

УДК 621.315.592

## Низкотемпературная проводимость кремния легированного сурьмой

© А.К. Федотов<sup>\*†</sup>, И.А. Свито<sup>\*</sup>, В.В. Федотова<sup>+</sup>, А.Г. Трафименко<sup>°</sup>,  
А.Л. Данилюк<sup>°</sup>, С.Л. Прищепа<sup>°</sup>

<sup>\*</sup> Белорусский государственный университет,  
220030 Минск, Белоруссия

<sup>+</sup> Научно-практический центр Национальной академии наук Белорусии (НАНБ) по материаловедению,  
220078 Минск, Белоруссия

<sup>°</sup> Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
220013 Минск, Белоруссия

(Получена 4 сентября 2014 г. Принята к печати 22 октября 2014 г.)

Проведен детальный анализ экспериментальных температурных зависимостей удельного сопротивления легированного сурьмой кремния с концентрацией примеси  $10^{18} \text{ см}^{-3}$  в области  $1.8 < T < 25 \text{ К}$ . Показано, что при охлаждении ниже температуры 4.5 К наблюдается переход от режима Мотта с переменной длиной прыжка к режиму прыжковой проводимости через ближайших соседей, а при  $T < 2.5 \text{ К}$  — возможный переход к механизму Шкловского—Эфроса. Предложена модель такого температурного кроссовера, основанная на упрощенном решении задачи протекания с использованием интерполяционного выражения для плотности состояний. Проведенные оценки показали удовлетворительное согласие модели с экспериментальными данными при использовании минимального числа подгоночных параметров.

### 1. Введение

В настоящее время не ослабевают интерес к исследованию механизмов проводимости полупроводниковых материалов при низких температурах, в том числе традиционных сильно легированных полупроводников вблизи перехода металл—диэлектрик [1,2]. Связано это как с фундаментальными проблемами переноса электронов в окрестности таких переходов, так и с некоторыми прикладными аспектами. В частности, еще до конца не ясны особенности механизмов низкотемпературной электрической проводимости в легированных полупроводниках с участием многозарядных локализованных состояний, механизмы проявления положительного и отрицательного магнитосопротивления (МС), закономерности локализации и особенности энергетической структуры зон примесных и локализованных состояний и др. В связи с этим остается актуальным детальное исследование проводимости сильно легированных полупроводников в широком температурном диапазоне при влиянии на нее магнитного поля.

Поведение зависимости удельного сопротивления от температуры и индукции магнитного поля  $\rho(T, B)$  в сильно легированных полупроводниках при подходе к переходу металл—изолятор с полупроводниковой стороны было предметом многочисленных экспериментальных и теоретических исследований за последние 20 лет. Переход металл—изолятор происходит тогда, когда удовлетворяется критерий Мотта  $N_C^{1/3} a_B \approx 0.25$  [3], где  $N_C$  — критическая концентрация примесных центров и  $a_B$  — эффективный радиус Бора изолированного центра. Этот критерий был подтвержден в различных экспериментах [4,5]. Тем не менее остаются некоторые проблемы с корректным пониманием температурной

зависимости удельного сопротивления и МС вблизи критической концентрации локализованных центров, где при низких температурах обычно происходит конкуренция между прыжковой проводимостью с постоянной либо переменной длиной прыжка разных типов, механизмами слабой локализации, а также перколяционной и зонной (металлической и/или примесной) проводимостью. Таким образом, в широкой области температур может наблюдаться ряд кроссоверов между разными механизмами, что делает необходимым очень аккуратный их учет при извлечении корректных значений модельных характеристических параметров из экспериментальных зависимостей  $\rho(T, B)$ .

### 2. Основные подходы в описании кроссоверов

В литературе известно достаточно много моделей кроссоверов между прыжковой проводимостью по механизмам Мотта и Шкловского—Эфроса для прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка (variable range hopping, VRH режим) [6–12]. Температурные зависимости удельного сопротивления для этих механизмов описываются известным соотношением

$$\rho(T) = \rho_0 \exp(T^*/T)^p, \quad (1)$$

где  $\rho_0$  — предэкспоненциальный множитель,  $T^*$ ,  $p$  — характеристическая температура и показатель экспоненты, определяемые механизмом прыжковой проводимости (характером энергетической зависимости плотности состояний электронов вблизи энергии Ферми). Для трехмерного случая выражение (1) характеризуется VRH режим [3,5] с характеристическими температурами  $T^* = T_M = \beta_0/k_B g_0 a^3$  для механизма Мотта

<sup>†</sup> E-mail: fedotov@bsu.by

и показателем экспоненты  $p = 1/4$  и соответственно  $T^* = T_0 = \beta_1 q^2 / (k_B \kappa)$  при  $p = 1/2$  для механизма Шкловского–Эфроса.

