

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ

УДК 338.266.4

JEL C29, C51

<https://doi.org/10.21122/2309-6667-2024-19-124-132>**РАЗРАБОТКА РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ****Г. А. Хацкевич**

khatskevich@sbmt.by

доктор экономических наук, профессор,

заведующий кафедрой «Бизнес-администрирование»

Институт бизнеса Белорусского государственного университета

г. Минск Республика Беларусь

Е. А. Чудинова

lenachudinova@mail.ru

старший преподаватель кафедры «Бизнес-администрирование»

Институт бизнеса Белорусского государственного университета

г. Минск Республика Беларусь

Статья посвящена исследованию регрессионной зависимости основного показателя динамики отечественной экономики (ВВП) от ключевых факторов, влияющих на устойчивость макроэкономических процессов. Применяется современный аппарат эконометрического моделирования на базе пакетов прикладных программ по эконометрике. Проводится системный анализ классического обоснования качества, предложены регрессионные зависимости: проверка на стационарность временных рядов, мультиколлинеарность, неравноточность и автокорреляция остатков выборочных наблюдений. Проведена обработка данных динамики экономики Республики Беларусь по ежегодным наблюдениям с 2012 по 2022 гг. Построенная зависимость может быть использована для прогноза сбалансированности отечественной экономики.

Ключевые слова: эконометрическое моделирование, регрессионный анализ, экономическая безопасность.

Цитирование: Хацкевич, Г. А. Разработка регрессионных моделей оценки показателей экономической безопасности Республики Беларусь / Г. А. Хацкевич, Е. А. Чудинова // Экономическая наука сегодня : сб. науч. ст. / БНТУ. – Минск, 2024. – Вып. 19. – С. 124–132. <https://doi.org/10.21122/2309-6667-2024-19-124-132>

Введение. Экономический суверенитет государства основывается, прежде всего, в обеспечении его экономической безопасности. И как раз построение регрессионной модели зависимости между индикаторами экономической безопасности способствует ее лучшему обеспечению.

Безусловно, существует множество индикаторов, отражающих экономическую безопасность государства, однако в качестве эндогенной переменной было решено использовать универсальный показатель оценки текущего состояния развития страны «ВВП на душу населения» в долларах США (\$) – *gdp per capita*. Если говорить об экзогенных переменных (регрессоры), то было выбрано 5 показателей: доля инвестиций в ВВП (%) – *inv*, уровень безработицы (%) – *unemploy*, уровень инфляции (%) – *inf*, внутренний государственный долг к ВВП (%) – *dom dept*, доля внутренних затрат на научные исследования и разработки (НИР) в ВВП (%) – *research*. Последний регрессор

был выбран ввиду значимости интеллектуального капитала в неоиндустриальную эпоху и формирования модели экономики «Беларусь Интеллектуальная»¹ [1–4].

Было решено построить регрессионную модель на основе временных рядов, включающих годовые данные показателей с 2012 по 2022 гг. включительно (т. е. 11 наблюдений). Значения показателей были найдены на международных статистических ресурсах и в официальной статистике Республики Беларусь или рассчитаны самостоятельно исходя из определения показателя². Построение модели проводилось в прикладном программном пакете gretl³.

Как было сказано ранее, регрессионная модель будет строиться на основе временных рядов, и для избежания ложной (мнимой) регрессии при их нестационарности необходимо прибегнуть к проверке на коинтеграцию, предложенную Кл. Грэнджером в 1981 г.⁴. В рамках данной концепции было выявлено, что между нестационарными временными рядами может быть выявлена их стационарная линейная комбинация, позволяющая построение «справедливой» регрессионной модели. То есть суть метода заключается в проверке начальных рядов на стационарность, и при их нестационарности – проверке конечных разностей для поиска порядка интеграции. Для проверки стационарности временных рядов было решено использовать графический метод, расширенный тест Дикки-Фуллера (расширенный ADF-тест), ADF-GLS тест и KPSS-тест⁵.

Результаты и их обсуждение. Итак, начнем с анализа временных рядов с помощью построения графиков, отображенных на рисунке 1.

