DOI: 10.15643/libartrus-2014.6.5

Философия и математика в учении Платона: развитие идеи и современность

© Н. В. Михайлова

Минский государственный высший радиотехнический колледж
Беларусь, 220005 г. Минск, пр. Независимости, 62.

Тел.: 8 (017) 331 89 45.
Email: michailova_mshrc@mail.ru

Статья по философии математики. Как известно, крупнейшие философы по-разному объясняли происхождение математики. Этот вопрос исследовался ещё в античности, существенную и определяющую роль в этом отношении сыграло платоновское учение. Поэтому при обсуждении этого вопроса нельзя не обратиться к проблеме взаимодействия философии и математики в учении Платона. Многие математики считают, что абстрактные математические объекты принадлежат в определенном смысле миру идей и что непротиворечивые объекты и теории действительно описывают математическую реальность, так как Платон вполне отчетливо выразил точку зрения на математику, согласно которой математические понятия объективно существуют как особые сущности между миром идей и миром материальных вещей. В контексте проблемы обоснования математики особый интерес вызывает то, что называют «платонизмом Гёделя». В статье показывается, как платонистская объективизация математических понятий способствует развитию современной математики, выявляя философское понимание сущности абстракций. Для обоснования своей точки зрения автор привлекает работы современных специалистов в области философии математики.

Ключевые слова: *философия математики, учение Платона, платонизм.*

1. Введение

Феномен рождения математического знания по-разному оценивался многими философами, но при обсуждении этого вопроса нельзя не обратиться к проблеме взаимодействия философии и математики в учении Платона.

Изучая математику, Платон пришел к выводу, что существует два мира: мир идей (строгий, упорядоченный и гармоничный) и мир вещей (несовершенный, неточный и хаотичный). Абстрактные математические объекты, по Платону, принадлежат миру идей. Согласно философскому учению Платона, наблюдаемый нами мир, как мир чувственно воспринимаемых вещей, является лишь отражением объективного «мира идей», которые вечны и неизменны, в отличие от непостоянных и изменчивых чувственных вещей. В платоновском диалоге «Тимей» признается, «что есть тождественная идея нерожденная и негибнущая, ничего не воспринимающая в себя откуда бы то ни было и сама ни во что не входящая, незримая и никак иначе не ощущаемая, но отданная на попечение мысли» [1, с. 493]. Это другое философско воззрение, согласно которому математическое знание есть одновременно и условие, и первооснова действительности, которое коренится в платоновском взгляде на математику. В математике Платон видел нечто «среднее» между идеями и чувственными вещами. Для понимания всей сложности проблемы обоснования современной математики следует отметить, что Платон вполне отчетливо выразил точку зрения на математику, согласно которой математические понятия объективно существуют как особые сущности между миром идей и миром материальных вещей.

Гениальной мыслью Платона для современной математики можно назвать интенцию о том, что математические высказывания описывают в действительности не реальные физические объекты, а некие идеальные сущности. С Платона обретают подлинное право на существование «идеальные объекты», то есть такие объекты, которые в принципе не могут существовать в мире физических феноменов. Платон открывает для них другую реальность, в которой находят себе место математические объекты, ставшие потом основными действующими понятиями «Начал» Евклида. Если платонизм как рабочая вера математиков не вызывает в целом у многих профессиональных математиков никаких сомнений, то в философском отношении он дополнительно отягощен аспектами, связанными с понятиями существования и истины. Хотя никто не отрицает, что платонизм поставил, в рамках человеческого познания, вопрос о существовании умопостигаемого сверхчувственного мира и акцентировал проблему его связи с чувственным миром. Философско-математическую интерпретацию платонизма можно также рассматривать как одобрение математическим сообществом наиболее вероятных переусложненных математических заключений.

