УДК 535.8

КВАДРАТИЧНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИИ КОГЕРЕНТНОСТИ ГАУССОВСКОГО ПУЧКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Староселец А. В.[1], Дмитрук Б. Я.[1], студент гр.253504, Новиков В. А. [2], студент гр.253504

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники[1]
г. Минск, Республика Беларусь

Анисимов Владимир Яковлевич – канд. физ.-мат. наук, доцент

Аннотация. Статья рассматривает исследование, решение и анализ поведения уравнений волнового пучка.

Ключевые слова. Гауссовский пучок, функция когерентности, турбулентная атмосфера, квадратичное приближение, параболическое уравнение, среднее поле, оптика.

Введение

Гауссовский пучок – пучок электромагнитного излучения, в котором распределение электрического поля и излучения в поперечном сечении хорошо аппроксимируется функцией Гаусса. Когерентный световой пучок с гауссовым распределением поля имеет фундаментальное значение в теории волновых пучков. Этот пучок называют основной модой в отличие от других мод более высокого порядка.

В данной работе будет рассмотрено параболическое приближение, уравнение среднего поля, параболическое уравнения для функции взаимной когерентности в виде гауссовского пучка, актуальное в турбулентной среде, а также будет проведет анализ поведения гауссовского пучка при изменении его аргумента.

1. Волновой пучок в свободном пространстве

Будем считать, что на апертуде ($x = 0$) распределение амплитуды имеет гауссов вид с шириной пучка W_0, а распределение фазы – квадратичный вид с радиусом кривизны F. Такое фазовое распределение отвечает пучку, сфокусированному в плоскости $x = F$. Следовательно, в плоскости $x = 0$ поле определяется выражением (1.1):

$$u_0(0,\vec{\rho}) = u_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}(kQ)\vec{\rho}^{\,2}\right\} \tag{1.1}$$,

где $Q = \alpha_r + i\alpha_i = \left(\frac{\lambda}{\pi W_0^2}\right) + i\left(\frac{1}{F}\right)$. В произвольной точке $(x, \vec{\rho})$ поле волнового пучка равно

$$u_0(x,\vec{\rho}) = \frac{u_0}{1+iQx}\exp\left\{ikx - \frac{kQ}{2}\frac{\rho^2}{(1+iQx)}\right\} \tag{1.2}$$

2. Параболическое приближение

Рассмотрим волну $v(\vec{\rho})$, распространяющуюся в случайной среде с относительной диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(\vec{\rho}) = \langle\varepsilon\rangle[1+\varepsilon_1(\vec{\rho})] \tag{2.1}$$

Вводя волновое число, отвечающее среднему значению диэлектрической проницаемости:

$$k^2 = w^2\mu_0\varepsilon_0\langle\varepsilon\rangle = k_0^2\langle\varepsilon\rangle \tag{2.2}$$

запишем волновое уравнение для скалярного поля $v(\vec{\rho})$

$$[\nabla^2 + k^2(1+\varepsilon_1(\vec{\rho}))]v(\vec{\rho}) = 0 \tag{2.3}$$

При выборе параболического уравнения мы исходим из того факта, что при распространении волны вдоль оси x ее фаза по существу изменяется как ikx. Поэтому, если представить поле в виде

$$v(\vec{\rho}) = e^{ikx}u(\vec{\rho}) \tag{2.4}$$

то амплитуда $u(\vec{\rho})$ должна быть медленно меняющейся функцией координаты x. Подставив(2,4) в (2.3) , найдем точное уравнение для $u(\vec{\rho})$

$$2ik\frac{\partial u}{\partial x}(\vec{\rho}) + \nabla^2 u(\vec{\rho}) + k^2\varepsilon_1(\vec{\rho})u(\vec{\rho}) = 0 \tag{2.5}$$

