Белор. гос. ун-т информ. и радиоэлек., 2023. С. 94–102.
3. Najim, H. A. Omnidirectional Mobil Robot with Navigation Using SLAM / H. A. Najim, I. S. Kareem, W. E. Abdul-Lateef // Engineering and Technology Journal. 2023. Vol. 41, No 1. P. 196–202.
4. Дивеев, А. И. Синтезированное управление для меканум робота / А. И. Дивеев, Е. Ю. Шмалько // Надежность и качество: тр. Междунар. симп. 2022. Т. 1. С. 27–29.
5. Шмалько, Е. Ю. Применение методов машинного обучения для расчета синтезированного оптимального управления мобильным роботом / Е. Ю. Шмалько, В. В. Серебряный // Экстремальная робототехника: тр. 33-й Междунар. науч.-техн. конф., г. Санкт-Петербург, 29–30 сентября 2022 г. СПб.: Изд-во ЦНИИ РТК, 2022. С. 340–347.
6. Изюмов, А. А. Управление движением колесного мобильного робота с манипулятором по криволинейной траектории в условиях наличия препятствий / А. А. Изюмов, Н. Ю. Хабибулина, Ю. А. Шурьгин // Электронные средства и системы управления: матер. Междунар. науч.-практ. конф., г. Минск, 18–20 ноября 2020 г. Ч. 2. Томск: Томский гос. ун-т систем управ. и радиоэлектр., 2020. С. 197–200.
7. Moreno-Caireta, I. Model Predictive Control for a Mecanum-Wheeled Robot Navigating Among Obstacles / I. Moreno-Caireta, E. Celaya, L. Ros // IFAC-PapersOnLine. 2021. Vol. 54, No 6. P. 119–125.
8. Fuzzy-Based Fault-Tolerant Control for Omnidirectional Mobile Robot / A. Alshorman [et al.] // Machines. 2020. Vol. 8, No 3.
9. Galati, R. Adaptive Heading Correction for an Industrial Heavy-Duty Omnidirectional Robot / R. Galati, G. Mantriota, G. Reina // Scientific Reports. 2022. Vol. 12.
10. Topological Design Methods for Mecanum Wheel Configurations of an Omnidirectional Mobile Robot / Y. Li [et al.] // Symmetry. 2019. Vol. 11, No 10.

References

1. Kilin A. A., Bobykin A. D. (2014) Control of a Cart with Omni-Wheels on a Plane. *Nonlinear Dynamics*. 10 (4), 473–481 (in Russian).
2. Pauliukavets S. A., Velchenko A. A., Wu Xinxin, Radkevich A. A., Sauko N. O. (2023) On the Issue of Controlling a Mobile Robot with Omnidirectional Wheels. *BIG DATA and Advanced Analytics: Collection of Scientific Articles of the IX International Scientific and Practical Conference, Minsk, 17–18 May, Part 2*. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics. 94–102 (in Russian).
3. Najim H. A., Kareem I. S., Abdul-Lateef W. E. (2023) Omnidirectional Mobil Robot with Navigation Using SLAM. *Engineering and Technology Journal*. 41 (1), 196–202.
4. Diveev A. I., Shmalko E. Yu. (2022) Synthesized Control for Mecanum Robot. *Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality*. 1, 27–29 (in Russian).
5. Shmalko E. Yu., Serebrenny V. V. (2022) Application of Machine Learning Methods for Calculating Synthesized Optimal Control of a Mobile Robot. *Extreme Robotics: Proceedings of the 33rd International Scientific and Technical Conference, Sept. 29–30*. St. Petersburg, Publishing House Central Research Institute of RTK. 340–347 (in Russian).
6. Izyumov A. A., Khabibulina N. Yu., Shurygin Yu. A. (2020) Control of the Movement of a Wheeled Mobile Robot with a Manipulator Along a Curved Trajectory in the Presence of Obstacles. *Electronic Means and Control Systems: Materials of Reports of the International Scientific and Practical Conference, Minsk, Nov. 18–20, Part 2*. Tomsk, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. 197–200 (in Russian).
7. Moreno-Caireta I., Celaya E., Ros L. (2021) Model Predictive Control for a Mecanum-Wheeled Robot Navigating Among Obstacles. *IFAC-PapersOnLine*. 54 (6), 119–125.
8. Alshorman A., Alshorman O., Irfan M., Glowacz A., Muhammad F., Caesarendra W. (2020) Fuzzy-Based Fault-Tolerant Control for Omnidirectional Mobile Robot. *Machines*. 8 (3).
9. Galati R., Mantriota G., Reina G. (2022) Adaptive Heading Correction for an Industrial Heavy-Duty Omnidirectional Robot. *Scientific Reports*. 12.
10. Li Y., Dai S., Zhao L., Yan X., Shi Y. (2019) Topological Design Methods for Mecanum Wheel Configurations of an Omnidirectional Mobile Robot. *Symmetry*. 11 (10).

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Радкевич А. А., магистрант каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

У Синьсинь, асп. каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

Вельченко А. А., канд. техн. наук, доц., доц. каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

Павлюковец С. А., канд. техн. наук, доц., зав. каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Б. Хмельницкого, 9
Белорусский национальный
технический университет
Тел.: +375 17 293-95-61
E-mail: s.pauliukavets@gmail.com
Павлюковец Сергей Анатольевич

Information about the authors

Radkevich A. A., Master's Student at the Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Wu Xinxin, Postgraduate at the Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Velchenko A. A., Cand. of Sci., Associate Professor, Associate Professor of Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Pauliukavets S. A., Cand. of Sci., Associate Professor, Head of Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, B. Khmel'nitsky St., 9
Belarusian National
Technical University
Tel.: +375 17 293-95-61
E-mail: s.pauliukavets@gmail.com
Pauliukavets Siarhei Anatol'evich