

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ В РАБОТАХ М. ЭШЕРА

*Сучёк Е.А., Писарчик Е.А., студенты гр.351003*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь*

*Баркова Е.А. – канд. физ.-мат. наук, доцент*

Данная работа расскажет Вам как и о жизни художника, так и о принципах создания его по истине уникальных работ, о их логике, форме. Целью этой работы является поиск связи между искусством и математикой, а также выделение уникальности картин данного художника. Мы поставили перед собой вопрос: может ли кто-то или даже что-то повторить успех художника?

Картины Эшера, мозаики, форма и логика пространства, многогранники.

Есть ли между наукой и искусством какие-то общие направления? Есть ли вероятность, что один из этих миров может дополнять и обогащать открытиями другой? Увеличенные творцы эпохи Возрождения не увидели бы в данной ситуации противоречия. Им не приходилось делить способы познания мира и самовыражения так сильно, как нам. Публикации нидерландского художника-графика Маурица (Мориса) Эшера, как правило, оказывают на людей гипнотическое воздействие, потому что они способствуют размытию границ между логическим и невозможным, а также между постоянным и изменчивым.

По сути, каждая картина представляет собой научно-художественный труд по изучению закономерностей пространства и особенностей нашего восприятия. Творчество его было рассмотрено экспертами в контексте теории относительности и психоанализа. Вы можете просто ненадолго отвлечься и погрузиться в мир, где чёткая логика, которая является основой рисунка, вдруг становится не такой как мы видим её в реальности.

### Мозаики

Мауриц Эшер интересовался различными типами мозаичных узоров, включая как регулярные, состоящие из простых фигур, такие как квадраты и прямоугольники, так и нерегулярные, создающие сложные и необычные узоры.

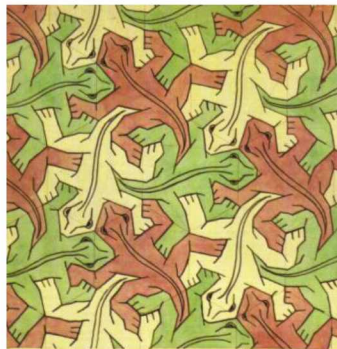


Рисунок 1 – Мауриц Эшер «Заполнение плоскости рептилиями» (1941 г.)

Математики установили, что для регулярного разбиения плоскости подходят только три правильных многоугольника: треугольник, квадрат и шестиугольник. Однако существует множество нерегулярных вариантов разбиения плоскости, включая использование правильного пятиугольника в мозаиках. Мауриц Эшер экспериментировал с базовыми образцами мозаик, применяя к ним различные трансформации, такие как симметрия, отражение, смещение и другие. Он также творчески искажал базовые фигуры, превращая их в животных, птиц, ящериц и другие объекты. Эти искажённые образцы мозаик обладали трёх-, четырёх- и шестинаправленной симметрией, сохраняя при этом свойство заполнения плоскости без перекрытий и щелей.

### Многогранники

Мауриц Эшер был очарован правильными геометрическими телами, известными как тела Платона. В его работах многогранники часто выступали в качестве центральной фигуры или вспомогательного элемента. Существует всего пять таких тел: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр, каждое из которых имеет определённое количество одинаковых правильных граней. В своей гравюре "Четыре тела" Эшер изобразил пересечение этих многогранников, расположенных на одной оси симметрии, делая их полупрозрачными и позволяя видеть одно через другое.