С другой стороны, мало известно работ с описанием кроссоверов от VRH механизмов к режиму прыжковой проводимости с прыжками по ближайшим состояниям в кулоновской щели (nearest-neighbor hopping, NNN режим), где  $T^* = T_N = E_N / k_B$ , а  $p = 1$  [13–15]. В приведенных соотношениях для  $T^*$  введены следующие обозначения:  $\beta_0 = 21.2$ ,  $\beta_1 = 2.8$  — численные коэффициенты,  $a$  — радиус локализации электронов,  $\kappa$  — диэлектрическая проницаемость материала (абсолютная),  $g_0$  — плотность состояний на уровне Ферми (для механизма Мотта  $g_0 = \text{const}$ , т.е. от энергии не зависит),  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $q$  — элементарный заряд,  $E_N$  — энергия активации проводимости прыжков по ближайшим соседям.

Из соотношения (1) следует, что характер VRH и NNN режимов проводимости различается как по входящим в  $T^*$  численным параметрам, так и, возможно, в самой физической картине. С другой стороны, температурная область кроссовера в этом случае обычно оказывается достаточно широкой, так что корректное сопоставление предсказаний теории с экспериментом, как отмечено выше, может заметно осложниться. Поэтому, чтобы можно было сравнить экспериментальные значения параметров  $T_M$ ,  $T_0$  и  $T_N$  с расчетными, важно корректно описать область кроссовера как с точки зрения эксперимента, так и с теоретической (модельной) точки зрения. С точки зрения эксперимента методология такого описания обычно основана на двух подходах. В первом подходе определяют область температур, где происходит линейаризация зависимостей (1) в координатах Мотта  $\ln \rho - (1/T)^p$  в соответствующих диапазонах температур. Это позволяет определить значение  $T^*$  (по тангенсу угла наклона), а также показатель  $p$  (путем перебора известных модельных значений). Во втором подходе [16,17] ищут температурную область линейаризации приведенной энергии активации  $w(T) = -\partial \log \rho / \partial \log T$ , что формально позволяет определить показатель  $p$  в экспоненте соотношения (1). На корректность извлечения  $T^*$  и  $p$  при обоих подходах существенно влияют следующие факторы: точность стабилизации температуры в экспериментальных точках  $\rho(T)$ , число механизмов в изучаемом температурном диапазоне кроссовера и температурная зависимость предэкспоненциальных множителей  $\rho_0$  в выражениях типа (1). Два последних фактора, очевидно, особенно важны для образцов с близкими к переходу металл–изолятор концентрациями локализованных центров. Для таких образцов интервал изменения сопротивления в исследуемой температурной области 2–25 К может быть достаточно мал, а число попадающих в этот интервал механизмов проводимости, наоборот, может быть велико (от двух до четырех). В последнем случае для выделения механизмов, участвующих в кроссовере, требуются дополнительные эксперименты по измерению

эффекта Холла и МС. Заметим, что для образцов, далеких от перехода Мотта, в ряде случаев третьим фактором, по-видимому, можно пренебречь [18].

Известные теоретические модели кроссоверов от механизма Мотта к механизму Шкловского–Эфроса характеризуются двумя различными подходами к определению показателя экспоненты в соотношении (1). Первый основан на анализе задачи протекания [6–10], а второй — на оптимизации показателя экспоненты в выражении для прыжковой проводимости с использованием интерполяционного выражения для плотности состояний [11,12]. Второй подход является менее строгим, чем анализ задачи протекания. Как показано в работе [10], он приводит к заметному завышению ширины области кроссовера.

В работе [10] предложен общий подход к описанию кроссовера от механизма Мотта к механизму Шкловского–Эфроса, приводящий к достаточно сложному многопараметрическому интегральному уравнению, не допускающему аналитической обработки и нуждающемуся в достаточно затруднительном численном анализе.

В работах [11,12,14,15] для описания кроссоверов в двумерной и трехмерной ситуации была предложена процедура, основанная на оптимизации показателя экспоненты в выражении для вероятности прыжка ( $\sim \exp(-\eta)$ , где  $\eta = (2r/a) + (E/kT)$ ,  $r$  — длина прыжка,  $E$  — энергия активации прыжка) с использованием интерполяционного выражения для плотности состояний  $g(E) \propto |E|^n$  ( $n$  — целый показатель, равный 0 для механизма Мотта и 2 для механизма Шкловского–Эфроса). Данный подход приводит к сравнительно простым аналитическим выражениям, но является менее строгим, чем анализ задачи протекания.