2. Платонизм в современной философии математики

Некоторые философы считают термин «платонизм» не совсем удачным в том смысле, что он ассоциируется со специфическими вопросами математического мышления, контекст которых давно утерян. Во-первых, платонизм шире учения Платона и глубже его, хотя он нашел в Платоне лучшего из выразителей. Во-вторых, направление платонизма в математике дает повод для многочисленных философских дискуссий, хотя они в основном опровергают лишь «абсолютный платонизм». Поэтому часто употребляют другие термины, например, «математический реализм», хотя сам по себе термин «реализм» слишком многозначен и теоретически перегружен. Проблема реализма активно обсуждается в философии математики. Так, «внутренний реализм», появившийся в философии благодаря авторитету Хилари Патнэма, предполагает, что все суждения о математических объектах определяются содержанием теории и связан с ее концептуальными особенностями. Он высказал убеждение, что принятие реализма в математике является единственным средством от превращения математики в «необъяснимое сказочное явление» [2, с. 60]. Напомним, что термин «реализм» происходит от латинского слова realis, то есть вещественный. Возможно поэтому, умеренные реалисты уподобляют математические объекты вещественным предметам, хотя некритически используют представление о математической реальности. Это вытекает из расширения реальности, обусловленного новыми сущностями, в силу веры в некоторое реальное положение дел, существующее независимо от нас, то есть в платонизм или реализм.

В соответствии с учением Платона, каждая реальная вещь – это лишь приближенная реализация идеи. Несмотря на некоторую недостаточность теоретико-математических оснований, доступных философии его времени, Платон изменил само представление о природе математического метода, в котором конечный результат развития математических теорий является исходной позицией. Отношение Платона к математике характеризует то, что он видел в ней необходимое знание, с которого начинается путь бесконечного постижения истины. Напомним, что надпись на входе в платоновскую Академию гласила: «Да не войдет сюда не знающий геометрию», с которой связывалась математика. Сегодня принято называть платонизмом любую философскую позицию, которая систему идеальных объектов человеческой мысли трактует как особый и независимо существующий мир. «Платонизм может пониматься по-разному, поскольку взгляд, согласно которому математические объекты существуют объективно и описываются математическими теориями, – а это и составляет суть математического платонизма – совместим со многими дополнительными предпосылками как математического, так и метафизического толка» [3, с. 494–495]. Он представляет собой специфически философский идеал знания.

Представления о платонизме варьируются от «крайнего платонистского реализма», признающего математические абстракции в качестве вечных самостоятельно существующих идеальных сущностей, до признания того, что математические понятия не являются только конвенциями. Этот разброс взглядов дает основание предположить, что математическое мировоззрение, которого стихийно придерживаются профессиональные математики, можно охарактеризовать как «умеренный платонизм». Например, математик и философ математики Е. М. Вечтомов утверждает: «Умеренный платонизм, освобожденный от крайностей и мистики и служащий реальной методологией действующих математиков, соответствует природе математики, является подходящей философией познания, способной правильно оценить, что такое математика» [4, с. 119]. С точки зрения умеренного платонизма в математике могут рассматриваться утверждения об абстрактных сущностях, опирающиеся на понятие актуальной бесконечности. В отличие от математического платонизма умеренный платонизм, как некоторая «срединная позиция», не предполагает первичности математического платонизма, а состоит в признании активности субъекта и определенной совокупности его представлений, имеющего собственное видение реальности. Необходимо все же уточнить интерпретацию и понимание математического платонизма с точки зрения профессиональных математиков. Веру в существование математических абстрактных объектов часто называют «математическим платонизмом». Математический платонизм зарождался в процессе становления и отделения современной математики от физического мира, поэтому возрождение платонизма следует отнести к XIX веку, когда математики совершенно свободно пользовались понятием актуальной бесконечности в классической математике и идеей бесконечного множества.

Это предположение тоже требует прояснения, поскольку само философско-методологическое мировоззрение, которого придерживаются некоторые современные математики правильнее характеризовать, как «умеренный скептический платонизм», хотя сама по себе концепция платонизма в принципе не противоречит их воззрениям. Более обстоятельное обсуждение направления платонизма в математике выходит за рамки этого исследования, поэтому говоря об «умеренном скептическом платонизме», иногда пользуются кавычками. Он расходится с «математическим платонизмом», предполагающим, что математика сможет ввести нас в «мир абсолютных идей», поскольку в такой интерпретации именно там реально существуют математические понятия и утверждения, истинность которых объективна. «Мы считаем, – настаивает логик и математик Н. Н. Непейвода, – данное воззрение профанацией платоновского взгляда и самопереоценкой человека и его научного мышления» [5, с. XXIII]. Заметим, что хотя сами структуры, возникающие в реальном мире, являются реализациями общих идей, сами идеи мира Платона недоступны человеку, так как они бесконечно совершенны, в отличие от ограниченных возможностей человека. Так как сознание обеспечивает человеку связь с миром, то мир идей Платона можно интерпретировать как мир информации. Хотя нельзя также не признать, что деятельность субъекта математического познания дает потенциальную возможность философского приближения к миру абстрактных идей.

