

## 23. ДИЛЕММА ЗАКЛЮЧЕННОГО И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

*Лемешко А.С., Лысенко А.А. студенты гр.373903, Русина Н. В. аспирант*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Ефремов А.А. – канд. экон. наук, доцент каф. ЭИ*

**Аннотация.** В данной работе рассматривается задача в теории игр, известная как "дилемма заключенного". Рассмотрены стратегии «око за око», рандомизации, преодоления дилеммы и достижения оптимального решения для всех участников.

**Ключевые слова:** теория игр, равновесие по Нэшу, "дилемма заключенного".

Теория игр — это раздел математики, изучающий взаимоотношения участников игры. Под игрой понимается любая ситуация, где конфликтуют интересы минимум двух людей.

Смысл теории игр в том, чтобы предсказать, как действия и решения одних игроков влияют на других.

Главной отличительной чертой теории игр является то, что она занимается анализом ситуаций, в которых поведение участников взаимосвязано, то есть решение каждого оказывает влияние на результат взаимодействия и, следовательно, на решения остальных участников;

Одной из задач теории игр является «дилемма заключённого».

Дилемма заключённого – знаменитая концепция из области теории игр, один из самых известных парадоксов взаимодействия. Демонстрирует, почему действия в собственных интересах не всегда приводят к лучшему результату. Сформулирована Мериллом Фладом и Мелвином Дрешером в 1950 году. Название она получила благодаря математику Альберту Такеру.

Классический вариант «Дилеммы заключённого»:

Два злоумышленника были задержаны за ограбление банка и отправлены в разные камеры. Сотрудник милиции предложил им сдать друг друга. Если никто этого не сделает, то каждому дадут по 1 году тюрьмы. Если только один из злоумышленников признается, то его отпустят, а второму дадут 7 лет. Аналогично в обратном порядке. Если признаются оба, то обоим дадут 3 года.

Дилемма возникает, когда каждый из игроков заинтересован в собственном благополучии и хочет минимизировать свой срок заключения.

Таблица 1 – Стандартная матрица выигрышей «дилеммы заключённого»

	Признаётся	Молчит
Признаётся	3, 3	0, 7
Молчит	7, 0	1, 1

Представим размышление одного из злоумышленников:

Если мой союзник молчит, то мне лучше признаться и выйти на волю (иначе – 1 год заключения). Если мой союзник признаётся, тогда лучшим вариантом для меня также является признание, чтобы получить 3 года (иначе – 7 лет заключения). Стратегия «признаться» строго доминирует над стратегией «молчать», так как приводит к лучшему результату, независимо от выбора союзника. В случае признания обоих участников устанавливается игровое равновесие и оба получают по 3 года. Данное равновесие достигается потому, что стратегия «признаться» каждого участника является оптимальной при заданной стратегии другого участника. Достигнутое равновесие является равновесием по Нэшу.

Равновесие Нэша – тип решений игры двух и более игроков, в котором ни один участник не может увеличить выигрыш, изменив своё решение в одностороннем порядке, когда другие участники не меняют решения.

Парадокс «дилеммы заключённого» в том, что если каждый злоумышленник предаёт своего союзника, то получает срок в 3 года, хотя оба могли бы оказаться в более выигрышном положении, если бы выбрали стратегию «молчать». Если бы оба злоумышленника могли доверять друг другу (они не могут контактировать друг с другом и согласовывать свои действия, потому что они заключены в разные комнаты) и договориться все отрицать, то обоим было бы лучше. Таким образом, сотрудничество индивидов друг с другом – лучший результат, который является оптимальностью по Парето.

Эффективность по Парето – ситуация, при которой ни один участник не может улучшить своё положение, не ухудшив положение другого.

Переход всех игроков к кооперативной стратегии поведения «молчать», явно стал бы Парето-улучшением по сравнению с равновесным по Нэшу исходом.

