НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ P-ТИПА, ДОПУСКАЮЩИЕ ЛИНЕАРИЗАЦИЮ

В.В. Цегельник (Минск, Беларусь)

Относительно решений уравнения

$$y''' + \frac{3}{a}yy'' + \frac{7}{2a}y'^2 + \frac{4}{a^2}y^2y' + \frac{4}{2a^3}y'^4 + F(z) = 0, \tag{1}$$

где $a \neq 0$ — произвольный постоянный параметр, а $F(z)$ - произвольная аналитическая функция, справедлива

Теорема. Общее решение уравнения (1) есть рациональная функция постоянных интегрирования.

Доказательство данного утверждения следует из того, что подстановка $y = (ay')y^{-1}$ преобразует (1) в уравнение

$$uu^{IV} - u'u''' + \frac{1}{2}u''^2 + F(z)u^2 = 0, \tag{2}$$

после дифференцирования которого получается линейное уравнение

$$u^V + F'(z)u + 2F(z)u' = 0. \tag{3}$$

Уравнение (1) в случае $a = -\frac{3}{2}$ получено в работах [1-3], посвященных классификации уравнений третьего порядка, решения которых не содержат подвижных критических особых точек.

Показано также, что каждое из уравнений

$$uu^{VI} - u'u^V + u''u^{IV} - \frac{1}{2}(u''')^2 + F(z)u^2 + c = 0, \tag{4}$$

$$uu^{(8)} - u'u^{VII} + u''u^{VI} - u'''u^V + \frac{1}{2}(u^{IV})^2 + F(z)u^2 + c = 0 \tag{5}$$

с произвольным постоянным параметром c, после дифференцирования преобразуется в линейное уравнение

$$u^{(2k+1)} + F'(z)u + 2F(z)u' = 0 \tag{6}$$

при $k = 3$ и $k = 4$ соответственно.

Уравнение (3) получается из (6) при $k = 2$.

Литература

1. *Chazy J. Sur les e'quations differentieles du troisieme orde et d'orde superieur dont l'integrale generale a ses point critiques fixes. Acta. Math.* **34** (1911), 317-385.

2. *Cosgrove C.M. Chazy classes IX-XI of third ordes differential equations. Stud. Appl. Math.* **104** (2000), 171-228.

3. *Mugan U. Jrad F. Painleve' test and higher order differential equations. J. Nonlinear. Math. Phys.* **9** (2002), 282-310.