Умеренный скептический платонизм, как философская вера математиков, раскрывает также роль математического знания в познании существующего мира. Вовсе не случайно теоретиков и практиков математики, иногда называют «стихийными платонистами», поскольку они уверены в истинности математического знания, что принципиально важно для понимания философской проблемы обоснования математики. Многие математики всегда считали математические объекты принадлежащими в том или ином смысле миру идей и что непротиворечивые объекты и теории описывают математическую реальность. Для Платона «идея – это умственное зрелище истинного бытия. Истина не может быть выражена в понятии. А идея как раз есть то, куда устремляются понятия, их недостижимый предел» [6, с. 28]. В своей знаменитой аллегории о «пещере и ее узниках» Платон показывает, как выглядит путь в мир идей, когда надо начинать с самого легкого, то есть сначала надо смотреть на тени, затем – на отражение в воде различных предметов и людей, а уж только потом – на самые вещи. По отношению к математическим наукам созерцание математических предметов как раз выступает в толи подготавливающего испытания, без прохождения которого трудно что-то увидеть при «ярком солнечном свете» истины. Эта интерпретация стала одним из общих мест платонизма.

Математика, кроме логически непротиворечивых теорий, имеет онтологически истинные теории. Поэтому можно предположить, что ее исходные положения являются априорными, что означает их интерсубъективность, или «предпонимание», в качестве необходимой формы математического мышления, которая укоренена в структуре математической реальности. Программы обоснования математики тоже являются априористскими, поскольку постулируют истинность некоторых утверждений и надежность выбранных методов. Интересную трактовку априорности математики, основанную на понятии практики, предлагает философ математики В. Я. Перминов: «Математика априорна в том смысле, что ее исходные интуиции имеют онтологическую природу и не содержат в себе каких-либо эмпирических констатаций» [7, с. 286]. Его праксеологическая концепция математического априоризма, которая одновременно является реализмом, исходит из понимания математических очевидностей как универсальных структур мышления, проистекающих из необходимой деятельностной или практической ориентации мышления. Праксеологический априоризм по существу оправдывает традиционную веру математиков в реальную значимость математических объектов и теорий, то есть это хорошо коррелирует с философским взглядом на платонистское течение в философии математики.

Так, например, канторовская теоретико-множественная концепция явно восходила к учению Платона. Современная версия платонизма в математике не слишком-то похожа на платоновское видение математического мира, но суть вопроса остается прежней и проявляется в том, что существованию абстрактных объектов придается онтологический статус и рассмотрение их «наравне» с существованием конкретных объектов. «Необходимость философии математики Платона как формы духовного творчества заключается в том, что мифопоэтическая вольность его произведений требует математического обоснования для философских положений, и потому существует установка на рационально-математическое оправдание или подведение фундамента под природную диалектику образнохудожественного, теологического мышления великого афинянина» [8, с. 15]. Платонистское сознание работающих математиков зачастую не осознается ими как специфический философский взгляд, потому что лежащие в его основе представления для них абсолютно естественны и просты. Важнейший шаг в сторону понимания учения Платона заключался в том, что концепция мира идей стала представляться первичной, исходной и ясной в отношении абстрактных понятий, которыми оперирует современная математика.