Поскольку $u(\vec{\rho})$ - медленно изменяющаяся функция координаты x и характерным масштабом ее изменения является масштаб неоднородности среды l, оказывается, что при $l >> \lambda$ выполняется неравенство

$$\left|k\frac{\partial u}{\partial x}\right| >> \left|\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right| \tag{2.6}$$

Поэтому оператор ∇^2 в (2.5) можно заменить на оператор Лапласа, действующая только по поперечным координатам $\nabla_t^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. В результате получаем уравнение параболического типа для $u(\vec{\rho})$:

$$2ik\frac{\partial u}{\partial x}(\vec{\rho}) + \nabla_t^2 u(\vec{\rho}) = -k^2\varepsilon_1(\vec{\rho})u(\vec{\rho}_1) \tag{2.7}$$

Это уравнение является исходным для дальнейшего анализа. Далее будем исследовать среднее поле $\langle u(\vec{\rho})\rangle$ и его высшие моменты.

3. Уравнение для среднего поля и его общее решение

Для того, чтобы получить уравнение для среднего поля, усредним параболическое уравнение (2.5) по статистическому ансамблю:

$$2ik\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial x} + \nabla_t^2\langle u(\vec{\rho})\rangle = -k^2\langle\varepsilon_1(\vec{\rho})u(\vec{\rho}_1)\rangle \tag{3.1}$$

Если последнее слагаемое в этом уравнении удастся выразить через среднее поле, т.е. представить его в виде

$$\langle\varepsilon_1(\vec{\rho})u(\vec{\rho}_1)\rangle = g(\vec{\rho})\langle u(\vec{\rho})\rangle \tag{3.2}$$

то мы получим дифференциальное уравнение, замкнутое относительно $\langle u(\vec{\rho})\rangle$.

Найдем явный вид функции $g(\vec{\rho})$ в (3.2). Прежде всего заметим, что поле $u(\vec{\rho})$ представляет собой функционал от $\varepsilon_1(\vec{\rho})$, и воспользуемся следующей формулой, справедливой для гауссова случайного поля $\varepsilon_1(\vec{\rho})$ и функционала от него:

$$\langle\varepsilon_1(\vec{\rho})u(\vec{\rho}_1)\rangle = \int dv'\langle\varepsilon_1(\vec{\rho})\varepsilon_1(\vec{\rho})\rangle\langle\frac{\delta u(\vec{\rho})}{\delta\varepsilon_1(\vec{\rho})}\rangle \tag{3.3}$$

где величина $\frac{\delta u}{\delta\varepsilon'}$ называется функциональной или вариационной производной. Формулу (3.3) называют иногда формулой Фурутцу-Новикова. Используя предложение о дельта-коррелированности корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$\langle\varepsilon_1(x,r)\varepsilon_1(x',r')\rangle = \delta(x-x')A(r-r') \tag{3.4}$$

Из (3.3) находим

$$\langle\varepsilon_1(\vec{\rho})u(\vec{\rho})\rangle = \iint dr' A(r-r')\langle\frac{\delta U(x,r)}{\delta\varepsilon_1(x,r')}\rangle \tag{3.5}$$

Исходя из полученного

$$\frac{\delta U(x,r)}{\delta \varepsilon(x',r')} = \frac{ik}{4}\delta(r-r')u(x,r') \tag{3.6a}$$

$$\frac{\delta U^*(xr)}{\delta \varepsilon_1(x',r')} = -\frac{ik}{4}\delta(r-r')u*(x,r') \tag{3.6b}$$

Подставляя (3.6а) в (3.5), получаем

$$\langle \varepsilon_1(\vec{\rho})u(\vec{\rho})\rangle = \frac{ik}{4}A(0)\langle u(x,r)\rangle \tag{3.7}$$

Таким образом, уравнение (3.1) принимает вид

$$[2ik\frac{\partial}{\partial x} + \nabla_t^2 + \frac{ik^3}{4}A(0)]\langle u(x,\vec{r})\rangle = 0 \tag{3.8}$$