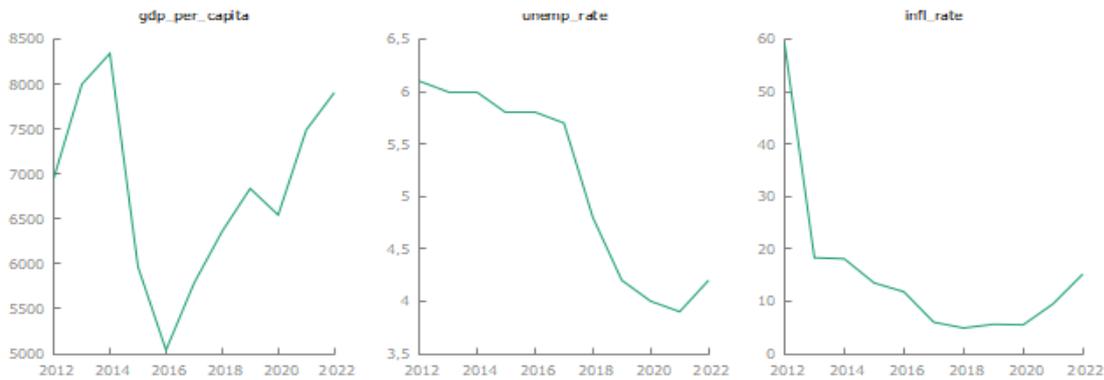


Рисунок 1 – График временных рядов за 2012–2022 гг.

¹ Стратегия «Наука и технологии: 2018–2040» [Электронный ресурс] : постановление Президиума Нац. акад. наук Беларуси, 26 февр. 2018 г., № 17 // Нац. акад. наук Беларуси. – Режим доступа: https://nasb.gov.by/congress2/strategy_2018-2040.pdf. – Дата доступа: 17.11.2023.

² Национальный статистический комитет Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://belstat.gov.by/>. – Дата доступа: 18.11.2023; Belarus [Электронный ресурс] // International Monetary Fund. – Режим доступа: <https://www.imf.org/en/Countries/BLR>. – Дата доступа: 18.11.2023; International Labour Organization [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ilostat.ilo.org/data/>. – Дата доступа: 18.11.2023.

³ Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://gretl.sourceforge.net/index.html>. – Дата доступа: 23.11.2023.

⁴ Хацкевич, Г. А. Эконометрика : учебник / Г. А. Хацкевич, Т. В. Русилко. – Минск : РИВШ, 2021. – 452 с.

⁵ Там же.

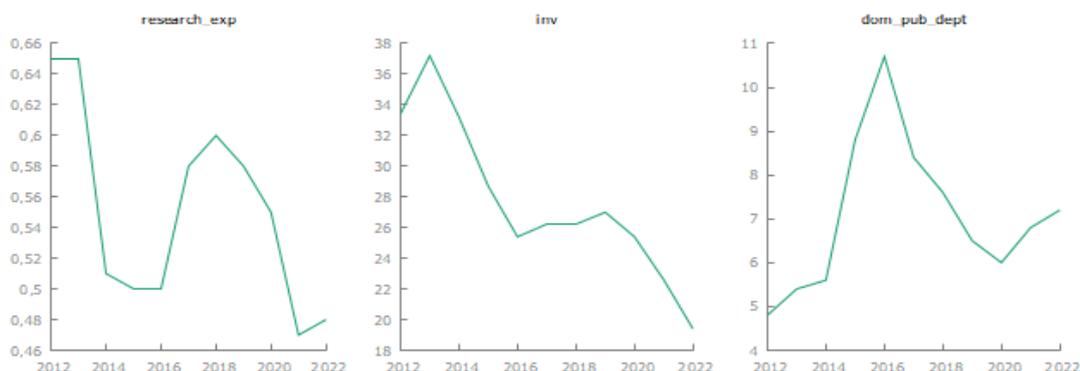


Рисунок 1 – Окончание

Как видно из графиков временных рядов, можно сделать вывод о наличии явно-го нисходящего тренда в графиках *inv*, *unemploy*, то есть можно заявлять об их нестационарности. Однако, как упоминалось ранее, необходимо для определения нестационарности использовать количественные тесты и коррелограммы, что и было сделано на данном этапе работы. Более того, в качестве альтернативной эндогенной переменной было решено выбрать логарифмированный $\ln(gdp\ per\ capita)$ (\$) ввиду различных единиц измерения у экзогенных переменных (%) и эндогенной (\$).