Философско-методологический анализ проблемы обоснования математики показал, что понимание сущности математики выходит за пределы логических понятий. Если в начале прошлого века преобладало убеждение, что основной методологический вопрос о возможности обоснования математики можно решить в рамках самой математики, то теперь уже стало понятно, что обоснование математики средствами только самой математики и логики недостижимо. Когда исследование философско-методологических проблем математики доходит до «предельных оснований» математики, между математикой и философией математики устанавливается определенный баланс, с точки зрения использования разрабатываемых новых идей в философии и математике. Можно даже вполне определенно сказать, что этот баланс – реальное достижение философии науки конца XIX – начала XX веков, которое зафиксировано в философии математики с момента появления программ обоснования математики. Феномен рождения математического знания по-разному оценивался многими философами, но при обсуждении этого вопроса нельзя не обратиться к греческой философии. Греческой философии мы обязаны появлением математического метода, когда стали исследовать не непосредственные природные объекты, а некоторое представление о них, как о субъективно воспринимаемой реальности.

Хотя вопрос о реальности в смысле Платона постепенно утратил свою актуальность, направления обоснования математики, возникшие в начале XX века, заставили все же провести внутреннее деление между математическими теориями. Математику как профессию большого сообщества ученых можно рассматривать с различных точек зрения. Для дополнительной аргументации востребованности платонизма в математике процитируем мнение авторитетного математика Ю.И. Манина: «Многие математики по-прежнему считают, что математика имеет дело непосредственно с платоновским миром смыслов. <…> Каков бы ни был философский статус этих споров, некоторые из наиболее красивых и высокоразвитых разделов математики, без сомнения, являются платоновскими» [9, с. 128]. Даже компьютерное моделирование можно рассматривать как эксперимент в «платоновской реальности». Такой анализ никогда не был самоцелью философского исследования по математике, поскольку он всегда подразумевал синтез всей картины развития современной математики, который невозможен без знания «предельных оснований», опирающихся на умеренную платонистскую составляющую в математике. Он зависит от различных онтологических представлений о том, какого рода существованием обладают математические объекты и от гносеологических представлений, которые касаются смыслов и способов познания математических сущностей.

Суть умеренного платонизма состоит в том, что смыслы изначально заданы в своей потенциальной и непроявленной форме, снимающее возражение о том, что гипотетические платоновские сущности не могут быть познаны в силу «каузальной», или причинной, теории познания. Так как, что должно быть познано, является причиной определенного воздействия на самого познающего субъекта. Если у Платона знание – это отражение идей, то в новой интерпретации изначально существуют не готовые идеи, а только смыслы и человек не механически считывает их, а творчески «распаковывает» и логически осмысливает «континуум смыслов», что создает естественную ассоциацию с платоновским миром идей. Хотя платонизм не совместим с догматизмом, математиков интересует также такой вопрос: как можно прийти к идеальным высказываниям, используемым в математике? Для этого можно выделить два подхода к решению этой проблемы, а именно, онтологическую и эпистемологическую версию. Традиционно платонизм считается спорным онтологически как концепция существования объектов, обитающих в сфере идеального, независимо от нашего разума, поэтому не понятно каким образом, например, числа и другие абстрактные объекты могут «каузально» взаимодействовать с нами. Эпистемологическое возражение против математического платонизма сосредоточено на невозможности доступа к таким идеальным объектам и взаимодействия с ними, поэтому в эпистемологическом отношении платонизм оставляет неясность в том смысле, что интуитивный акт, способствующий открытию математической реальности, с точки зрения методологии есть нечто непередаваемое.

В философии математики оба эти аргумента можно опровергнуть по одной и той же причине, поскольку они предполагают, что процедуры «вызывать события» или «взаимодействовать с нами» должны пониматься в терминах действующей причинности. Хотя не известно, как разум способен «схватывать» или «постигать» математические объекты и истины, он считает, что ответ на это можно дать в терминах формальной причинности, которую используют, но не признают за таковую. В объяснении законов природы постулируются свойства и универсалии, понимаемые как реальные абстрактные сущности, но это явно не действующая причинность. Поэтому умеренный платонизм, провозглашающий самостоятельное существование математических объектов и структур, не может быть опровергнут. Заметим также, что платонистские взгляды по новому возродились в философской школе логицизма, представители которой допускали существование математических объектов, которые существуют в мире идей. Говоря о связи платонизма и логицизма, можно сказать, что философские исследования логических оснований математики в прошлом веке привели к возрождению платоновского реализма, точнее к идее существования абстрактных математических объектов в некотором идеальном мире.