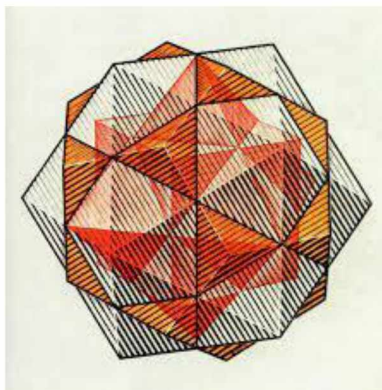


Рисунок 2 – Мауриц Эшер гравюра «Четыре тела»

Многие разнообразные звездчатые многогранники могут быть созданы путём превращения правильных многогранников в звезды. Для этого нужно заменить каждую грань многогранника на пирамиду с основанием, соответствующим грани исходного многогранника. Прекрасный пример звездчатого додекаэдра можно увидеть в работе "Порядок и хаос", где он представлен внутри стеклянной сферы. Простая красота этой композиции контрастирует с хаотично разбросанным мусором на столе. Также стоит отметить, что при внимательном рассмотрении картины можно заметить отражение



Рисунок 3 – Мауриц Эшер «Порядок и хаос»

В работах Эшера можно увидеть фигуры, объединяющие различные правильные многогранники, что придаёт им особую сложность и интерес. Например, в гравюре "Звезды" художник сочетает тетраэдры, кубы и октаэдры, создавая удивительные композиции. Однако Эшер не ограничивается простым представлением многогранников, он добавляет в свои работы элементы, такие как хамелеоны, чтобы усложнить наше восприятие. Это заставляет нас пересмотреть привычные представления и взглянуть на произведение с новой точки зрения, чтобы увидеть его в целом. Такая игра с восприятием является одним из удивительных аспектов творчества Эшера, который поражает и вдохновляет математиков.

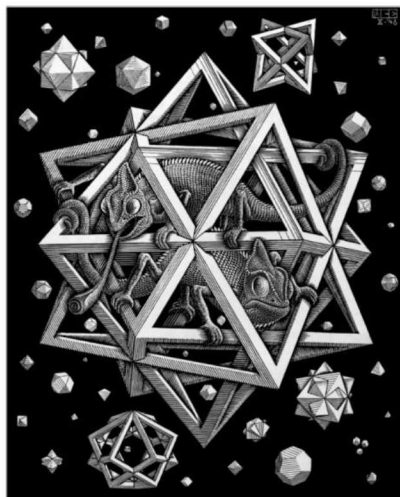




Рисунок 4 – Мауриц Эшер «Звёзды»

#### Форма пространства

Одной из ключевых работ Эшера с математической направленностью является литография "Три пересекающиеся плоскости", где художник исследует природу пространства и способность мозга воспринимать трёхмерные изображения на плоскости. Эта картина отражает его интерес к размерности пространства и созданию визуальных эффектов, основанных на этом принципе.

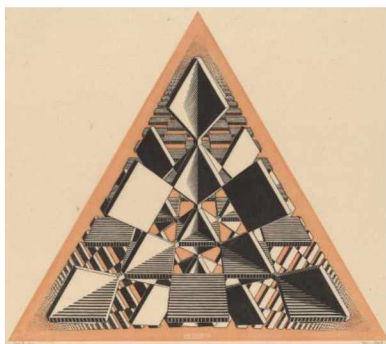


Рисунок 5 – Мауриц Эшер «Три пересекающиеся плоскости»

Инспирированный работами математика Х. Коксетера, Эшер создал множество иллюстраций гиперболического пространства. Одним из примеров является его работа "Предел круга III". В этой картине художник исследует одно из двух видов неевклидова пространства, описанных Пуанкаре. Представьте себя внутри этой картины: по мере движения от центра круга к его границе, ваш рост будет уменьшаться, а рыбы на картине тоже будут уменьшаться. Это создаёт впечатление бесконечного пути к границе круга. В таком пространстве на первый взгляд ничего необычного, но при ближайшем рассмотрении можно заметить отличия, например, все треугольники имеют одинаковый размер, и невозможно нарисовать фигуры с четырьмя прямыми углами и прямыми линиями, так как не существует квадратов и прямоугольников.



Рисунок 6 – Мауриц Эшер «Предел круга III»

В работе "Змеи" Эшер показал пространство, уходящее в бесконечность как в сторону края окружности, так и в сторону центра, что создаёт эффект уменьшающихся кругов. Если бы вы попали в такое пространство, оно могло бы показаться вам как бесконечно убывающий лабиринт, где каждый шаг приводит к новому переходу между внешним и внутренним краем окружности.



