

УДК 685.34.0:004.942

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ВЕЛИЧИН ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ФОРМОВАНИИ ПЛОСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Дмитриев А.П., Коваленко А.В.

*Витебский государственный технологический университет, г. Витебск, Беларусь, dmitriev203509@gmail.com*

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы применения программных средств для определения величин относительной деформации плоских материалов при деформировании материалов эллипсоидом вращения на занятиях по высшей математике.

**Ключевые слова.** Деформация, пуансон, эллипсоид вращения, итерационный метод, MAPLE для эллиптического интеграла.

Изучение курса математических дисциплин студентами дневных отделений нематематических специальностей, например, инженерных, не предполагает широкого использования на практических занятиях вычислительной техники и соответствующего программного обеспечения, кроме использования возможностей информационных технологий для проведения контроля и самоконтроля полученных студентами знаний и умений в процессе обучения, в частности электронных учебно-методических комплексов на платформе Moodle. Однако, в настоящее время при изучении основных понятий математики, как, впрочем, и других дисциплин высшей школы, роль информационных технологий всё время растёт, так как позволяет обеспечить всеобщую компьютеризацию и студентов, и преподавателей, освобождая от громоздких, рутинных вычислительных процессов, экономя время для новых образовательных технологий, позволяет повысить качество образования и более эффективно достигать его целей.

Закрепление и развитие у студентов будущих инженеров-технологов специальной компетенции АК-11 «Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения и переработки информации с использованием компьютерной техники» в процессе изучения курсов «Математики», «Высшей математики», «Математического анализа» позволяет сформировать у студентов первого курса навыки и умения использования информационных технологий хотя бы на уровне пользователя, а также обеспечивает реализацию межпредметных связей. При изучении математических дисциплин наиболее эффективным и оправданным является использование ПЭВМ при изучении приближённых методов вычислений для решения задач прикладного характера.

В УО «ВГТУ» в учебный процесс при проведении практических занятий по теме «Геометрические приложения определённого интеграла» внедрена методика расчётов длин дуг и площадей поверхностей отформованного листового материала пуансонами различных пространственных форм, в частности в виде поверхностей вращения.

При формовании заготовки верха обуви растяжной обувной колодкой происходит одновременное приложение растягивающих усилий в различных направлениях, что придаёт заготовке сложную пространственную форму. Чтобы обеспечить нужное

качество формования верха обуви следует учитывать физико-механические свойства формующих материалов и режимы формования. Для определения способности материалов к формованию проводят испытания материалов верха обуви двухосным симметричным растяжением на различных телах вращения, например, сфере или торе [1]. Схемы такого деформирования представлены на рисунке 1.

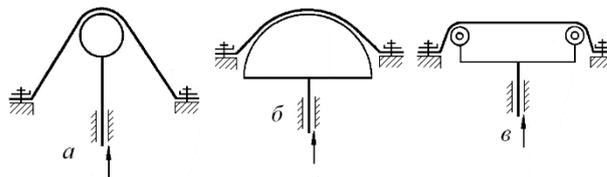


Рисунок 1 – Схемы деформирования образцов материала двухосным растяжением (а, б – сферические продавливающие пуансоны, в – тороидальный продавливающий пуансон)

Определение возможности использования материала для формования верха обуви производится по величине относительной деформации, которую приобретает плоский материал в процессе продавливания пуансонами различных конфигураций [2]. Для расчёта значений таких относительных деформаций по меридиану  $\varepsilon_m$  поверхности вращения или по её площади  $\varepsilon_s$  получены формулы их значений в зависимости от высоты продавливания и параметров поверхности вращения продавливающего пуансона.

Относительные деформации соответственно по меридиану и по площади рассчитываются:

$$\varepsilon_m = \frac{L - L_0}{L_0} \cdot 100\% ; \varepsilon_s = \frac{S - S_0}{S_0} \cdot 100\% , \quad (1)$$

где  $L_0$  и  $S_0$  соответственно радиус и площадь рабочей части кругового образца до деформации,

$L$  и  $S$  соответственно длина меридиана и площадь образца после деформирования.