Платонистская объективизация математических понятий стимулировала развитие математики, способствуя пониманию сущности абстракции. Следует отметить, что термин «платонизм» давно устоялся в философии математики. Но мало кто знает, что, несмотря на определенную близость идеологии работающих математиков к философии Платона, сам термин «математический платонизм» ввел в прошлом веке в философско-математическое обращение немецкий математик Пауль Бернайс, который в статье «О платонизме в математике» сопоставлял подходы к термину «существование». В теории множеств Кантора платоническая концепция простирается намного дальше, чем в теории действительных чисел. Кроме того, применения платонических концепций анализа и теории множеств оказались плодотворными в современных теориях алгебры и топологии. «Эти применения столь распространены, – считает Бернайс, – что не будет преувеличением сказать, что платонизм царит ныне в математике» [10, с. 262]. Оригинальность платонизма заключается в том, что эта концепция направлена на выявление общих философских понятий, с помощью которых доказывается объективный статус сущностных признаков абстрактных математических объектов, а также возможность их истинного познания. В дополнение к этому следует заметить, что в современной математике есть непротиворечивые теории, которые противоречат друг другу, а признание истинности обеих ставит под сомнение объективность математики. Когда математик, не углубляющийся в философские аргументы, берется за решение методологических вопросов математики и за объяснение природы своих результатов, он вольно или невольно привносит в свои общие рассуждения элементы платонизма.

Платонизм выжил, и, несмотря на его теологические претензии, современная философия математики продолжает анализировать его новые интерпретации. На современном этапе развития философии математики востребованность платонистской составляющей в обосновании математики опирается, прежде всего, на авторитет Курта Гёделя, который не ограничился одной лишь верой, а попытался обосновать ее необходимость. Его обоснование не только способствовало пониманию природы математики, но еще и тому, в какой степени современная математика ответственна за направление платонизма. Философская позиция австрийского логика и математика Курта Гёделя была представлена в его статьях «Расселовская математическая логика» и «Что такое канторовская проблема континуума», где анализируя основные понятия теории множеств, он высказал убеждение, что за ними стоят объекты, данные во внечувственной интуиции. Несмотря на различие математических объектов с чувственно воспринимаемыми объектами есть определенная аналогия последних с объектами теории множеств, сущность которых проявляется в таком факте, что аксиомы теории множеств рассматриваются математиками как, несомненно, истинные. «Мне кажется, – размышлял Гёдель, – что предположения о таких объектах столь же допустимы, как и предположения о физических телах, и имеется столь же много причин верить в их существование» [11, с. 217]. Если согласиться с этим положением, то мы должны признать, что кроме чувственной реальности, должна существовать еще некоторая идеальная реальность, благодаря которой наше сознание способно выявлять аксиомы математики. Поэтому философский интерес Курта Гёделя к проблеме обоснования математики следует иметь в виду при оценке того, что сейчас называют «платонизмом Гёделя».

Отметим двойственность его подхода: с одной стороны, он не сомневался, что возможна часть математики, изучающая ее собственные конструкции, а с другой стороны, он не считал эту часть наиболее полезной для самой математики и уж тем более не отождествлял ее с математикой в целом. Гёделя называют иногда «крайним платонистом» в связи с его высказыванием о том, что «математические сущности» доступны интуиции математика точно так же, как физические объекты доступны чувственному восприятию. Такая способность внечувственного восприятия, которая связывает математическое знание с представлением о его данности, столь же необходима для получения обоснования математики, как и чувственные восприятия физических объектов в естественнонаучном знании. Ключевым моментом в платонистском направлении обоснования математики является допущение существования двух областей – физической области материальных тел и абстрактной математической области, которая посредством понятий, моделей и структур дает такое понимание, какое только возможно достичь, благодаря тому, что Платон приписывал самостоятельное существование идеям. «Платон, настаивая на первичности Идеи, тем самым переворачивает всю „наивную“ онтологию, строившуюся на очевидности восприятия, и приписывает Идеям наивысший бытийный статус» [12, с. 64]. Математические идеи постигаются умом и именно в силу этого они, по мнению Платона, являются предметом истинного математического знания.