Высоте с граничным условием при $x = 0$

$$\langle U(0,\vec{r})\rangle = u_0(\vec{r}) \tag{3.9}$$

где

$$\alpha_0 = \frac{k^2 A(0)}{8} = 2\pi^2 k^2 \int\limits_0^{+\infty} \Phi_n(x)xdx \tag{3.10}$$

Подставляя (3.10) в (3.8), получаем

$$[2ik\frac{\partial}{\partial x} + \nabla_t^2]f(x,\vec{r}) = 0 \tag{3.12}$$

Уравнение (3.12) - это параболическое уравнение, описывающее распространение поля в свободном пространстве (при $\varepsilon_1 \equiv 0$), так что функцию $f(x,\vec{r})$ можно рассматривать как поле в свободном пространстве без флуктуаций. Обозначая поле в свободном пространстве через $U_0(x,\vec{r})$ т.е. полагая $f(x,\vec{r}) = U_0(x,\vec{r})$, получаем окончательное решение

$$\langle u(x,\vec{r})\rangle = u_0(x,\vec{r})\exp[-\alpha_0 x] \tag{3.13}$$

Таким образом, когерентная интенсивность определяется выражением

$$|\langle u(x,\vec{r})\rangle|^2 = |u_0(x,\vec{r})|^2 exp[-2\alpha_0 x] \tag{3.14}$$

Отметим, что параметр $2\alpha_0$, определяемый (3.11), по величине равен полному сечению рассеяния единичного объема турбулентной среды.

В общем случае параметр α_0 связан с корреляционной функцией флуктуаций показателя преломления $B_n(\vec{r})$ соотношением

$$A(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_\varepsilon(x,\vec{r})dx = 4\int_{-\infty}^{+\infty} B_n(x,\vec{r})dx \tag{3.15}$$

т. е.

$$\alpha_0 = k^2 \int\limits_0^{+\infty} B_n(x)dx = k^2\sigma_n^2 L_n \tag{3.16}$$

где $\sigma_n^2 = \langle n_1^2\rangle$ дисперсия показателя преломления, а L_n – интегральный масштаб случайной среды

$$L_n = \frac{\int\limits_0^{+\infty} B_n(x)dx}{B_n(0)} \tag{3.17}$$

4. Параболическое уравнение для функции взаимной когерентности

Рассмотрим второй момент $\Gamma_*(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) \equiv \langle u(x,\vec{\rho}_1)u^*(x,\vec{\rho}_2)\rangle$, который называют также функцией взаимной когерентности.

При выводе уравнения для $\Gamma_*(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2)$ будем исходить из параболического уравнения (2.7)

$$2ik\frac{\partial}{\partial x}u(x,\vec{\rho}_1) + \nabla_t^2 u(x,\vec{\rho}_1) + k^2\varepsilon_1(x,\vec{\rho}_1)u(x,\vec{\rho}_1) = 0 \tag{4.1}$$

Умножим его на $u^*(x,\vec{\rho}_2)$ и запишем в следующем виде:

$$2ik\frac{\partial u_1}{\partial x}u_2^* + \nabla_{t_1}^2 u_1 u_2^* + k^2\varepsilon_1(x,\vec{\rho}_1)u_1 u_2^* = 0 \tag{4.2}$$

где $u_1 \equiv u(x.\vec{\rho}_1),\ u_2 \equiv u(x,\vec{\rho}_2)$, а $\nabla_{t_1}^2$ – оператор Лапласа, действующий по координате $\vec{\rho}_1$

Возьмем далее комплексно-сопряженное с (4.1) уравнение, заменим в нем $\vec{\rho}_1$ на $\vec{\rho}_2$ и умножим на u_1:

$$-2ki\frac{\partial u_2^*}{\partial x}u_1 + \nabla_{t_2}^2 u_2^* u_1 + k^2\varepsilon_1(x,\vec{\rho}_2)u_2^* u_1 = 0 \tag{4.3}$$