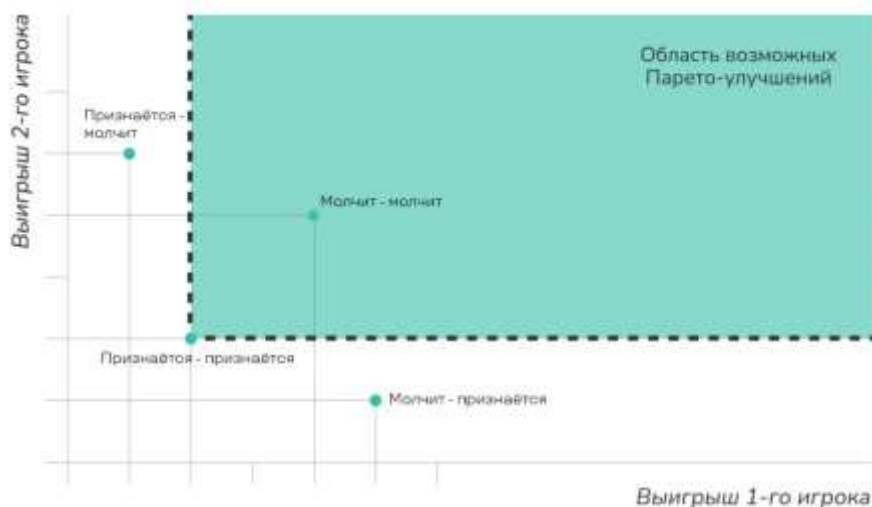


Рисунок 1 – График Парето-улучшений

Таким образом равновесие по Нэшу в игре не соответствует Парето-оптимальному решению.

Итерированная дилемма заключенного — это повторное исполнение классической игры «Дилемма заключенного», где два участника взаимодействуют друг с другом многократно, принимая решения в каждом раунде. В отличие от оригинальной формы дилеммы заключенного, итерированная версия позволяет игрокам учиться на предыдущих выборах оппонента и соответствующим образом корректировать свои стратегии.

Одной из ключевых особенностей итерированной дилеммы заключенного является то, что игроки имеют возможность наблюдать за действиями своего партнера и реагировать на них с течением времени. Эти знания могут существенно повлиять на процесс принятия решений и способствовать появлению кооперативных стратегий.

Для пояснения итерированной дилеммы заключенного, рассмотрим ситуацию с двумя участниками, например, Дарья и Ангелина.

В течение нескольких итераций игры они сталкиваются с повторяющимся выбором - признаться или молчать. После каждого раунда игроки знают выбор своего оппонента. Результат каждого раунда влияет на общее количество их баллов, и основная цель заключается в оптимизации этого показателя к концу игры.

В рамках итерированной дилеммы заключенного было разработано и исследовано множество стратегий. Рассмотрим несколько из них.

В начале 1980-х годов проводившийся Р. Аксельродом чемпионат по ПДЗ выявил стратегию "око за око", предложенную А. Рапапортом, как фаворита. Эта стратегия, относящаяся к классу марковских стратегий, предполагает повторение предыдущего хода оппонента. Впоследствии была разработана стратегия "око за око с прощением", которая оказалась наиболее успешной на последующих чемпионатах по ПДЗ.

Одна из стратегий была выявлена на чемпионате в начале 1980-х годов по ПДЗ, проводившийся Р. Аксельродом. Её предложил А. Рапапорт. Данная стратегия получила название "око за око". Она относится к классу марковских стратегий, при которых каждое последующее решение зависит от предыдущего. Конкретно "око за око" предполагает повторение предыдущего хода оппонента.

Такие стратегии часто определяются четырьмя вероятностями  $p = (p_1, p_2, p_3, p_4) = (p_{сс}, p_{сд}, p_{дс}, p_{дд})$  сотрудничества в текущем раунде, исходя из результатов предыдущего  $\{сс, сд, дс, дд\}$ . Начальный выбор обычно делается равновероятным образом между признанием и молчанием. Например, стратегия "око за око" может быть представлена как  $p = (1, 0, 1, 0)$ . Далее была предложена стратегия "око за око с прощением", которая оказалась более успешной на последующих чемпионатах по ПДЗ.

Использование стратегии "око за око" показало, что она работает эффективно против других, но может быть неэффективной против самой себя. Например, если два игрока выбирают стратегию "око за око", то с высокой вероятностью  $3/4$  в следующий раз они перейдут к постоянному признанию и наберут мало баллов. Это означает, что стратегия "око за око" может вытеснить себя, даже при её доминировании среди других стратегий.