Рисунок 7 – Мауриц Эшер «Змеи»

В литографии "Картинная галерея" Эшер создал удивительный эффект, где пространство заворачивается в кольцо, позволяя мальчику одновременно находиться как внутри, так и вне картины. Этот трюк достигается благодаря особому преобразованию изображения и использованию сетки с увеличивающимся расстоянием между линиями. Особое место в центре картины, где пространство исчезает, обозначено белым пятном и автографом художника. Понимание этой работы требует внимательного наблюдения и анализа деталей, открывая зрителю удивительные перспективы и игры с топологией пространства.



Рисунок 8 – Мауриц Эшер «Картинная галерея»

#### Логика пространства

Один из ключевых аспектов логики пространства - это перспектива, которая создаёт впечатление бесконечности пространства через точки исчезновения на рисунках. Изучение перспективы началось ещё в эпоху Возрождения с работами художников, таких как Альберти и Дизарго, и послужило основой для современной геометрии проекций.

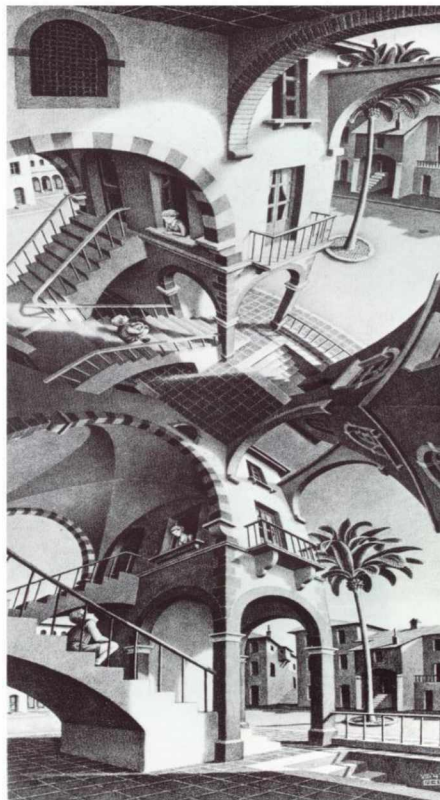


Рисунок 9 – Мауриц Эшер «Выше и ниже»

Более того, вводя точки схода и постепенно меняя элементы композиции, Эшер смог создать картины, в которых направление элементов меняется в зависимости от взгляда зрителя. В картине "Выше и ниже" он поместил пять точек схода одновременно в четырёх углах и центре картины. В результате, если смотреть на нижнюю часть картины, создаётся впечатление, что вы смотрите вверх.



Если же смотреть на верхнюю половину картины, то создаётся впечатление, что вы смотрите вниз. Чтобы подчеркнуть этот эффект, Эшер изобразил одну и ту же композицию с двух разных точек зрения.

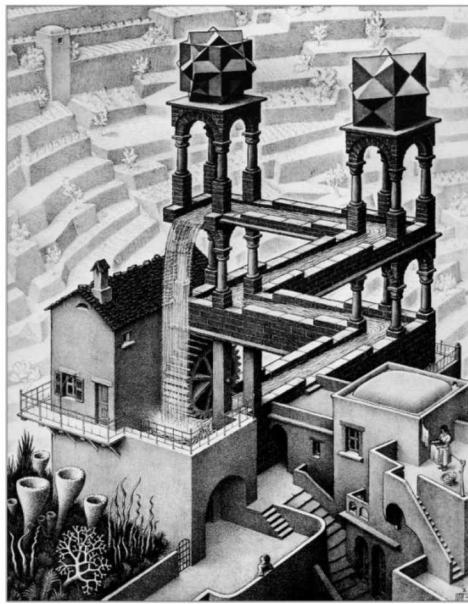


Рисунок 10 – Мауриц Эшер «Водопад»

Третий тип картин, в которых нарушается логика пространства, - невозможная фигура. Парадокс невозможной фигуры основан на том, что наш мозг всегда пытается представить двухмерную картинку на бумаге как трёхмерную. Эшер создал серию работ, посвящённых этой аномалии. Самая интересная его работа, литография "Водопад", основана на невозможной фигуре треугольника, придуманной математиком Роджером Пенроузом. В этой работе два невозможных треугольника объединяются в одну невозможную фигуру. Создаётся впечатление, что водопад - это замкнутая система, которая работает как вечный двигатель в нарушение закона сохранения энергии.