Следует заметить, что те, кто отвергает платонизм, обычно сосредоточены на самой критике и не утруждают себя объяснением «рабочего платонизма», которое представляется им заблуждением «философски наивных математиков». Под рабочим платонизмом здесь понимается вера или философия работающего математика, то есть сила, превышающая возможности логики. Создатель теории бесконечных множеств Георг Кантор, как последователь Платона, тоже полагал, что математические идеи существуют в некоем «мире идей», не зависящем от человека, что противоположно конструктивному подходу в математике. В частности, Курт Гёдель упрекал интуиционистов за признание математических объектов лишь как конструкций нашего ума, а его знаменитое утверждение о том, что математическая интуиция играет точно такую же роль в математическом познании, как и чувственное ощущение в познании физических объектов, можно интерпретировать как принадлежность Гёделя к платонизму. Востребованность платонизма Гёделя в философии математики, определяется тем, что трудно создать исключительно рациональный образ концепции обоснования математики, хотя, с точки зрения философии Гёделя, рационализм как метод мышления не требует дополнительной аргументации в его пользу.

Можно резюмировать, что вера Гёделя в то, что континуум-гипотеза либо истинна, либо ложна, вне зависимости от того, способны ли математики доказать ее или опровергнуть, позволяет причислить его к приверженцам платоновской идеи в математике. Как можно осмыслить вопрос о том, какая из двух аксиоматических математических теорий – аксиомы Цермело–Френкеля плюс континуум-гипотеза или те же аксиомы плюс отрицание континуум-гипотезы – является истинной? Признание истинности обеих теорий вызывает сомнение в объективности математики и математического платонизма. Выход из ситуации можно найти в расширительном платонистском понимании сферы потенциально осуществимых сущностей. В решении дилеммы определенный интерес, по мнению В. В. Целищева, представляет радикальный вид платонизма, так называемый «полнокровный платонизм». «Наша интуиция множества "схвачена" в различных формальных системах, и вполне возможно, что постановка вопросов, скажем, о континуум-гипотезе требует существенно нового понятия множества, точнее новых теоретико-множественных аксиом, которые позволили бы устранить кажущуюся парадоксальность существования некатегоричных интерпретаций понятия множества» [13, с. 24]. Суть сказанного состоит в том, что при такой постановке вопроса континуум-гипотеза может быть истинной в одних моделях и ложной в других, а при допущении неразрешимых утверждений полнокровный платонизм согласуется с математической практикой.

Хотя полнокровный платонизм не заостряет проблему об априорных истинах, априоризм предполагает существование независимого от внешнего опыта источника знания, то есть то, что как раз демонстрирует умеренный платонизм, а именно, что математика представляет также и априорное знание. Обратим внимание на еще один аспект уместности платонистских воззрений, связанный с выявлением неявных предпосылок в математике. Вся история становления математики показывает, что в ее развитии очевидна тенденция к устранению неявных посылок интуитивных аспектов мышления, используемых в доказательствах математических утверждений, так как использование таких посылок не гарантирует строгости математического доказательства с формальной точки зрения. Например, философ математики Л. Б. Султанова считает: «В основе такого представления о познании лежит платоновская идея о том, что знание – это припоминание того, что уже содержится в мышлении, но неосознанно, неявно. Очевидно, что с платоновской философией концепция неявного знания вполне согласуется» [14, с. 107]. Это еще один веский аргумент в пользу уместности платонистской компоненты в философии современной математики.

3. Заключение

О существовании платоновского математического мира говорит хорошо известный физик, математик и философ Роджер Пенроуз, который считает, что точка зрения Платона обладает огромной научной ценностью [15]. Он обосновывает это тем, что Платон проводит четкое разделение между точными математическими объектами и теми приближениями, что мы наблюдаем в физическом мире вокруг нас. К тезису о «стихийной платонической вере математиков» иногда приводится контраргумент, согласно которому никто пока не поводил статистических исследований по этому поводу. Возможно, это справедливо только для тех математиков, которые уже высказали свое мнение, но большинство из них все же не высказывалось. На это можно резонно возразить, что не было никаких социологических или статистических исследований среди работающих математиков и по другим направлениям в философии математики. Однако математика основывается на платонистской вере в том смысле, что математики не знают, рассуждают они верно или нет, но верят в то, что они делают это верно и движутся в нужном и правильном направлении исследований.