Вычитая (3) из (2) и усредняя, получим

$$\begin{aligned} 2ki\frac{\partial}{\partial x}\Gamma_*(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) + (\nabla_{t_1}^2 - \nabla_{t_2}^2)\Gamma_*(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) + \\ + k^2\langle[\varepsilon_1(x,\vec{\rho}_1) - \varepsilon_1(x,\vec{\rho}_2)]u(x,\vec{\rho}_1)u^*(x,\vec{\rho}_2)\rangle = 0 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Предполагая, как и ранее случайное поле флуктуаций $\varepsilon_1(\vec{\rho},x)$ дельтакоррелированным гауссовским случайным полем с корреляционной функцией

$$\langle\varepsilon_1(x,\vec{\rho}_1) - \varepsilon_1(x,\vec{\rho}_2)\rangle = \delta(x_1 - x_2)A(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2) \tag{4.5}$$

и используя формулу Фурутцу-Новикова последнее слагаемое в уравнении (4) можно выразить в виде $\frac{1}{2}ik^3[A(0) - A(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)]\Gamma_*(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2)$

В результате дифференциальное уравнение для функции когерентности примет окончательный вид

$$\left\{2ik\frac{\partial}{\partial x} - (\nabla_{t_1}^2 - \nabla_{t_2}^2) + \frac{ik^3}{2}[A(0) - A(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)]\right\}\Gamma_*(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) = 0 \tag{4.6}$$

Аналогичным образом можно получить дифференциальное уравнение для $\Gamma(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) = \langle u(x,\vec{\rho}_1)u(x,\vec{\rho}_2)\rangle$ которое имеет вид

$$\left\{2ik\frac{\partial}{\partial x} - (\nabla_{t_1}^2 - \nabla_{t_2}^2) - \frac{ik^3}{2}[A(0) + A(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)]\right\}\Gamma(x,\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) = 0 \tag{4.7}$$

Уравнения (4.6) и (4.7) являются основными дифференциальными уравнениями описывающими эволюцию вторых моментов поля в турбулентной атмосфере.

Отметим, что хотя корреляция диэлектрической проницаемости поперечном направлении $\vec{\rho}$ существенно влияет на поперечную корреляцию поля, ее продольная корреляция оказывает лишь малое влияние на флуктуационные характеристики поля, а связь между функцией $A(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)$ и спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости $\Phi_\varepsilon(\vec{æ})$ задается интегралом

$$A(\vec{\rho}) = 2\pi \int\int \Phi_\varepsilon(\vec{æ}) \exp\{i\ \vec{æ}\ \vec{\rho}\} d^2x \tag{4.8}$$

5. Решение параболического уравнения для функции взаимной когерентности в виде гауссовского пучка

Будем полагать, что флуктуации показателя преломления в турбулентной атмосфере описываются модифицированным спектром Кармана

$$\Phi_\varepsilon(x) = 4\Phi_n(x) = 0.132 {C_n}^2 (x^2 + {L_0}^-2)^{\frac{-11}{6}} exp\left\{\frac{-x^2}{x_m^2}\right\}$$

Где $x_m = \frac{5.92}{l_0}; C_n^2$ - структурная характеристика поля флуктуаций показателя преломления n; l_0 и L_0 - внутренний и внешний масштабы турбулентности, соответственно и воспользуемся квадратичным приближением для функции $A(\vec{\rho}) = A_0\vec{\rho}^2$, тогда уравнение (4.6) для Γ_* примет вид:

$$\left\{2ik\frac{\partial}{\partial x} + (\nabla_{t_1}^2 - \nabla_{t_1}^2 + \frac{ik^3}{2}A_0(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)^2\right\}\Gamma_*(x, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = 0 \tag{5.1}$$

где $\vec{\rho}_i \equiv (\vec{\rho}_{iy}, \vec{\rho}_{iz}), \nabla_{t_i}^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial\rho_{iy}^2} + \frac{\partial^2}{\partial\rho_{iz}^2}$, а величина A_0 равна $6.56C_n^2 l_0^{-\frac{1}{3}}$.