Может ли кто-то или даже что-то повторить успех художника?

Далее мы бы хотели провести сравнительную характеристику, дабы подчеркнуть неповторимость и уникальность картин данного художника.

Эшер был не первый в области создания невозможных фигур. До него этим интересовались Микеланджело, Леонардо да Винчи, Дюрер, Холбен.

Но мы ставили вопрос о его уникальности. Сейчас мы уже выяснили, что на время написания картин они точно были уникальными, но смог ли кто-то повторить этот успех в наше время и сможет ли? Могут ли новые технологии заменить гениальность тех времён? Сейчас мы попробуем разобраться в этом.

Итак, начнём с того, что выясним, были ли последователи у Эшера.

Из последователей Эшера нам удалось найти несколько художников, таких как Роб Гонзалвес, Иштван Ороз, Холлистер Давид и Хоб Дэвид. Однако информации о них относительно немного, что может указывать на то, что пока никому не удалось превзойти талант и оригинальность Эшера.

А что насчёт новых технологий? Смогут ли они за несколько секунд создать то, на что художникам понадобилось много десятилетий?

Для начала предлагаю поставить перед ними такую задачу и проанализировать результат. Ниже приведён пример того, как искусственный интеллект выполняет данное задание.

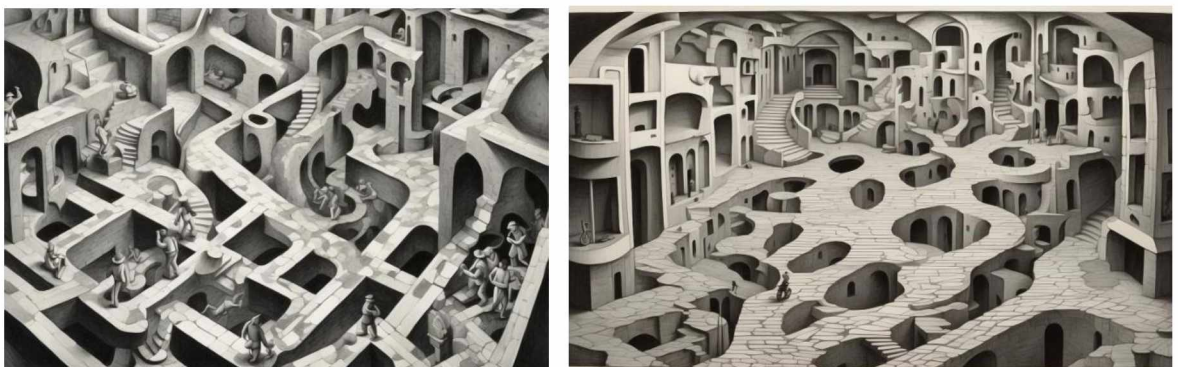


Рисунок 11 – Изображение, полученное при помощи искусственного интеллекта

Как можно заметить точность таких картин оставляет желать лучшего, в них нет осмысленности, для их создания не прибегали к математике. Так сказать, здесь нет ни чувств художника, ни точности математика. Попробуем повторно отправить задачу ИИ, изменив некоторые параметры.



Рисунок 12 – Цветное изображение, полученное при помощи искусственного интеллекта

Наполнение картин всё ещё оставляет желать лучшего.

И, наконец, мы сами попробуем создать небольшую зарисовку, касательно данной тематики.