В работе [9] предложен относительно простой подход для описания кроссовера от механизма Мотта к механизму Шкловского–Эфроса, основанный (как и подход [10]) на соображениях теории протекания, однако обеспечивающий более простой анализ условия связности. Получено теоретически уравнение для критического значения показателя экспоненты  $\xi(T)$  в температурной зависимости прыжкового сопротивления

$$\ln \rho(T) = A \xi(T), \quad (2)$$

где  $A$  — коэффициент, а связь между функцией  $\xi(T)$  в (2) и показателем степени  $p$  в (1) соответствует выражению  $\xi \propto (T^*/T)^p$ .

Что касается кроссовера от режима VRH к режиму NNN, то известна лишь одна достаточно серьезная модель Розенбаума [14,15], которая основана на процедуре оптимизации показателя экспоненты (втором подходе).

В данной работе предпринята попытка дать описание экспериментально наблюдаемого кроссовера от режима VRH к режиму NNN, основанное на упрощенном решении задачи протекания с использованием интерполяционного выражения для плотности состояний, справедливого для обоих режимов.

### 3. Методика эксперимента

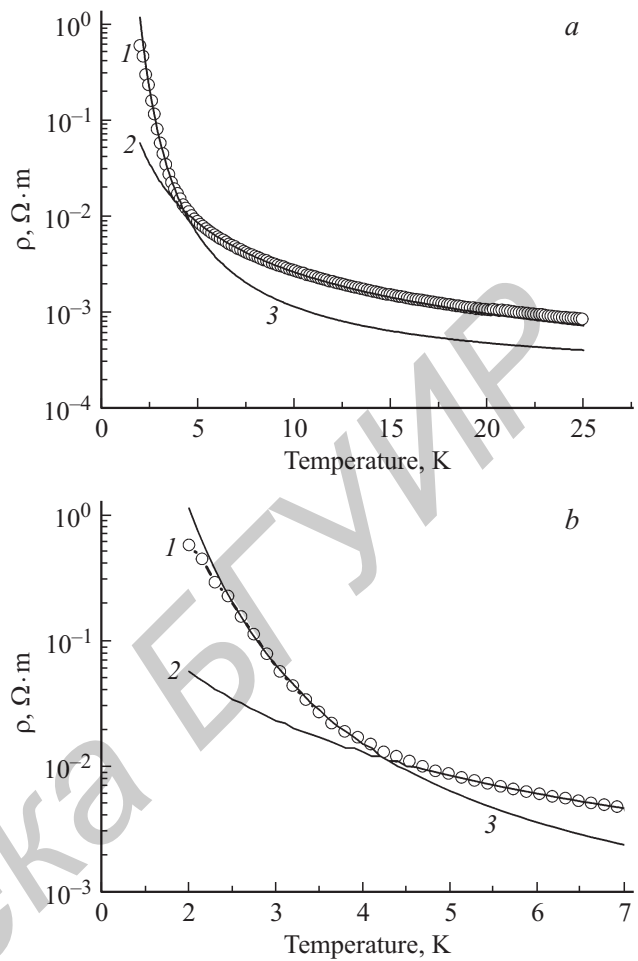
Образцы для электрических измерений вырезались из промышленных пластин монокристаллического кремния КЭС 0.01 Ом·см с ориентацией (100) в виде полосок шириной 1 мм и длиной 12 мм. На прямоугольные образцы ультразвуковой пайкой индия наносились 2 токовых, 2 холловских и 2 потенциальных контакта, омичность которых контролировалась с помощью измерения вольт-амперных характеристик (ВАХ). Во всем диапазоне изучаемых температур ВАХ были строго линейны.

Для проведения электрических измерений изготовленные образцы распаивались с помощью медных микропроводов в специальном измерительном зонде, который помещался в систему CHNF (Cryogenics Ltd., Англия) на основе рефрижератора замкнутого цикла. CHNF позволяла измерять ВАХ и электросопротивление в диапазоне температур  $1.8 < T < 310$  К и в магнитных полях с индукцией  $B$  до 8 Тл. Использованный температурный контроллер (Lakeshore, Model 331) давал возможность осуществлять непрерывную развертку температуры со скоростью 0.1–1 К/мин либо стабилизировать температуру с точностью 0.005 К в процессе развертки магнитного поля или измерения ВАХ. Использованные термометры на основе арсенид-галлиевых диодов в диапазоне температур 1.5–20 К были калиброваны с точностью 0.5 мК. Использованные измерители напряжения и тока позволяли определять электросопротивление с точностью лучше 0.1%.

### 4. Результаты эксперимента

В данной работе измерялись температурные зависимости удельного сопротивления на постоянном токе  $\rho(T)$ , МС и эффекта Холла в монокристаллическом кремнии, легированном сурьмой Si(Sb). Измерение температурной зависимости эффекта Холла позволило оценить концентрацию сурьмы, величина которой составила  $N_{Sb} \approx 1 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , что существенно ниже критической концентрации Мотта  $N_c$  и значений  $N_{Sb}$  в образцах, ранее исследованных в работе [19]. Это означает, что при экспериментальном и теоретическом анализе кроссовера удельного сопротивления в исследованной области температур мы можем пренебречь влиянием эффектов слабой локализации и перколяции.