Об этой вере говорит и «онтологический платонизм», в котором приравнивается роль абстрактных математических объектов роли физических объектов. Выделяют также «эпистемологический платонизм», в основе которого лежит представление о том, как познаются абстрактные объекты математики. Есть еще и так называемый «методологический платонизм», для которого характерно широкое использование таких неконструктивных математических методов, как закона исключенного третьего. «В начале XXI в. нам также трудно обойтись без Платона, как и в XIX или XX столетиях. <…> Удивительно, но факт: Платон из своего IV в. до н. э. контролирует и наше время, точно так же, как он контролировал все предшествующие нам века» [16, с. 10]. Можно вспомнить высказывание А. Н. Уайтхеда, что «вся западная философия есть комментарий к Платону». Если стать на точку зрения, согласно которой существовать в математике, значит быть свободным от противоречий, то можно предположить, что разрешение проблем, связанных с платонистским существованием, состоит в его «полной либерализации», преодолевающей трудности обоснования математики. Суть платонистской составляющей философии математики состоит еще в том, что именно в математической объективности и истинности заключается главный смысл этой философской концепции, которую каждый открывает для себя в соответствии со своими умственными и душевными силами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Платон. Тимей // *Сочинения в трех томах.* М.: Мысль, **1973.** Том 3. Часть 1. С. 455–541.
2. Patnam H. What is mathematical truth? // *New Directions in the Philosophy of Mathematics: An Anthology.* Prinstone: Princeton University Press, **1998.** P. 50–65.
3. Целищев В. В. Математический платонизм // *Scholae. Философское антиковедение и классическая традиция.* **2014.** Т. 8. №2. С. 492–504.
4. Вечтомов Е. М. *Метафизика математики.* Киров: Изд-во Вятского государственного гуманитарного университета, **2006.** 508 с.
5. Непейвода Н. Н. *Прикладная логика.* Новосибирск: Изд-во Новосибирского государственного университета, **2000.** 521 с.

6. Мороз В. В. Диалектика взаимосвязи философии и математики в учении Платона // *Ученые записки. Электронный научный журнал Курского государственного университета.* **2014.** №2. С. 25–32.
7. Перминов В. Я. Идея абсолютного обоснования математики с точки зрения теории познания // *Историко-математические исследования. Вторая серия.* **2005.** Вып. 10. С. 280–299.
8. Панфилов В. А. Философские проблемы математики в учении Платона как основа метафизики гуманитарного знания и духовного творчества // *Вісник Дніпропетровського університету. Серія «Історія і філософія науки і техніки».* **2009.** №1/2. Вип. 17. С. 3–17.
9. Манин Ю. И. Математика как профессия и призвание // *Математика как метафора.* М.: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, **2008.** С. 125–133.
10. Бернайс П. О платонизме в математике // *Платон-математик.* М.: Голос, **2011.** С. 259–275.
11. Гёдель К. Расселовская математическая логика // Рассел Б. *Введение в математическую философию.* М.: Гнозис, **1996.** С. 205–232.
12. Егорычев И. Э. Природа математического у Платона // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Философские науки».* **2012.** №4. С. 61–66.
13. Целищев В. В. Математика как представление знания при расширительном понимании платонизма // *Философия науки.* **2011.** №3. С. 16–36.
14. Султанова Л. Б. Роль неявных предпосылок в историческом обосновании математического знания // *Вопросы философии.* **2004.** №4. С. 102–115.
15. Пенроуз Р. *Тени разума: в поисках науки о сознании.* Москва: Институт компьютерных исследований, **2005.** 688 с.
16. Карабущенко П. Л. Платон и платонизм начала XXI в. // *Гуманитарные исследования.* **2005.** №3. С. 10–15.

Поступила в редакцию 15.12.2014 г.