Введем новые переменные

$$\begin{cases} \vec{R_+} = \vec{\rho}_1 + \vec{\rho}_1 \\ \vec{R_-} = \vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_1 \end{cases} \tag{5.2}$$

И будем решать уравнение пологая, что при $X = 0$ функции взаимной конгерентностии в новых переменных $\vec{R}_+$ и $\vec{R}_-$ имеет вид

$$\Gamma(0; \vec{R_+}, \vec{R_-}) = |U_0|^2 exp\left\{-\frac{\vec{R_+}^2}{4W_0^2} - \vec{R_-}\Big(\frac{1}{4W_0^2} + \frac{1}{4a_k^2}\Big) - \frac{ik\vec{R_-}\vec{R_+}}{2F}\right\} \tag{5.3}$$

где a_k - начальный радиус когерентности пучка, W_0 - эффективный размер апертуры пучка, F – радиус кривизны фазового фронта.

Здесь переход к полностью когерентному пучку осуществляется при $a_k \to \infty$:

$$\Gamma(0; \vec{R_+}, \vec{R_-}) = |U_0|^2 exp\left\{-\frac{\vec{R_+}^2}{4W_0^2} - \frac{\vec{R_-}}{4W_0^2} - \frac{ik\vec{R_-}\vec{R_+}}{2F}\right\} \tag{5.4}$$

Функция когерентности второго порядка содержит информацию о профиле средней интенсивности, который можно получить, полагая $\vec{R}_- = 0$

$$\Gamma(0; \vec{R_+}, \vec{R_-}) = |U_0|^2 exp\left\{-\frac{\vec{R_+}^2}{4W_0^2}\right\} \tag{5.5}$$

Параметры источника W_0, λ и a_k одозначно определяют его угловую ширину диагрммы направленности. В дальней зоне ($k\frac{W_0}{L} << 1$, где L - расстояние до плоскости наблюдения) ширина диаграммы направленности полностью когерентного расходящегося лазерного пучка

$$2\alpha_n = \frac{2}{k}\left[\frac{1}{W_0^2} + \frac{k^2W_0^2}{F_n^2}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{5.6}$$

Будем искать решение уравнения (5.1) в виде гауссовского пучка

$$\Gamma(0;\vec{R_+},\vec{R_-}) = |U_0|^2 f(x) exp\left\{-\frac{\vec{R_+}^2}{2a^2}g(x) - \frac{\vec{R_-}}{r^2}h(x) - i\alpha(x)\vec{R_+}\vec{R_-}\right\} \quad (5.7)$$

То есть будем полагать, что функциональный вид функции взаимной остается неизменным и только параметры задающие $\Gamma(0;\vec{R_+},\vec{R_-})$ зависят от x. В соотношении (5.7) мы полагаем

$$a^2 = 2W_0^2; r^{-2} = 4^{-1}(W_0^{-2} + a_k^{-2}); \frac{k}{2F} = \alpha(0)$$

Подставим 5.7 в 5.1 и учтем, что $\nabla_{t_1}^2 - \nabla_{t_2}^2 = 4\frac{\partial^2}{\partial\vec{R_+}\partial\vec{R_-}}$

Тогда, приравнивая к нулю коэффиценты при различных степенях $\vec{R_+}^m\vec{R_-}^n\ (m,n) =$ 1,2,0 получаем систему дифференциальных уравнений для определения функций $f(x), g(x), h(x)$ и $\alpha(x)$

$$\begin{cases} k\alpha'(x) = -\alpha(x) + 8\frac{g(x)h(x)}{a^2r^2} \\ \frac{f'(x)}{f(x)} = -2\frac{\alpha(x)}{k} \\ \frac{g'(x)}{g(x)} = -2\frac{\alpha(x)}{k}\ \frac{h'(x)}{h(k)} = \frac{f'(x)}{f(x)} = -2\frac{\alpha(x)}{k} + \frac{A_0k^2r^2}{4h(x)} \end{cases} \quad (5.8)$$