В таблице 1 представлены результаты тестов KPSS и расширенного ADF, которые свидетельствуют о неинтегрированности временных рядов с порядком $I(0)$: p-value KPSS-теста при наличии стационарного тренда должно быть больше 0,1 (критерий принятия нулевой гипотезы о стационарности относительно тренда), однако у двух рядов (*unemploy* и *inf*) данная гипотеза не принимается. Если же говорить про p-value расширенного теста ADF, где в качестве нулевой гипотезы принимается наличие единичного корня (нестационарность), то как раз все ряды (кроме *inv*) нестационарны. Коррелограммы также демонстрировали нестационарность у некоторых рядов.

Таблица 1 – Проверка временных рядов $I(0)$ на стационарность

Временной ряд $I(0)$	KPSS (p-value) с трендом	Расширенный ADF-тест (p-value)
<i>gdp per capita</i>	> 0,1	0,5512
$\ln(gdp\ per\ capita)$	> 0,1	0,4808
<i>inv</i>	> 0,1	0,00174
<i>unemploy</i>	0,068	0,3799
<i>inf</i>	0,045	0,9999
<i>dom dept</i>	> 0,1	0,4637
<i>research</i>	> 0,1	0,06146

Более того, применяя «Тест на коинтеграцию (Engle-Granger)» в ППП *gretl* было выявлено, что нулевая гипотеза о наличии единичного корня в остатках не отвергается для модели, где в качестве эндогенной переменной используется *gdp per capita*, в то же время для модели, где в качестве модели используется $\ln(gdp\ per\ capita)$, в остатках отсутствует корреляция 1-го порядка, то есть ряды считаются интегрированными (рисунок 2). В процессе анализа разностей 1-го и 2-го порядка коинтеграция подтвердилась у всех рядов, где в качестве анализа использовались разности 2-го порядка.

Шаг 8: тестирование единичного корня для $uhat$

Расширенный тест Дики-Фуллера для $uhat$
 тест. начиная с 1 лагов, критерий AIC
 объем выборки 9

нулевая гипотеза единичного корня: $a = 1$

тест без константы
 включая один лаг для $(1-L)uhat$
 модель: $(1-L)y = (a-1)y(-1) + \dots + e$
 оценка для $(a - 1)$: -2,15845
 тестовая статистика: $\tau_{ct}(6) = -5,62695$
 асимпт. p-значение 0,006852
 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e : -0,193

Коинтеграционная связь присутствует если:

- (а) Гипотеза единичного корня не отвергается для отдельных переменных.
- (б) Гипотеза единичного корня отвергается для остатков ($uhat$) коинтеграционной регрессии.

Рисунок 2 – Расширенный тест ADF для остатков модели $\ln(gdp\ per\ capita)$

Таким образом, было решено построить логарифмически-линейную модель, где в качестве эндогенной переменной использовали $\ln(gdp\ per\ capita)$ ввиду коинтеграции временных рядов, а также ввиду более сильной связи между экзогенными факторами и эндогенной $\ln(gdp\ per\ capita)$ по сравнению с $gdp\ per\ capita$, что представлено на рисунке 3.