Проведенный в работе [20] предварительный анализ экспериментальных данных по измерению удельного сопротивления образцов легированного Si(Sb) в области температур 5–25 К и магнитных полей до 8 Тл показал следующее. В полях  $B > 1.5$  Тл магнитополовой ход положительного МС подчиняется закономерности  $\ln[\rho(B)/\rho_0] \propto B^2$ . Анализ зависимостей  $\rho(T)$  свидетельствовал о том, что в Si(Sb) в области температур 5–25 К реализуется VRH режим по



**Рис. 1.** Температурная зависимость удельного сопротивления  $\rho(T)$  образца Si(Sb) в области 2–25 К (а) и 2–7 К (б): 1 — экспериментальные данные, 2 — расчет на основе соотношения (1) для механизма Мотта, 3 — расчет на основе соотношения (1) для режима NNH.

механизму Мотта. Полученные оценки плотности состояний  $g_0$ , температуры Мотта  $T_M$  и радиуса локализации  $a$  выявили зависимость радиуса локализации от температуры [20]. В рамках модели прыжковой проводимости Демишева–Пронина [21], учитывающей наличие спин-поляризованного механизма и механизма сжатия волновой функции для прыжковой проводимости по механизму Мотта, было установлено наличие двух температурных областей, характеризующихся различным вкладом этих механизмов в  $\rho(T)$ . Установлено, что в области 5–11 К преобладает спин-поляризованный перенос, тогда как в диапазоне 11–20 К необходимо учитывать как вклад спин-поляризованного переноса, так и механизма сжатия волновой функции в  $\rho(T)$ .

На рис. 1 представлены экспериментальные зависимости  $\rho(T)$  в области температур 2–25 К, измеренные с малым температурным шагом и тщательной стабилизацией (в диапазоне  $\pm 1.5$  мК) температур в каждой

экспериментальной точке. Эти измерения подтвердили обнаруженную ранее в [20] реализацию VRH режима по механизму Мотта выше температуры  $T = 5$  К. Как видно, при охлаждении образца в области 4.5–5.0 К происходит переход от режима Мотта к режиму прыжков по ближайшим соседям (NNH режиму), который наблюдается в температурной области 2.5–4.5 К. Проведенные оценки энергий активации проводимости для режима NNH показали, что последние характеризуется значениями  $E_N \approx (17-18)k_B$  Дж ( $T_N \approx 17.6$  К) в нулевом магнитном поле и  $E_N \approx 24.75k_B$  Дж ( $T_N \approx 24.75$  К) при  $B = 8$  Тл. Оценка для Si(Sb) радиуса локализации примеси из выражения  $a = \hbar/\sqrt{2mE_i}$  дала величину  $a \approx 3.3$  нм (при эффективной массе  $m = 0.19m_0$  и энергии ионизации  $E_i = 0.036$  эВ).

Ниже температуры  $T = 2.5$  К находится переходная область, вероятно, обусловленная переходом к VRH режиму по механизму Шкловского–Эфроса. Однако детальный анализ этого диапазона требует дополнительных исследований.

Для корректного использования моделей кроссоверов (как уже имеющихся, так и разработанной в данной статье далее) необходимо определить для применяемых в наших экспериментах образцов тип решетки, обусловленный расположением атомов примеси, а также перколяционный порог (порога протекания). В теории прыжковой проводимости наиболее важную роль играют задачи о протекании по системе случайных узлов (хаотически распределенные в пространстве). В этом случае среднее число узлов в единице объема считается заданным (равным концентрации примеси  $N_D$ ), а среднее расстояние между ними равным  $r_m = (3/4\pi N_D)^{1/3}$ . Для такой решетки порог протекания  $r_c$  (или как его еще называют, перколяционный радиус) находится из условия связности двух и более узлов, образующих бесконечный кластер [5], так что величина  $r_c$  зависит только от концентрации узлов  $N_D$ . Обычно используется пороговое значение  $B_c$ , имеющее смысл среднего числа связей на один узел. Выражение для величины безразмерного перколяционного порога в трехмерном случае [5] имеет вид

$$B_c = (4\pi/3)r_c^3 N_D. \quad (3)$$

Пороговое значение среднего числа связей на узел  $B_c$  для случайной решетки обычно определяется численно путем решения задачи сфер с применением метода Монте-Карло. Многочисленные расчеты дают значение  $B_c$  в области 2.65–2.7 [5]. Отсюда для перколяционного радиуса получаем значение  $r_c = (0.865 \pm 0.015)N_D^{-1/3}$ . В этом случае  $r_c$  всегда больше среднего расстояния между атомами примеси для случайной решетки  $r_m = 0.62N_D^{-1/3}$ . При концентрации  $N_D = N_{Sb} \approx 10^{18}$  см<sup>-3</sup> в наших образцах величина  $r_c = 8.64$  нм, а среднее расстояние между атомами примеси в образце  $r_m = 6.2$  нм. В этом случае существенно лишь количество узлов внутри радиуса  $r_c$ , а их взаимное расположение (симметрия решетки) несущественно.