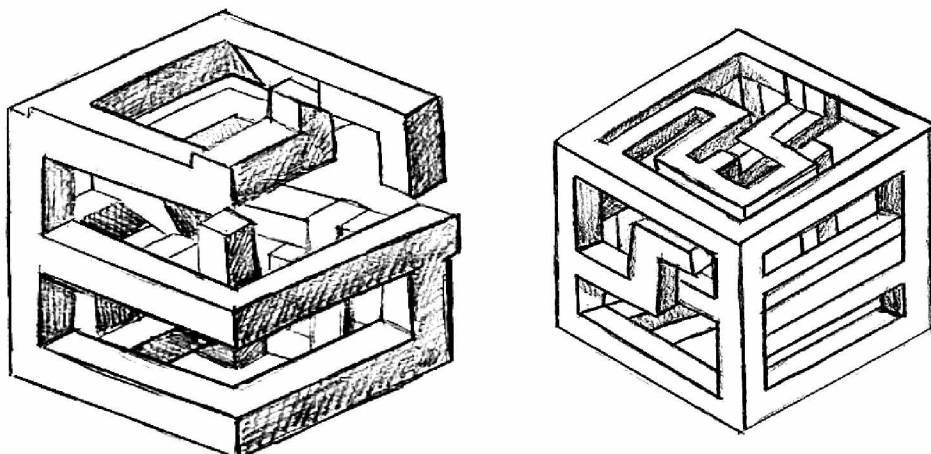


Рисунок 13 – Изображение кубов, с невозможными пересечениями внутри

И так у нас получилось изобразить два куба, с невозможными пересечениями внутри. Далее в качестве примера мы попробуем нарисовать мозаику по подобию работ Эшера.

Для начала следует выбрать одну или несколько фигур, которые впоследствии мы будем повторять. Наш выбор остановился на простейшей фигуре бабочки.

Используя самодельный трафарет (он нам нужен для точности каждой стороны), мы нарисовали пример одной из фигур. Стоит отметить, что трафарет также помогает нам для соблюдения того, чтобы каждая сторона бабочки являлась другой стороной второй бабочки.

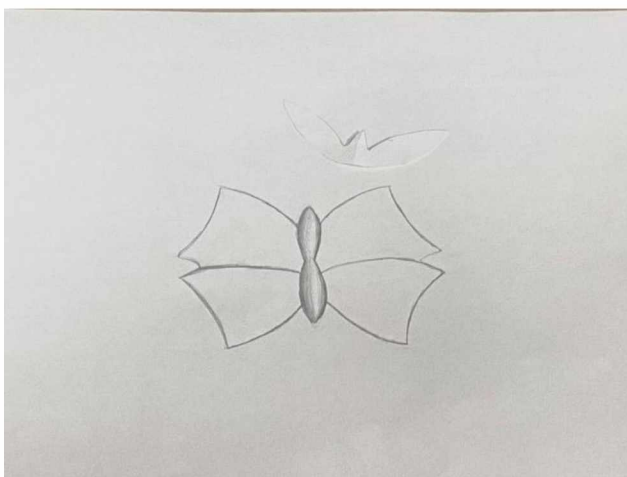


Рисунок 14 – Использование трафарета для создания мозаики



Далее мы повторили наши предыдущие действия и получили следующее:

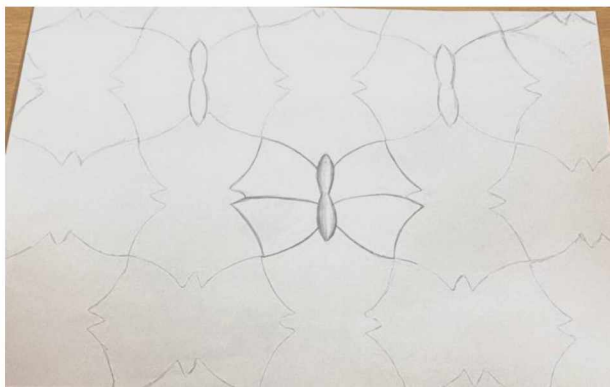


Рисунок 15 – Изображение, полученное с помощью повторения фигур бабочки

После небольшой корректировки мы получили изображение такой мозаики:

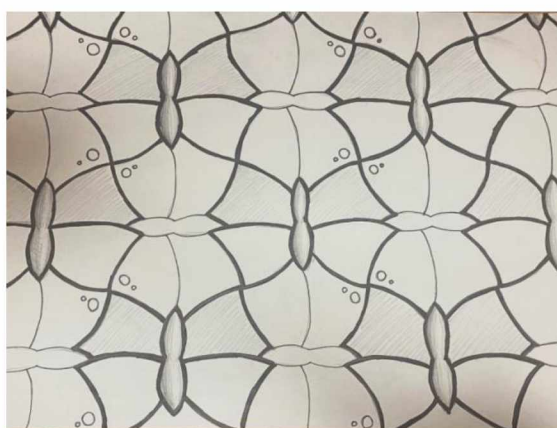


Рисунок 16 – Изображение полученной мозаики

Итак, спустя время мы смогли изобразить несколько рисунков по подобию работ Эшера. И теперь мы можем с уверенностью сказать, что «новое не всегда лучше старого», а именно что картины Эшера ещё долгое время будут будоражить общественность своей логикой, формой и игрой с пространством.

Эшер был рассмотрен экспертами в контексте теории относительности и психоанализа, как его творчество. Вплоть до разделения плоскости и заполнения взаимосвязанных изображений птиц, животных, которые расположены согласно законам симметрии, параллельного переноса, поворота. Несмотря на то что Эшер не был экспертом в математике, его уникальный талант и нестандартное восприятие мира позволяли ему создавать удивительные произведения. Его гениальные произведения, которые содержат в себе геометрические узоры и оптические иллюзии, могут стать прекрасным материалом для изучения математики.

Несмотря на попытки последователей, никто из них пока не смог повторить тот же успех, который смог достичь сам Эшер. Его гениальность и талант остаются непревзойдёнными даже в наше время. Новые технологии могут предложить новые возможности для художников, но они не заменят гениальность и творческий подход, которые присущи творчеству Мортена Эшера.

Таким образом, можно сказать, что пока никто не смог повторить успех Эшера в создании таких уникальных и запоминающихся произведений искусства. Его работы остаются великим примером для художников и продолжают вдохновлять новые поколения творческих людей. А сам Эшер стал для нас гением с поразительным воображением, который мог внести новый взгляд на взаимосвязь между искусством и математикой.

**Список использованных источников:**

1. Лошер Ж. Л., Вельдхуизен В. Ф. Магия М. К. Эшера. — Арт-Родник, Taschen, 2007.
2. Проблема Гольдбаха: определение, доказательство и решение [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://fb.ru/article/452284/problema-goldbaha-opredelenie-dokazatelstva-i-reshenie>. — Дата доступа: 02.04.2023.
3. Новое время, №36, 1998. Зайцева Е. «Творец невозможного: художественные образы математика Мариуца Эшера.»
4. О Хофштадтер Д. Гёдель, Эшер, Бах: эта бесконечная гирлянда. — Самара, 2001. — 752 с.
5. Bruno Ernst. The Magic Mirror of M. C. Escher. — Random House (New York), 1976. — ISBN 978
6. Википедия. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Замощение\\_\(геометрия\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Замощение_(геометрия))(26.02.2019)

UDC

## **MATHEMATICAL ASPECT IN THE WORKS OF ARTIST M. ESCHER**

*Suchok E.A., Pisarchik E.A.*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus*

*Barkova E.A. – PhD in Physics and Mathematics*

*This work will tell you both about the life of the artist and about the principles of creation of his truly unique works, about their logic and form. The aim of this work is to find a connection between art and mathematics, as well as to highlight the uniqueness of the artist's paintings. We set ourselves the question: can someone or even something repeat the artist's success?*

*Escher's paintings, mosaics, the shape and logic of space, polyhedra.*