Рандомизация – подход, включающий в себя случайный выбор между молчанием и признанием. Это может быть эффективным способом предотвратить предсказание ваших действий другим игроком и использование вас в свою пользу. Например, если другой игрок всегда отвергает сотрудничество, рандомизация может помешать ему воспользоваться вами.

Также существуют стратегии игроков, которые всегда признаются или молчат.

Ещё одна стратегия, при которой один из игроков начинает с признания, чтобы таким образом установить доминирование над противником. Этот подход может быть особенно эффективным, если игрок подозревает, что соперник, вероятно, будет молчать, поскольку он может дать вам значительное преимущество в последующих раундах. Тем не менее, это также несет значительные риски, поскольку он может быстро перерасти в цикл взаимного признания.

Последняя из рассматриваемых нами стратегий — постепенная эскалация. Это подход, при котором начинают с молчания, то есть с сотрудничества с оппонентом и постепенно увеличивают уровень "возмездия", если другой игрок признаётся. Это может быть эффективным способом предотвратить постоянное признание, сохраняя при этом сотрудничество. Допустим, если один игрок признается, другой игрок может ответить тем же на следующем раунде, а затем вернуться к сотрудничеству в дальнейшем.

Существует занимательная особенность. Она работает, если ПДЗ играется ровно  $K$  раз (некая известная константа  $K$ ) и количество раз известно участникам. Будет работать равновесие Нэша — всегда предавать. Это можно доказать с помощью индукции: если оба сотрудничают, то есть молчат, на последнем раунде выгодно признаться и предать оппонента, тогда у него не будет возможности отомстить. Поэтому оба будут стремиться предать друг друга на последнем раунде. Раз соперник признается в конце в любом случае, каждый захочет предать на предпоследнем раунде, и далее может

произойти точно также. Чтобы сотрудничество оставалось выгодным, необходимо, чтобы будущее было неопределённым для обоих игроков. Решением данной проблемы является случайность числа  $N$ . Ещё возможен вариант подсчёта результатов по среднему выигрышу за один раунд.

В дилемме заключенного нет однозначного правильного или неправильного решения - все зависит от того, какие вероятности и варианты будут приемлемы для каждого участника:

Если заключенному важно выбраться из ситуации как можно быстрее любыми средствами, то он выберет "признаться".

Если оба участника мыслят целесообразно и логически, не поддаваясь эмоциям, то они выберут "молчать".

Если заключенному не хочется рисковать получением максимального наказания, то он выберет "признаться".

**Список использованных источников:**

1. Дилемма заключенных с бесконечным числом повторений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://pandiaonline.ru/text/78/401/51195.php> – Дата доступа: 25.03.2024
2. Shaun Hargreaves Heap, Varoufakis Y. *Game theory: a critical text*. – Routledge. – ISBN 0415250943. – 2004. – 384 p. – Дата доступа: 25.03.2024
3. Трофимов Д.А., Шалыто А.А. Метод оптимизации стратегий в играх для двух участников с использованием генетических алгоритмов // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 2 (72). – С. 45–48. – Дата доступа: 26.03.2024
4. Дилемма заключённого [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://brickofknowledge.com/articles/dilemma-zaklyuchennogo#header12> – Дата доступа: 26.03.2024
5. Как заниматься теорией игр [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://medium.com/street-science/how-to-do-game-theory-5a7e290fd31c> – Дата доступа: 28.03.2024
6. Что такое дилемма заключенного и как она работает? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.investopedia.com/terms/p/prisoners-dilemma.asp> – Дата доступа: 28.03.2024
7. Теория игр и Равновесие Нэша [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://vlast.kz/obsshestvo/23192-teoria-igr-i-ravnovesie-nesa.html> – Дата доступа: 02.04.2024
8. Дилемма заключенного: кооперация или предательство? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://livrezon.com/publication/dilemma-zaklyuchennogo-kooperaciya-ili-predatelstvo> – Дата доступа: 02.04.2024
9. Теория игр [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://megaplan.ru/blog/management/theory-of-games/> – Дата доступа: 02.04.2024