Для определения в формулах (1) значений длины меридиана  $L$  и площади поверхности тела вращения  $S$  без учёта толщины материала используются соответствующие формулы вычисления длин дуг и площадей с помощью определённых интеграла. Методика нахождения указанных величин для пуансонов в виде сферы, параболоида и эллипсоида вращения проиллюстрирована на рисунке 2 и заключается в нахождении  $L$ , как длины кривой  $ABC'$  и  $S$ , как площади поверхности вращения указанной дуги  $ABC'$ , с

учёт величины продавливания  $h$ , что соответствует длине отрезка  $AA'$  и того, что радиус кругового образца  $R$  совпадает с радиусом поверхности вращения (т.к. толщиной материала можно пренебречь из-за малости) [3].

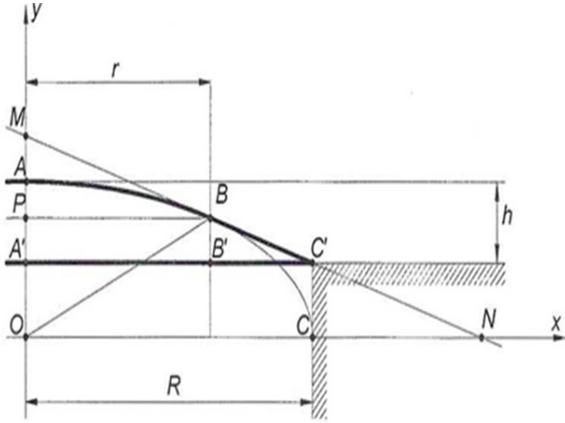


Рисунок 2 – Схема продавливания образца материала в форме круга пуансоном в виде тела вращения

При получении значений относительные деформации соответственно по меридиану и по площади следует учесть параметры поверхности вращения наконечника пуансона продавливания.

Для будущих инженеров-технологов обувного производства наибольший интерес представляет деформирование материала поверхностью эллипсоида вращения, которая наиболее близко моделирует носочно-пучковую часть обувной колодки. Тогда для эллипсоида вращения такими параметрами являются большая полуось  $a=OC=R$  и малая полуось (ось вращения)  $b=OA$  эллипса [4].

Формула для расчёта значения относительной деформации по меридиану имеет вид:

$$\varepsilon_m = \left( \frac{p}{Rn} \sqrt{m + 4R^2 p^2} + E(t_B, \varepsilon) - 1 \right) \cdot 100\%, \quad (2)$$

где  $b$  – малая полуось эллипса,  $R$  – радиус деформируемого кругового образца,  $h$  – высота продавливания, причём  $p = b - h$ ,  $m = b^2 - p^2$ ,  $n = b^2 + p^2$ ,

$t_B = \arctg \frac{m}{2bp}$ ,  $\varepsilon = \frac{\sqrt{R^2 - b^2}}{R}$  и эллиптический интеграл 2-го рода  $E(\varphi; k) = \int_0^\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 t} dt$ .

Формула для расчёта значений относительной деформации по площади имеют вид:

$$\varepsilon_s = \frac{b^2}{R} \left( \frac{1}{c} \ln \frac{(c+R)n}{b(2cp + \sqrt{n^2 + 4c^2 p^2})} + \frac{2p}{n^2} (\sqrt{m^2 + 4R^2 p^2} - \sqrt{n^2 + 4c^2 p^2}) \right) \cdot 100\%, \quad (3)$$

где  $c = \sqrt{R^2 - b^2}$ ,  $p = b - h$ ,  $m = b^2 - p^2$  и  $n = b^2 + p^2$ .

Вычисления значений относительных деформаций, получаемых по меридиану  $\varepsilon_m$  поверхности вращения или по её площади  $\varepsilon_s$ , по формулам (2) и (3) являются очень громоздким и даже использование калькулятора ощутимо не сэкономит время вычисле-

ний и не гарантирует от вычислительных ошибок. Поэтому студентам предлагается для повышения эффективности вычислительного процесса использовать возможности встроенного приложения Microsoft Excel, с которым студенты знакомы из курса «Информатики». При этом на практическом занятии по математике студенты могут получить не только соответствующие таблицы значений  $\varepsilon_m$  и  $\varepsilon_s$  при фиксированных значениях параметров, но и получить различные возможные вариации этих значений при изменении значений параметров  $a=R$  и  $0 < b < R$ , а также построить соответствующие графики зависимостей, показанные на рисунках 3 и 4.