## 5. Модель и обсуждение результатов

Учитывая разумность приведенных выше оценок, мы разработали далее модель кроссовера от VRH режима по механизму Мотта к режиму NNH, которая основана на применении упрощенной процедуры решения задачи протекания с использованием интерполяционного выражения для плотности состояний, справедливого для обоих режимов. В основе предлагаемой модели лежит выражение для безразмерной концентрации узлов

$$N(\xi) = 2 \int_0^{E_{\max}} r_{\max}^3 g(E) dE, \quad (4)$$

удовлетворяющее условию связности при показателе прыжковой экспоненты (см. (2)), меньшем, чем некоторое значение  $\xi$  [5,9]. Здесь  $E_{\max}$  и  $r_{\max}$  — максимальные значения энергии и расстояния между узлами, допускающие связность (см. (5) ниже),  $g(E)$  — плотность состояний. Приравняв выражение (4) к критической концентрации в (3) для порога протекания  $2B_c$  (для трехмерной ситуации соответствующее значение равно  $\sim 5.3$ ), можно получить уравнение для критического значения показателя прыжковой экспоненты  $\xi(T)$ , определяющего электрическое сопротивление. Безразмерная концентрация  $N(\xi)$  в (4) определена как произведение концентрации узлов с энергиями прыжков  $E < E_{\max}$  на объем, доступный для этих узлов. Данная процедура (использованная Эфросом и Шкловским [5] применительно к механизму Мотта) для плотности состояний, зависящей от энергии, не совсем строго, и условие связности необходимо рассматривать для каждого значения энергии по отдельности, что приводит к сложному интегральному уравнению [10]. Мы применяем процедуру, описанную в [9], позволяющую существенно упростить выкладки.

Максимальные значения энергии и расстояния между узлами, допускаемые условием связности в теории протекания [5] (см. также формулы (4.30) в [22]), задаются соотношением

$$r_{\max} = a\xi/2, \quad E_{\max} = k_B T \xi. \quad (5)$$

Здесь критическое значение показателя экспоненты  $\xi$  входит в температурную зависимость прыжкового сопротивления (2).

Для плотности состояний использовано интерполяционное выражение, справедливое для случая, когда показатель степени  $p$  в экспоненте в выражении (1) для удельного сопротивления приближается к единице [15]. В работах Розенбаума [12,14,15] описаны модели кроссоверов от механизма Мотта к механизму Шкловского–Эфроса и режиму NNH с учетом изменения плотности состояний: от ее постоянного значения для механизма Мотта до плотности состояний  $g(E) \propto |E|^n$  с  $n > 2$ . Согласно [23], показатель степени  $n$

в выражении для  $g(E)$  связан с показателем степени  $g$  в трехмерной VRH модели (1) (см. [5]) соотношением

$$p = (n + 1)/(n + 4). \quad (6)$$

В этом случае, согласно Розенбауму [14], для описания кроссовера при различных комбинациях величин  $p$  можно воспользоваться формулой

$$g(E) = \alpha E_{sg}^n \frac{(E/E_{sg})^n}{1 + (E/E_{sg})^n} = g_0 \frac{\varepsilon^n}{1 + \varepsilon^n}, \quad (7)$$

где  $g_0$  — плотность состояний в отсутствие кулоновской щели (при  $n = 0$ ). Здесь величина  $n$  может быть определена из соотношения (6) для показателя  $p$  в VRH модели. Величины  $\alpha$  и  $E_{sg}$  в (7) зависят от  $n$  и при фиксированном его значении постоянны. Для случая  $n = 2$  плотность состояний совпадает с (7), используемой в [12] для описания кроссовера от моттовского механизма к механизму Шкловского–Эфроса.