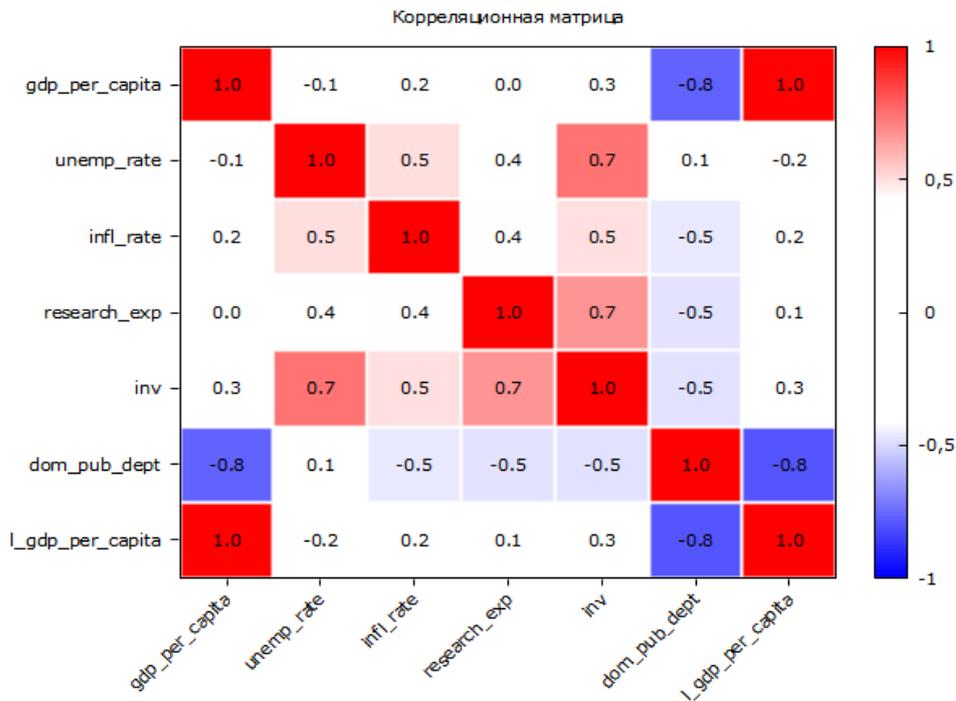


Рисунок 3 – Корреляционная матрица

В качестве метода построения был выбран метод наименьших квадратов (МНК). Однако метод наименьших квадратов обеспечивает оптимальные свойства МНК-оценкам лишь при выполнении следующих классических модельных предположений¹.

П.1. Отсутствие систематических ошибок наблюдений уравнения регрессии:

$$M\{\varepsilon_t\} = 0, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

Другими словами, при операции усреднения переменных моделей, влияние случайной переменной исчезает.

П.2. Наблюдения организованы так, что случайные ошибки не коррелированы между собой:

$$M\{\varepsilon_t \cdot \varepsilon_\tau\} = 0, \quad t \neq \tau, \quad t, \tau = 1, \dots, T.$$

П.3. Наблюдения производятся с одинаковой точностью, т. е. дисперсии случайных переменных одинаковы во все моменты измерения:

$$D\{\varepsilon_t\} = \sigma^2, \quad t = 1, \dots, T.$$

Предположение П.3 носит название гомоскедастичности.

П.4. Экзогенные переменные измеряются без ошибок, и в случае модели множественной регрессии их значения, полученные на протяжении всех моментов наблюдения, образуют линейно-независимые векторы (отсутствие мультиколлинеарности).

П.5. Закон распределения вероятностей случайной переменной принадлежит к классу нормальных распределений с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 , которая чаще всего неизвестна².

Отчет построенной множественной логарифмически-линейной модели представлена на рисунке 4.

Модель 6: МНК, использованы наблюдения 2012-2022 (T = 11)

Зависимая переменная: l_gdp_per_capita

	коэффициент	ст. ошибка	t-статистика	p-значение	
const	10,1272	0,393993	25,70	1,66e-06	***
unemp_rate	0,0784897	0,0961496	0,8163	0,4514	
infl_rate	-0,00306818	0,00312816	-0,9808	0,3717	
research_exp	-1,03513	0,615799	-1,681	0,1536	
inv	-0,00890256	0,0176932	-0,5032	0,6362	
dom_pub_dept	-0,119645	0,0392713	-3,047	0,0285	**
Среднее завис. перемен	8,819617	Ст. откл. завис. перемен	0,154657		
Сумма кв. остатков	0,040221	Ст. ошибка модели	0,089689		
R-квадрат	0,831844	Исправ. R-квадрат	0,663688		
F(5, 5)	4,946852	P-значение (F)	0,052022		
Лог. правдоподобие	15,25362	Крит. Акаике	-18,50723		
Крит. Шварца	-16,11986	Крит. Хеннана-Куинна	-20,01214		
параметр rho	-0,256558	Стат. Дарбина-Уотсона	2,139459		

обратите внимание на сокращенные обозначения статистики

Исключая константу, наибольшее p-значение получено для переменной 5 (inv)

Рисунок 4 – Отчет логарифмически-линейной регрессии $\ln(\text{gdp per capita})$ с 5 регрессорами

¹ Хацкевич, Г. А. Эконометрика : учеб. пособие / Г. А. Хацкевич, Т. В. Русилко. – Минск : РИВШ, 2021. – 452 с. – С. 154.

² Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://gretl.sourceforge.net/index.html>. – Дата доступа: 23.11.2023.

Как видно из данного отчета, значимыми на уровне $\alpha = 0,05$ являются лишь константа и экзогенная переменная *dom dept*, так что было решено провести тест Вальда на наличие избыточных переменных для получения модели лучшего качества. Таким образом, в результате последовательных исключений переменных была получена модель зависимости с 2 регрессорами – *research* и *dom dept*, отчет которой представлен на рисунке 5.

Последовательное исключение с использованием двухстороннего р-значения = 0,10

Исключена переменная *inv* (р-значение 0,636)
 Исключена переменная *unemp_rate* (р-значение 0,413)
 Исключена переменная *infl_rate* (р-значение 0,634)

Тестирование модели 6:

Нулевая гипотеза: параметры регрессии нулевые
unemp_rate, infl_rate, inv
 Тестовая статистика: $F(3, 5) = 0,380088$, р-значение 0,772157
 Исключение переменных улучшило 3 из 3 информационных критериев.

Модель 7: МНК, использованы наблюдения 2012-2022 (T = 11)
 Зависимая переменная: *l_gdp_per_capita*

	коэффициент	ст. ошибка	t-статистика	р-значение	
const	10,0320	0,314858	31,86	1,03e-09	***
research_exp	-1,03316	0,436853	-2,365	0,0456	**
dom_pub_dept	-0,0908028	0,0164097	-5,533	0,0006	***
Среднее завис. перемен	8,819617	Ст. откл. завис. перемен	0,154657		
Сумма кв. остатков	0,049393	Ст. ошибка модели	0,078576		
R-квадрат	0,793495	Исправ. R-квадрат	0,741869		
F(2, 8)	15,37002	Р-значение (F)	0,001819		
Лог. правдоподобие	14,12375	Крит. Акаике	-22,24751		
Крит. Шварца	-21,05382	Крит. Хеннана-Куинна	-22,99996		
параметр rho	-0,103301	Стат. Дарбина-Уотсона	1,873551		

обратите внимание на сокращенные обозначения статистики

Рисунок 5 – Отчет логарифмическо-линейной регрессии $\ln(\text{gdp per capita})$ с 2 регрессорами (Тест Вальда)

В результате эконометрического анализа была построена следующая модель: $\ln(\text{gdp_per_capita}) = 10,03 - 0,09 * \text{dom dept} - 1,03 * \text{research}$, в которой все коэффициенты модели являются значимыми на уровне значимости 0,05. Если говорить про адекватность модели (мера качества), которая основывается на оценке коэффициента детерминации, то модель является адекватной ($R^2 = 0,79$) и значимой в целом, что подтвердилось с помощью Р-значения по Фишеру (0,00018).

И как отмечалось ранее, для проверки оценок на несмещенность, эффективность и состоятельность необходимо проверить модель на отсутствие мультиколлинеарности, автокорреляции, гетероскедастичности, а также проверить нормальность остатков.

Мультиколлинеарность можно опровергнуть исходя из значения коэффициентов линейной корреляции Пирсона, который равен -0,48 (что меньше [0,8]). Однако было решено рассчитать **Variance Inflation Factor (VIF)** в *gretl* с помощью встроенного анализа. Так, $VIF=1,303$, что меньше 5, что говорит об отсутствии мультиколлинеарности.

Для проверки модели на гетероскедастичность было решено использовать тест Вайта и тест Бройша–Пагана, результаты которых представлены на рисунке 6.

Тест Вайта (White) на гетероскедастичность -
 Нулевая гипотеза: гетероскедастичность отсутствует
 Тестовая статистика: $LM = 3,83118$
 p -значение = $P(\chi^2(5) > 3,83118) = 0,573968$

Тест Вайта (White) на гетероскедастичность (только квадраты) -
 Нулевая гипотеза: гетероскедастичность отсутствует
 Тестовая статистика: $LM = 2,86881$
 p -значение = $P(\chi^2(4) > 2,86881) = 0,580013$

Тест Бройша–Пагана (Breusch-Pagan) на гетероскедастичность -
 Нулевая гипотеза: гетероскедастичность отсутствует
 Тестовая статистика: $LM = 2,40834$
 p -значение = $P(\chi^2(2) > 2,40834) = 0,299941$

Рисунок 6 – Результаты тестов Вайта и Бройша–Пагана на гетероскедастичность

Как видно из результатов p -значения, нулевая гипотеза об отсутствии гетероскедастичности принимается на всех уровнях значимости.