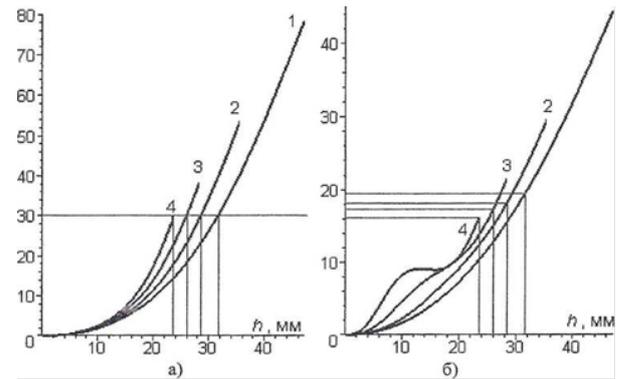


Рисунок 3 – Графики зависимости относительной деформацией по площади (а) и по меридиану (б) от величины продавливания  $h$  пуансоном в виде эллипсоида вращения с большой полуосью  $a=R=56,5$  мм и различной малой полуосью  $b$ :

$$(1-b = \frac{R}{1,2}; 2-b = \frac{R}{1,6}; 3-b = \frac{R}{2,0}; 4-b = \frac{R}{2,4})$$

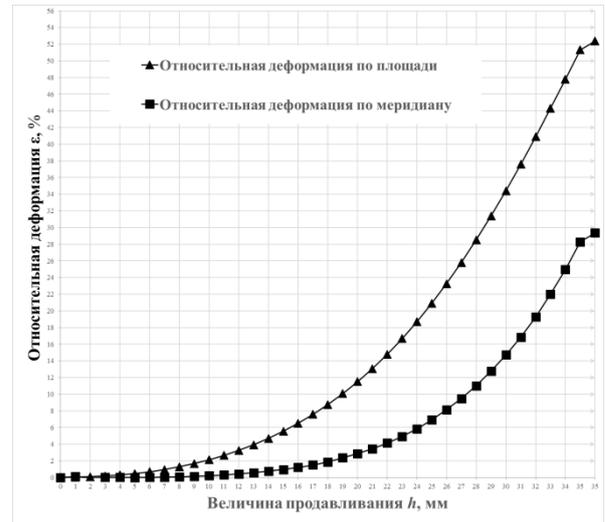


Рисунок 4 – Графики зависимости  $\varepsilon_s$  и  $\varepsilon_m$  от высоты продавливания  $h$  при  $a=56,5$  мм и  $b=35,3$  мм (эксцентриситет  $\varepsilon=0,48$ )

Так как при формировании деталей верха обуви обтяжно-затяжным и внутренним простым способами относительная деформация материала на обувной колодке не превышает 30 %, то по формулам (2) и (3) с использованием приложения Microsoft Excel для выбранного значения малой полуоси  $b$  рассчитывается значения величин подъема  $h$  пуансона в виде эллипсои-

да вращения для получения необходимой относительной деформации. Результаты расчётов показывают, что получить наибольшую относительную деформацию кругового образца материала в 30 % эллипсоидом вращения можно при значении его малой полуоси  $\frac{R}{2,4} \leq b < R$  и тогда при  $R = 56,5$  мм значе-

ние малой полуоси эллипса вращения  $b$  лежит в пределах от 23,5 до 56,5. Выбор значения радиуса рабочей зоны образца  $R = 56,5$  мм обусловлен тем, что элементарная проба материала имеет площадь  $S_0 \approx 10000$  м<sup>2</sup>, сравнимую с площадью носочно-пучковой части обувной колодки.

С помощью электронных таблиц Microsoft Excel для студентов предлагается провести анализ полученных результатов (рисунок 4), который показывает, что при продавливании на одну и ту же величину  $h$  значения относительной деформации по площади значительно выше, чем относительная деформация по меридиану в среднем в 4 раза, начиная со значений продавливания  $h = 10$  мм и которое с ростом  $h$  убывает. Что наглядно демонстрирует построенный график на рисунке 5.