Вычисление интеграла (4) с учетом (7) для случая, когда  $n$  есть целое четное положительное число, дает выражение

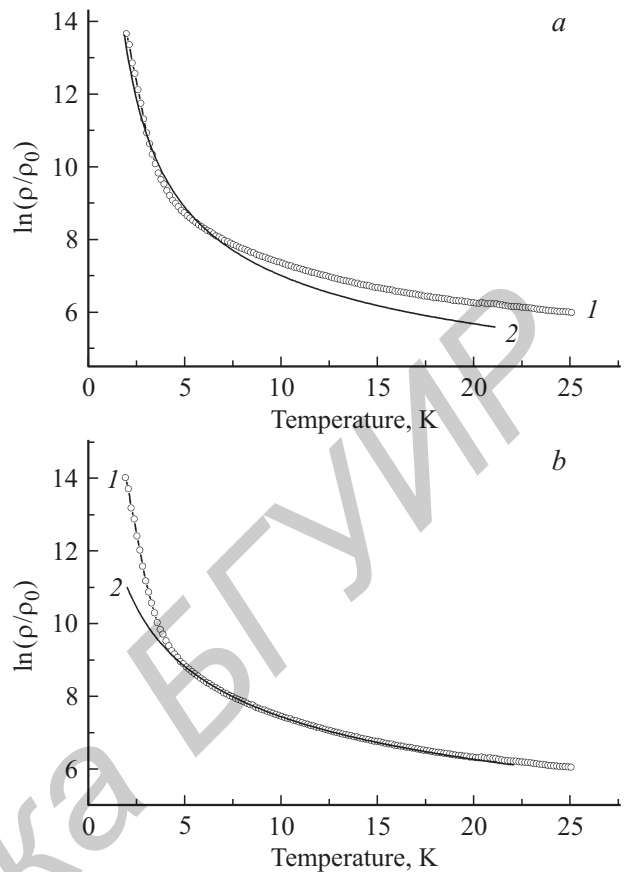
$$\begin{aligned} N(\xi) &= 2r_{\max} \alpha E_{sg}^{n+1} \int_0^{\varepsilon_m} \frac{\varepsilon^n d\varepsilon}{1 + \varepsilon^n} \\ &= 2r_{\max} \alpha E_{sg}^{n+1} \left[ \varepsilon_m + \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-1} \ln(1 + \varepsilon_m^2 - 2\varepsilon_m \cos k_n) \cos k_n \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-1} \arctan \left( \frac{\varepsilon_m - \cos k_n}{\sin k_n} \right) \sin k_n \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_m = \xi(k_B T/E_{sg})$ ,  $\cos k_n = \cos(\frac{2k+1}{n}\pi)$ ,  $\sin k_n = \sin(\frac{2k+1}{n}\pi)$ . Приравнивая (8) к значению  $2B_c = 5.3$  и подставляя выражения (5), получим после преобразований уравнения, которые будут использованы для определения функции  $\xi(T)$ :

$$\begin{aligned} &\left[ \xi \frac{T}{T^*} + \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-1} \ln \left( 1 + \left( \frac{\xi T}{T^*} \right)^2 - 2 \left( \frac{\xi T}{T^*} \right) \cos k_n \right) \right. \\ &\quad \left. \times \cos k_n - \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-1} \arctan \left( \frac{\xi(T/T^*) - \cos k_n}{\sin k_n} \right) \sin k_n \right] \\ &= \frac{21.2}{g_0 (a\xi)^3 k_B T}, \quad (9) \end{aligned}$$

где  $k_B T^* = E_{sg}$ . Учитывая значение параметра Мотта  $T_M$ , получим конечное уравнение

$$\begin{aligned} \xi \frac{T}{T^*} + \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-1} \ln \left( 1 + \left( \frac{\xi T}{T^*} \right)^2 - 2 \left( \frac{\xi T}{T^*} \right) \cos k_n \right) \cos k_n \\ - \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-1} \arctan \left( \frac{\xi T}{T^* \sin k_n} - \cot k_n \right) \sin k_n = \frac{T_M}{T^* \xi^3}, \quad (10) \end{aligned}$$



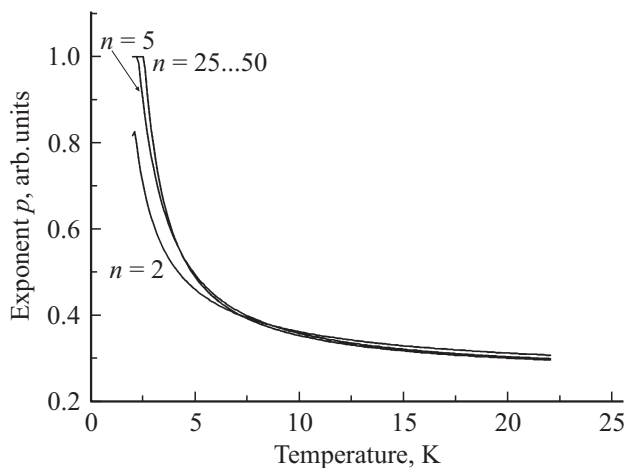
**Рис. 2.** Экспериментальная (1) и расчетные (2) температурные зависимости нормированного удельного сопротивления ( $\rho_0$  — предэкспоненциальный множитель в (1), определяемый из экспериментальных данных) образца Si(Sb) для режима NNH,  $n = 7$  (a) и механизма Мотта,  $n = 0$  (b).