Если говорить про автокорреляцию остатков, то была проведена проверка с помощью теста Бройша–Голдфри, а также были найдены критические значения распределения Дарбина–Уотсона для проверки модели на автокорреляцию. Так, результаты Бройша–Голдфри свидетельствуют об отсутствии автокорреляции до 5 лага (рисунок 7).

Тестовая статистика: $LMF = 0,700096$,
 p -значение = $P(F(5, 3) > 0,700096) = 0,661$

Альтернативная статистика: $TR^2 = 5,923450$,
 p -значение = $P(\chi^2(5) > 5,92345) = 0,314$

Ljung-Box $Q' = 4,60031$,
 p -значение = $P(\chi^2(5) > 4,60031) = 0,467$

Рисунок 7 – Результат теста Бройша–Голдфри

Предпосылка о нормальности остатков была проведена с помощью построения гистограммы остатков и критерия Жака–Бера (рисунок 8).

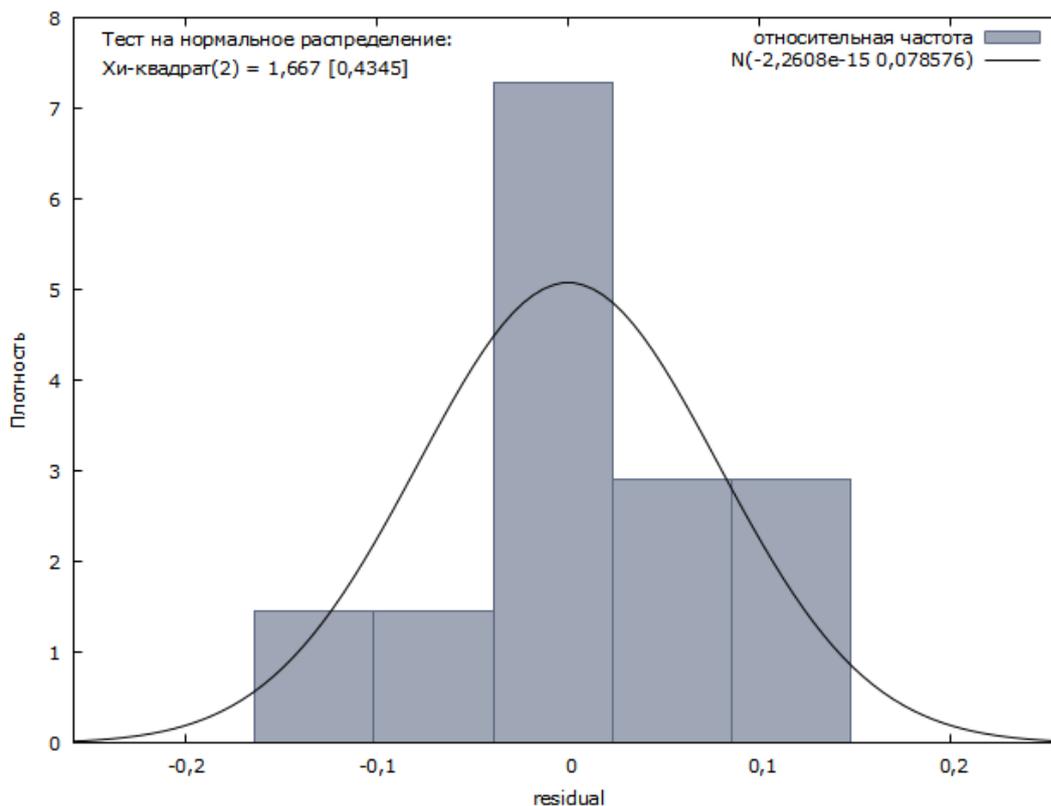


Рисунок 8 – Результат теста на нормальность остатков

Значение критерия Жака–Бера составляет 1,667, $p\text{-value} = 0,4345$, что говорит о принятии нулевой гипотезы о нормальном распределении остатков модели.