Значения функций в (5.8) при $X = 0$ следующий:

$$f(0) = g(0) = h(0) = 1;\ \alpha(0) = \frac{k}{2F}$$

Введем новую функцию $s(x)$ посредством соотношения

$$\alpha(x) = k\frac{s'(x)}{s(x)} \quad (5.9)$$

Подставляя соотношение (5.9) в первые три уравнения системы (5.8) и учитывая начальные условия, получаем

$$\begin{cases} f(x) = |U_0|^2\frac{s^2(0)}{s^2(x)} \\ g(x) = \frac{s^2(0)}{s^2(x)} \\ h(x) = k^2\frac{s''(x)s(x)a^2r^2}{8s^2(0)} \end{cases} \quad (5.10)$$

Соотношения (5.10) совместно с (5.9) определяют искомые функции через неизвестную функцию $s(x)$. Функцию $s(x)$ найдем из последнего уравнения системы (5.8)

Представим $h(x)$ в виде

$$h(x) = \frac{C_3F(x)}{s^2(x)}$$

Где $F(x) = k^2\frac{s''(x)s^3(x)a^2r^2}{8C_3S^2(0)}$. Подставим $h(x)$ в последнее уравнение системы (5.8) и дифференцируя его по x получим диференциальное уравнение для определения $s(x)$

$$s'''(x)s^3(x) + s''(x)s'(x)s^2(x) = \frac{2s^2(0)A_0s^2(0)}{a^2} \quad (5.11)$$

Выразим производные функции $s(x)$ через производные функции $s^2(x)$. Для первых трех производных имеем:

$$\begin{cases} s'(x) = \frac{(s^2(x))'}{2s(x)} \\ s''(x) = \frac{2(s^2)''s^2 - ((s^2)')^2}{4s^3(x)} \\ s'''(x) = \frac{8(s^2(x))'''s''(x) - 12s^2(x)(s^2(x))'(s^2(x))'' + (6(s^2))'^3}{16s^5(x)} \end{cases} \quad (5.12)$$

Подставляя соотношения (5.12) в (5.11) получим:

$$(s^2(x))''' = \frac{4s^2(0)A_0}{a^2} \tag{5.13}$$

Откуда:

$$s^2(x) = \frac{4s^2(0)A_0}{a^2}\frac{x^3}{3} + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3 \tag{5.14}$$

Константы находятся из начальных условий

$$C_1 = \frac{8}{k^2a^2r^2} + \frac{1}{4F};\ C_2 = \frac{1}{F};\ C_3 = 1$$

Тогда:

$$s^2(x) = \frac{4s^2(0)A_0}{a^2}\frac{x^3}{3} + \frac{8}{k^2a^2r^2}\frac{x^2}{2} + \frac{1}{F}x + 1 \tag{5.15}$$

Функции $f(x), g(x), h(x)$ и $\alpha(x)$ можно найти, подставив выражение (5.15) в соотношения (5.10) и (5.9)

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{|U_0|^2}{\dfrac{2A_0}{3a^2}x^3 + (\dfrac{8}{k^2a^2r^2} + (\dfrac{1}{2F})^2)x^2 + \dfrac{x}{F} + 1} \\ g(x) = \dfrac{1}{\dfrac{2A_0}{3a^2}x^3 + (\dfrac{8}{k^2a^2r^2} + (\dfrac{1}{2F})^2)x^2 + \dfrac{x}{F} + 1} \\ h(x) = \dfrac{k^2(\dfrac{2A_0}{a^2}x^2 + (\dfrac{8}{k^2a^2r^2} + 2(\dfrac{1}{2F})^2)x + \dfrac{1}{F} + 1)\dfrac{2A_0}{3a^2}x^3 + (\dfrac{8}{k^2a^2r^2} + (\dfrac{1}{2F})^2)x^2 + \dfrac{x}{F} + 1}{8} \\ \alpha(x) = \dfrac{k\left(\dfrac{2A_0x^2}{a^2} + 2x\left(\dfrac{8}{a^2k^2r^2} + \dfrac{1}{F^2}\right) + \dfrac{1}{F}\right)}{2\left(\dfrac{2A_0x^3}{3a^2} + x^2\left(\dfrac{8}{a^2k^2r^2} + \dfrac{1}{F^2}\right) + \dfrac{x}{F} + 1\right)} \end{cases} \tag{5.16}$$

