В. В. ЦЕГЕЛЬНИК
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Исследованы аналитические свойства решений двух нелинейных дифференциальных уравнений, ассоциированной с моделями случайно-матричного типа.

V. V. TSEGEL’NIK
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

ON SOME ANALYTICAL PROPERTIES OF SOLUTIONS OF A SYSTEM OF TWO DIFFERENTIAL EQUATIONS

The analytical properties of solutions of a two differential equations associated with models of a random matrix type are investigated.

Доклад посвящен изложению результатов исследования некоторых свойств решений системы дифференциальных уравнений

$$u=\frac{1}{2(1-v^2)}\left(\frac{nv}{kz}-v'\right), \qquad (1)$$

$$v=\frac{1}{2(1-u^2)}\left(\frac{n+1}{kz}+v'\right) \qquad (2)$$

с неизвестными функциями u, v независимой переменной z и параметрами k $(k\neq 0), n$.

Если $k=1$, n – дискретный параметр, то система (1), (2) [1,2] ассоциируется с уравнением [3]

$$u_n'=-(1-u^2)(u_{n+1}-u_{n-1}),$$

представляющим дискретную версию второго уравнения Пенлеве и модифицированным уравнением Вольтера [4]

$$(n+1)u_n=z\,(u_{n+1}+u_{n-1})(1-u_n^2).$$

Теорема 1. Пусть $v=v(z)$ – решение уравнения

$$v''=-\frac{v}{1-v^2}v'^2-\frac{v'}{kz}+\frac{n(k-1)}{k^2z^2}\cdot\frac{v^3}{1-v^2}+\frac{n(n+1-k)}{k^2z^2}\cdot\frac{v}{1-v^2}-4v(1-v^2). \qquad (3)$$

Тогда функция $u(z)$, определяемая формулой (1), является решением уравнения

$$u''=-\frac{u}{1-u^2}u'^2-\frac{u'}{kz}+\frac{(n+1)(1-k)}{k^2z^2}\cdot\frac{u^3}{1-u^2}+\frac{(n+1)(n+k)}{k^2z^2}\cdot\frac{u}{1-u^2}-4u(1-u^2). \qquad (4)$$

Теорема 2. Пусть $u=u(z)$ – решение уравнения (4). Тогда функция $v(z)$, определяемая формулой (2), является решением уравнения (3).

Уравнение (4) получается из (3) преобразованием $v\to u,\ n\to -n-1$.

Теорема 3. Система (1), (2) в случае $k=1$ является системой Пенлеве-типа.

Список литературы

1. Hisakado M. // Mod. Phys. Lett. 1996. Vol. A 11. P. 3001-3010.
2. Tracy C. A., Widom H. // Com. Math. Phys. 1999. Vol. 207. P. 665-685.
3. Nijhoff F. W., Papageorgiou V. // Phys. Lett. 1991. Vol. 153A. P. 337-344.
4. Kharchev S., Marshakov A., Mironov A., Zabrodin A. // 1991. Vol. B 366. P. 569-601.
5. Э. Л. Айнс. Обыкновенные дифференциальные уравнения. ОНТИ. Харьков. 1939.