которое дает зависимость  $\xi(T)$  для конкретного набора параметров  $n, T^*, T_M$  при  $n \geq 4$ . При нечетном значении  $n$  соотношение (10) изменяет вид, приходя к выражению

$$\begin{aligned} \xi \frac{T}{T^*} - \frac{1}{n} \ln \left( 1 + \left( \frac{\xi T}{T^*} \right)^2 \right) \\ + \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-3/2} \ln \left( 1 + \left( \frac{\xi T}{T^*} \right)^2 - 2 \left( \frac{\xi T}{T^*} \right) \cos k_n \right) \cos k_n \\ - \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{(n/2)-3/2} \arctan \left( \frac{\xi T}{T^* \sin k_n} - \cot k_n \right) \sin k_n = \frac{T_M}{T^* \xi^3}, \quad (11) \end{aligned}$$

для  $n \leq 5$ .

Сопоставление проведенных на основании соотношений (2), (10), (11) расчетов с экспериментальными зависимостями на рис. 1 показало, что для найденных ранее параметров  $T_M = 15\,240$  К [16] и  $T^* = T_N = (17-18)$  К разработанная модель кроссовера адекватно описывает экспериментальные данные: при  $n = 0$  (механизм Мотта,



**Рис. 3.** Температурные зависимости показателя экспоненты  $p$  в соотношении (1), полученные с использованием выражений (10)–(12) при  $n \geq 2$ .

отсутствие кулоновской щели) получено совпадение в области 4–25 К (рис. 2, а); для  $n = 6$  и выше имеется совпадение в области 2.5–5.0 К (NNH режим).

Таким образом, с помощью разработанной модели можно адекватно описать температурную зависимость  $\rho(T)$  при изменении прыжковой проводимости от VRH режима для механизма Мотта к NNH режиму, используя соответствующие параметры этих режимов при фиксированном значении показателя  $n$ . Величина  $n$  не вызывает сомнений для механизма Мотта ( $n = 0$ ) и механизма Шкловского–Эфроса ( $n = 2$ ). Для режима NNH выбор не совсем однозначен. Из выражения (6) следует, что его величина должна быть много больше единицы. Если задаться вопросом об оптимальном (или минимальном) выборе значения  $n$  для режима NNH, то можно использовать связь функции  $\xi \propto (T^*/T)^p$  с показателем  $p$  для вычисления  $\rho$  из полученной модели с помощью выражения

$$p = -d \log \xi / d \log T = -(T/\xi) d\xi / dT, \quad (12)$$

приведенного в статье [9]. Из (12) следует, что для  $n = 0$  показатель экспоненты  $p$  во всем диапазоне температур равен точно 0.25 (как в соотношении (1) для механизма Мотта), тогда как для других значений  $n$  он начинает зависеть от температуры. Эта зависимость, оцененная с помощью выражений (10), (11) для различных значений  $n$ , представлена на рис. 3.

Полученные зависимости для наглядности приведены при фиксированных значениях  $n$  для всего диапазона температуры. Однако кривые для  $n = 5$ –50 отражают адекватность модели в области  $T < 4$  К и позволяют сделать вывод, что для достижения значений показателя  $p$ , близких к единице достаточно брать  $n_{\min} = 5$ , а также то, что не имеет смысла увеличивать  $n$  больше 25 (поскольку видно, что кривые для  $n = 25$  и  $n = 50$  на рис. 3 совпадают). Из рис. 3 в первую очередь следует,

что при  $T > 5$  К режим NNH в наших экспериментах явно не наблюдается, поскольку показатель  $p$  вообще перестает зависеть от  $n$ , что собственно и подтверждает преобладание там механизма Мотта.

Разработанная модель позволяет показать, что теоретическая область кроссовера между VRH и NNH режимами должна лежать в диапазоне 3–7 К. Эксперимент же точно фиксирует этот переход при температуре 4.5 К. Заметим, что такой разброс наблюдается у всех известных моделей кроссоверов, что является их главным недостатком на данное время.

## 6. Заключение

Проведенный детальный анализ полученных экспериментальных результатов для температурных зависимостей удельного сопротивления легированного сурьмой кремния в области 2–25 К показал, что при охлаждении ниже  $T = 4.5$  К наблюдается температурный кроссовер от механизма Мотта к режиму прыжковой проводимости через ближайших соседей (NNH), а при  $T < 2.5$  К, возможно, имеет место переход к механизму Шкловского–Эфроса. Предложена модель описания температурного кроссовера от механизма Мотта к режиму прыжковой проводимости через ближайших соседей, основанная на упрощенном решении задачи протекания с использованием интерполяционного выражения для плотности состояний, справедливого для обоих режимов. Получены уравнения для определения критического значения показателя экспоненты в температурной зависимости прыжкового сопротивления. Проведенные оценки показали возможность достижения удовлетворительного согласия между теоретическим и экспериментальным кроссоверами при использовании минимального числа подгоночных параметров.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Государственной программы научных исследований „Функциональные и композиционные материалы, наноматериалы“ Республики Беларусь 2013–2014 гг. (задание № 2.4.10).