Выводы. На основе значимости модели в целом, значимости коэффициентов и соблюдения всех предпосылок метода наименьших квадратов данная модель может быть использована для прогноза и коэффициенты в ней могут быть интерпретированы следующим образом: при увеличении доли внутреннего государственного долга в ВВП на 1 % ВВП на душу населения снижается на 0,08 % (обратная зависимость); увеличение доли расходов на НИР в ВВП на 1 % приводит к уменьшению ВВП на душу населения на 9,7 %. Такой довольно неожиданный результат получен за счет того, что влияние инноваций на экономику проявляется с некоторой инерцией, а действие их положительного влияния сопряжено с определенным временным лагом.

Таким образом, выявленная между индикаторами экономической безопасности взаимосвязь помогает улучшить экономическую безопасность Республики Беларусь.

Список использованных источников

1. Проневич, А. Ф. Научно-технический прогресс и нейтральность по Хиксу, Харроду и Солоу: генезис, применение и обобщения / А. Ф. Проневич, Г. А. Хацкевич // Белорусский экономический журнал. – 2020. – № 3. – С. 87–105.
2. Лемба, К. В. Особенности сезонной корректировки базового индекса потребительских цен в Республике Беларусь / К. В. Лемба, Г. А. Хацкевич // Новая экономика. – 2021. – № 1 (77). – С. 239–248.

3. Хацкевич, Г. А. Маятниковая миграция и развитие белорусских агломераций / Г. А. Хацкевич, Н. Г. Забродская, Т. А. Петриковец // Бизнес. Инновации. Экономика: сб. науч. ст. / ИБ БГУ. – 2021. – Вып. 5. – С. 205–214.

4. Хацкевич, Г. А. Состояние и развитие малого и среднего бизнеса в регионах РБ за период 2013–2020 годы / Г. А. Хацкевич, В. И. Ляликова, Е. О. Балицкая // Бизнес. Инновации. Экономика: сб. науч. ст. / ИБ БГУ. – 2022. – Вып. 6. – С. 92–102.

Статья поступила в редакцию 12 января 2024 года

DEVELOPMENT OF REGRESSION MODELS FOR ASSESSING ECONOMIC SECURITY INDICATORS OF THE REPUBLIC OF BELARUS

G. A. Khatskevich

Doctor of Economic Sciences, Professor,
Head of the Department of Business Administration
School of Business, Belarusian State University
Minsk, Republic of Belarus

E. A. Chudinova

Senior Lecturer at the Department of Business Administration
School of Business, Belarusian State University
Minsk, Republic of Belarus

The article is devoted to the study of the regression dependence of the main indicator of the dynamics of the domestic economy (GDP) on key factors influencing the stability of macroeconomic processes. A modern econometric modeling apparatus is used based on econometrics application packages. A systematic analysis of the classical justification for quality is carried out, and regression dependencies are proposed: checking for stationarity of time series, multicollinearity, non-equivalence and autocorrelation of the residuals of sample observations. Data processing of the dynamics of the economy of the Republic of Belarus was carried out based on annual observations from 2012 to 2022. The constructed dependence can be used to forecast the balance of the domestic economy.

Keywords: *econometric modeling, regression analysis, economic security.*

References

1. Pronevich, A. F., Khatskevich, G. A. (2020) Scientific and technological progress and neutrality according to Hicks, Harrod and Solow: genesis, application and generalizations. *Belarusian Economic Journal*. 3, 87-105. (In Russian).

2. Lemba, K. V., Khatskevich, G. A., (2021) Features of seasonal adjustment of the basic consumer price index in the Republic of Belarus. *New Economy*. 1 (77), 239-248.

3. Khatskevich, G. A., Zabrodskaia, N. G., Petrikovets, T. A. (2021) Pendulum migration and development of Belarusian agglomerations. *Business. Innovation. Economy*. (5), 205-214.

4. Khatskevich, G. A., Lyalikova, V. I., Balitskaya, E. O. (2022) The state and development of small and medium-sized businesses in the regions of the Republic of Belarus for the period 2013-2020. *Business. Innovation. Economy*. (6), 92-102.