Если теперь отобразить пучок на графике, то при $x = 0$ мы получим график, изображенный на рисунке 1.

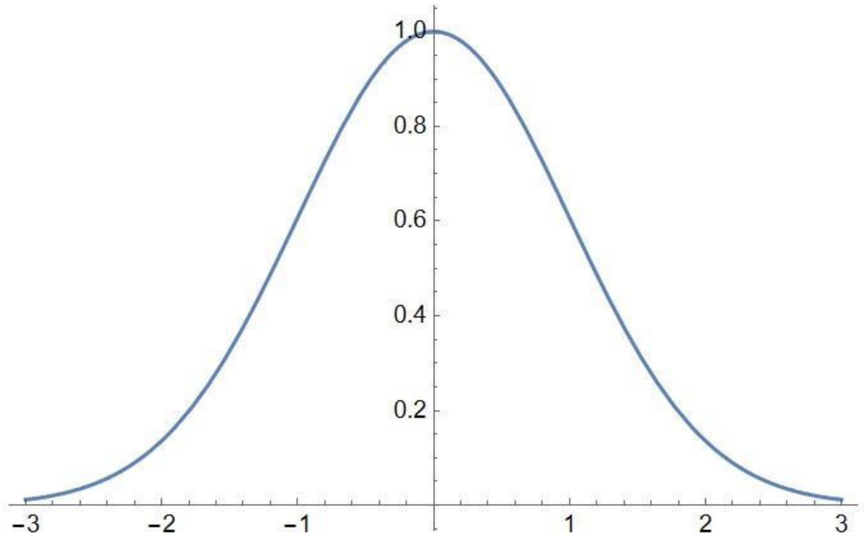

Рисунок 1 – полученный гауссовский пучок при $x = 0$

При увеличении расстояния - интенсивность пучка будет падать, а форма отходить от нормальной, что показано на рисунке 2.