DOI: 10.15643/libartrus-2014.6.5

Philosophy and Mathematics in the Teaching of Plato: the Development of Idea and Modernity

© N. V. Mikhailova

Minsk State Higher Radioengineering College
62 Nezavisimosti Ave., 220005 Minsk, Belarus.

Phone: 8 (017) 331 89 45.
Email: michailova_mshrc@mail.ru

It is well known that the largest philosophers differently explain the origin of mathematics. This question was investigated in antiquity, a substantial and decisive role in this respect was played by the Platonic doctrine. Therefore, discussing this issue the problem of interaction of philosophy and mathematics in the teachings of Plato should be taken into consideration. Many mathematicians believe that abstract mathematical objects belong in a certain sense to the world of ideas and that consistency of objects and theories really describes mathematical reality, as Plato quite clearly expressed his views on math, according to which mathematical concepts objectively exist as distinct entities between the world of ideas and the world of material things. In the context of foundations of mathematics, so called "Gödel's Platonism" is of particular interest. It is shown in the article how Platonic objectification of mathematical concepts contributes to the development of modern mathematics by revealing philosophical understanding of the nature of abstraction. To substantiate his point of view, the author draws the works of contemporary experts in the field of philosophy of mathematics.

Keywords: *philosophy of mathematics, teaching of Plato, Platonism.*

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at edit@libartrus.com if you need translation of the article.

Please, cite the article: Mikhailova N. V. Philosophy and Mathematics in the Teaching of Plato: the Development of Idea and Modernity // *Liberal Arts in Russia*. **2014**. Vol. 3. No. 6. Pp. 468–479.

REFERENCES

1. Platon. *Timei Sochineniya v trekh tomakh.* Moscow: Mysl', **1973.** Tom 3. Chast' 1. Pp. 455–541.
2. Patnam H. *New Directions in the Philosophy of Mathematics: An Anthology.* Prinstone: Princeton University Press, **1998.** Pp. 50–65.
3. Tselishchev V. V. Scholae. *Filosofskoe antikovedenie i klassicheskaya traditsiya.* **2014.** Vol. 8. No. 2. Pp. 492–504.
4. Vechtomov E. M. *Metafizika matematiki [Metaphysics of Mathematics].* Kirov: Izd-vo Vyat-skogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta, **2006.**
5. Nepeivoda N. N. *Prikladnaya logika [Applied Logic].* Novosibirsk: Izd-vo Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta, **2000.**
6. Moroz V. V. *Uchenye zapiski. Elektronnyi nauchnyi zhurnal Kurskogo gosudarstvennogo universiteta.* **2014.** No. 2. Pp. 25–32.
7. Perminov V. Ya. *Istoriko-matematicheskie issledovaniya. Vtoraya seriya.* **2005.** No. 10. Pp. 280–299.
8. Panfilov V. A. *Vicnik Dnipropetrovs'kogo universitetu. Seriya «Istoriya i filosofiya nauki i tekhniki».* **2009.** No. 1/2. Vip. 17. Pp. 3–17.

9. Manin Yu. I. *Matematika kak metafora.* Moscow: Izd-vo Moskovskogo tsentra nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya, **2008.** Pp. 125–133.
10. Bernais P. *Platon-matematik.* Moscow: Golos, **2011.** Pp. 259–275.
11. Gedel' K. Rassel B. *Vvedenie v matematicheskuyu filosofiyu.* Moscow: Gnozis, **1996.** Pp. 205–232.
12. Egorychev I. E. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya «Filosofskie nauki».* **2012.** No. 4. Pp. 61–66.
13. Tselishchev V. V. *Filosofiya nauki.* **2011.** No. 3. Pp. 16–36.
14. Sultanova L. B. *Voprosy filosofii.* **2004.** No. 4. Pp. 102–115.
15. Penrouz R. *Teni razuma: v poiskakh nauki o soznanii [Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness].* Moskva: Institut komp'yuternykh issledovanii, **2005.**
16. Karabushchenko P. L. *Gumanitarnye issledovaniya.* **2005.** No. 3. Pp. 10–15.

Received 15.12.2014.