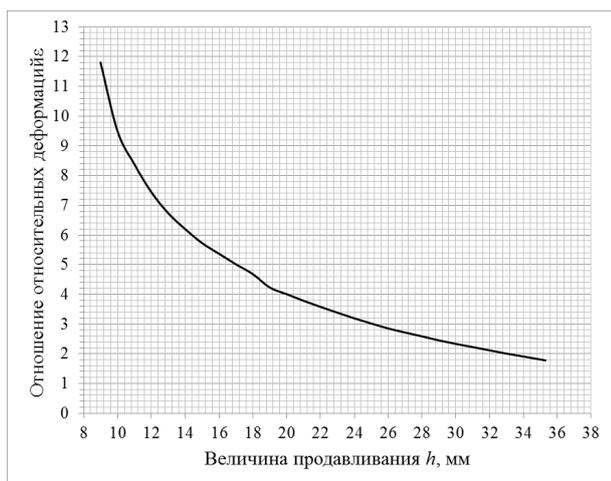


Рисунок 5 – График зависимости  $\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_m}$  от  $h$

В формуле (2) для нахождения относительной деформации по меридиану необходимо вычислить эллиптический интеграл 2-го рода

$$E(t_B; \varepsilon) = \int_0^{t_B} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 t} dt, \quad (4)$$

## USE OF SOFTWARE TOOLS TO FIND THE RELATIVE MAGNITUDES OF THE DEFORMATIONS DURING THE FLAT MATERIALS MOLDING

A.P. Dmitriev, A.V. Kovalenko

Vitebsk State Technological University, Vitebsk, Belarus, dmitriev203509@gmail.com

**Abstract.** The issues of using the software tools for determining the relative magnitudes of the deformation during the flat materials deforming by the ellipsoid of revolution at advanced mathematics classes were addressed.

**Keywords.** Deformation, punch, ellipsoid of revolution, iterative method, MAPLE for elliptic integral.

по заранее вычисленным  $t_B$  и  $\varepsilon$ .

Однако интеграл (4) является не берущимся и поэтому его следует вычислять приближёнными методами. Такие методы могут быть реализованы с помощью математических пакетов Matlab, Mathcad, Maple. Например, студентам предлагается использовать наиболее эффективный итерационный метод арифметически-геометрического среднего в среде Maple-11 дающий значение эллиптического интеграла с точностью до миллионных.

Таким образом, наиболее рационально использовать элементы информационных технологий в практике преподавания математики для студентов инженерных специальностей можно именно на этапе решения прикладных задач при изучении, например, темы «Приложение интегрального исчисления», что позволяет показать, как применяются фундаментальные математические понятия, как общенаучные, при решении прикладных задач будущей профессиональной деятельности, которая в настоящее время невозможна без использования программного обеспечения.

### Литература

1. ISO 17695 Footwear – Test methods for uppers – Deformability / Обувь. Методы испытаний верха обуви. Деформируемость. – First edition 2004-10-15. – Published in Switzerland. – 8 p.
2. Устройство для испытания листовых материалов многоосным растяжением: пат. на полезную модель 5305 Респ. Беларусь, МПК G 01N 3/00 U./ А.Н. Буркин, А.П. Дмитриев, О.А. Буркина; заявители А.Н. Буркин, А.П. Дмитриев, О.А. Буркина. – № и 20080730; заявл. 26.09.2008; опубл. 30.06.2009 // Афiцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2009. – № 3(68) – С. 211–212.
3. Дмитриев, А.П. Расчёт величин деформации при формовании обувных материалов параболоидом вращения / А.П. Дмитриев, А.В. Коваленко // Вестник ВГТУ, № 24, 2013. – С.7–15.
4. Дмитриев, А.П. Деформация листовых материалов на поверхности эллипсоида вращения / А.П. Дмитриев, О.А. Буркина, Ю.А. Завацкий // Вестник УО «ВГУ им. П.М. Машерова». – 2010. – №5 (59) – С. 16–20.