## Список литературы

- [1] Y.L. Zhao, W.M. Lv, Z.Q. Liu, S.W. Zeng, M. Motapothula, S. Dhar, Ariando, Q. Wang, T. Venkatesan. *AIP Advances*, **2**, 012 129 (2012).
- [2] A. Narjis, A.E. Kaaouachi, A. Sybous, L. Limouny, S. Dlimi, A. Aboudihab, J. Hemine, R. Abdia, G. Biskupski. *J. Mod. Phys.*, **3**, 517 (2012).
- [3] Н.Ф. Мотт. Переходы металл–изолятор (М., Наука, 1979) [N.F. Mott, *Metal–Insulator Transition*, 2nd ed. (Taylor and Francis, London, 1990)].
- [4] P.P. Edwards, M.J. Sienko. *Phys. Rev. B*, **17**, 2575 (1978).
- [5] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. *Электронные свойства легированных полупроводников* (М., Наука, 1979).
- [6] Н.В. Агринская, А.Н. Алешин. *ФТТ*, **31**, 277 (1989).

- [7] A. Aharony, Y. Zhang, M.P. Sarachik. Phys. Rev. Lett., **68**, 3900 (1992).
- [8] И.С. Шлимак. ФТП, **27**, 1944 (1993).
- [9] Н.В. Агринская, В.И. Козуб. ЖЭТФ, **116**, 2079 (1999).
- [10] Y. Meir. Phys. Rev. Lett., **77**, 5265 (1996).
- [11] N. Van Lien. Phys. Lett. A, **207**, 379 (1995).
- [12] R. Rosenbaum, N. Van Lien, M.R. Graham, M. Witcomb. J. Phys.: Condens. Matter, **9**, 6247 (1997).
- [13] H. Fritzsche, M. Guevas. Phys. Rev., **119**, 1238 (1960); R. Ray, H. Fan. Phys. Rev., **121**, 768 (1961).
- [14] N. Van Lien, R. Rosenbaum. J. Phys.: Condens. Matter, **10**, 6083 (1998).
- [15] N. Van Lien, R. Rosenbaum. Phys. Rev. B, **56**, 14960 (1997).
- [16] А.Г. Забродский, К.Н. Зиновьева. ЖЭТФ **86**, 727 (1984).
- [17] А.Г. Забродский. УФН, **168**, 804 (1998).
- [18] Н.В. Агринская, В.И. Козуб. ЖЭТФ, **106**, 848 (1994).
- [19] A. Fujimoto, H. Kobori, T. Ohyama, S. Ishida, K. Satoh, T. Kusaka, Y. Kakehi. Physica B, **324**, 1 (2002).
- [20] A. Fedotov, S. Prischepa, A. Danilyuk, I. Svito, P. Zukowski. Acta Physica Polon. A, **125**, 1271 (2014).
- [21] С.В. Демишев, А.А. Пронин. ФТТ, **48**, 1285 (2006).
- [22] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. УФН, **117**, 401 (1975).
- [23] E.M. Hamilton. Phil. Mag., **26**, 1043 (1972).

Редактор Т.А. Полянская

## Low temperature conductivity in silicon doped with antimony

A.K. Fedotov\*, I.A. Svito\*, V.V. Fedotova<sup>+</sup>,  
A.G. Trafimenko<sup>o</sup>, A.L. Danilyuk<sup>o</sup>, S.L. Prischepa<sup>o</sup>

\*Belarusian State University,  
220050 Minsk, Belarus

<sup>+</sup>Scientific-Practical Materials Research Centre  
of National Academy of Sciences of Belarus,  
220078 Minsk, Belarus

<sup>o</sup>Belarusian State University  
of Informatics and Radioelectronics,  
220013 Minsk, Belarus

**Abstract** A detailed analysis of the experimental temperature dependences of the resistivity of antimony-doped silicon with a dopant concentration of  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$  in the region  $1.8 < T < 25 \text{ K}$ . It is shown that when cooling below the temperature of 4.5 K a transition from the Mott regime for the variable-range hopping to the regime of hopping conduction over the nearest neighbors is observed, while at  $T < 2.5 \text{ K}$  the transition to Efros–Shklovsky mechanism is possible. We propose a model for the description of temperature crossover, based on a simplified solution of the percolation task using the interpolation expression for the density of states. The presented estimations have shown a satisfactory agreement with experimental data using the minimum number of adjusting parameters.