

## ТЕОРИЯ ХАОСА: ПРЕДСТАВЛЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ АТТРАКТОРА ЛОРЕНЦА

Тит А.А, Ёщик Ю.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь

Малышева О. Н. – канд. физ.-мат. наук

В статье рассмотрены основные характеристики аттрактора Лоренца, а также предложена компьютерная реализация его построения для определенного набора параметров при различных начальных условиях.

Теория хаоса — математический аппарат, описывающий поведение некоторых нелинейных динамических систем, имеющих следующие свойства: чувствительность к начальным условиям, свойство топологического смешивания, плотность периодических орбит системы.

Рассмотрим автономную систему трех дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y, \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\sigma$ ,  $\rho$  и  $\beta$  - это параметры системы, определяющие ее поведение. Система (1) была предложена американским математиком и метеорологом Эдвардом Лоренцом в 1963 году. Система описывает динамику движения материальной точки по трем переменным:  $x$ ,  $y$  и  $z$  и является хаотической.

Аттрактор — множество точек фазового пространства динамической системы, к которому она стремится с течением времени. Аттрактор Лоренца изучают для различных наборов входящих в систему параметров  $\sigma$ ,  $\rho$  и  $\beta$ , которые влияют на структуру и форму аттрактора. Обычно исследование системы Лоренца проводят при  $\sigma = 10$ ,  $\rho = 28$ ,  $\beta = \frac{8}{3}$ .

Аттрактор Лоренца используется в криптографии для создания случайных чисел и шифрования данных, применяется в физике плазмы, теории хаоса, анализе временных рядов и многих других областях исследований.

Одной из наиболее интересных особенностей аттрактора Лоренца является его чувствительность к начальным условиям. Даже небольшое изменение в начальных значениях переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$  приводит к существенно различным траекториям движения системы. Это явление, известное как "эффект бабочки", является ключевой характеристикой хаотического поведения.

На рисунке 1 представлен аттрактор Лоренца, динамической системы (1), описывающей движение воздушных потоков в плоском слое жидкости постоянной толщины.

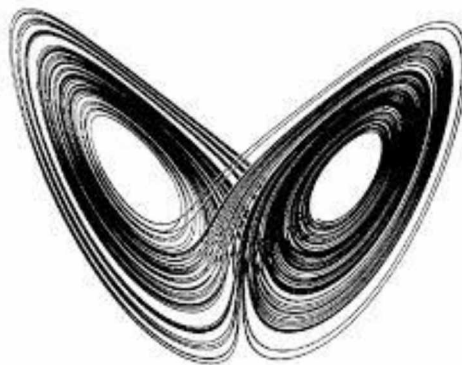


Рисунок 1 – Аттрактор Лоренца хаотической системы (1).

### Список использованных источников:

1. Lorenz, E. N. (1963). *Deterministic nonperiodic flow*. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(2), 130-141.
2. Strogatz, S. H. (1994). *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Westview Press.
3. Alligood, K. T., Sauer, T. D., & Yorke, J. A. (1996). *Chaos: an introduction to dynamical systems*. Springer Science & Business Media.
4. Moon, F. C. (1999). *Chaotic and fractal dynamics: an introduction for applied scientists and engineers*. John Wiley & Sons.
5. Guckenheimer, J., & Holmes, P. (1983). *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields*. Springer-Verlag.