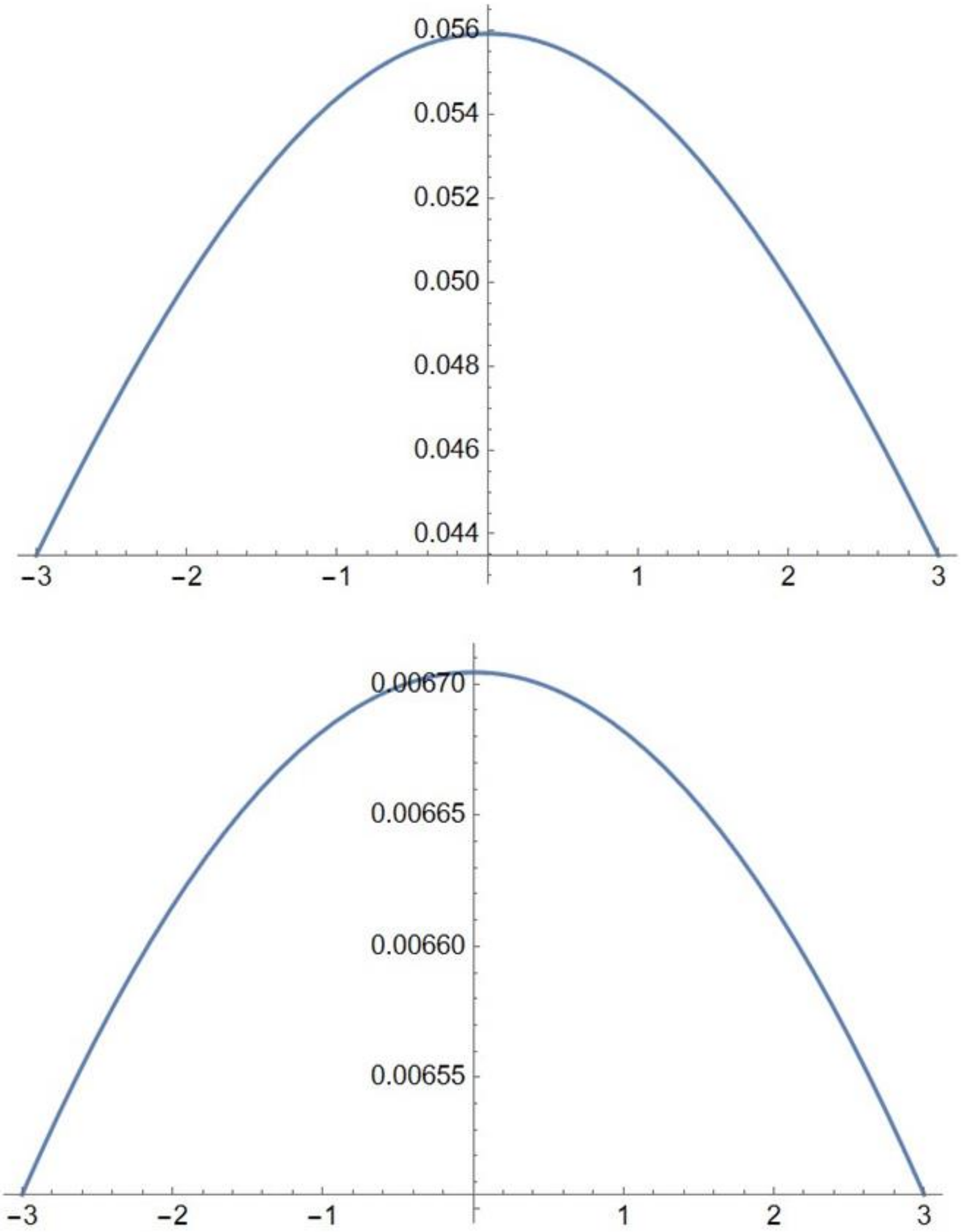

Рисунок 2 – Изменение графика при увеличении расстояния

Заключение

В ходе данной научной работы были получены уравнения для среднего поля и функции взаимной когерентности гауссовского пучка в турбулентной атмосфере. Эти уравнения были решены в квадратичном приближении для функции $A(\vec{\rho}) = A_0\vec{\rho}^2$. Полученный пучок был исследован, а его поведение изображено на графиках. Результаты показывают, что интенсивность пучка уменьшается с увеличением расстояния, а форма пучка отклоняется от нормальной.

Список использованных источников:

1. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. т.2. Мир, Москва, 1981, 319с.
2. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. Наука, 1967.
3. Фейзулин З.И., Кравцов Ю.А.-Изв.вузов. Радиофизика, 1967, т.10, с.68
4. Орлов В.М. Функция когерентности оптического источника, Оптика и спектроскопия, т.56, 1984, 756-757.
5. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику, М.Наука, 1981, 640с

UDC 535.8

QUADRATIC APPROXIMATIONS FOR THE COHERENCE FUNCTION OF A GAUSSIAN BEAM IN A TURBULENT ATMOSPHERE

Staroselets A.V.[1]*, Dmitruk B.Y.*[1]*, Novikov V. A.*[1]

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics[1]*, Minsk, Republic of Belarus*

Anisimov Vladimir Yakovlevich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Annotation. The article examines the study, solution and analysis of the behavior of wave beam equations.

Keywords. Gaussian beam, coherence function, turbulent atmosphere, quadratic approximation, parabolic equation, mean field, optics.