Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

В. И. Кириллов

КВАЛИМЕТРИЯ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

В 2-х частях

Часть 1

*Рекомендовано УМО вузов Республики Беларусь
по образованию в области информатики и радиоэлектроники
в качестве учебно-методического пособия
для студентов учреждений, обеспечивающих получение
высшего образования по специальности
«Метрологическое обеспечение информационных
систем и сетей»*

Минск БГУИР 2009

УДК 658.56+519.81
ББК 65.290-2я73+65.050.03
К43

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра основ научных исследований и проектирования
Белорусского государственного аграрно-технического университета;

канд. техн. наук, профессор Военной академии Республики Беларусь
В. М. Калинин

Кириллов, В. И.

К43 Квалиметрия и системный анализ. Лабораторный практикум : учеб.-метод. пособие для студ. спец. 1-54 01 04 «Метрологическое обеспечение информационных систем и сетей» днев. формы обуч. В 2 ч. Ч.1 / В. И. Кириллов. – Минск : БГУИР, 2009. – 72 с.

ISBN 978-985-488-396-0 (ч.1)

Лабораторный практикум состоит из двух частей и охватывает широкий круг вопросов, связанных с практической деятельностью инженера-метролога по установлению количественной оценки качества разнообразных видов продукции, процессов, систем и т.п.

В ч.1 практикума, включающей три лабораторные работы, описаны способы количественной оценки качества, использующие только субъективные экспертные показания, и методы решения квалиметрических задач в условиях вероятностной неопределенности единичных и групповых показателей качества.

УДК 658.56+519.81
ББК 65.290-2я73+65.050.03

ISBN 978-985-488-396-0 (ч.1)
ISBN 978-985-488-397-7

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Учебная дисциплина «Квалиметрия и системный анализ» относится к числу дисциплин, составляющих фундамент инженерной подготовки по специальности «Метрологическое обеспечение информационных систем и сетей». Целью изучения дисциплины является освоение новой методологии моделирования и оптимизации в области измерения и управления качеством различных объектов (продукции, систем, процессов, технических проектов и т. п.).

Данный лабораторный практикум позволяет студентам ознакомиться с основными видами квалиметрической деятельности, встречающимися на практике. В ходе каждой лабораторной работы, которая проводится как деловая игра, студенты решают учебную задачу (или задачи), подобные реальным производственным задачам. Для ускорения различного рода вычислительных и оформительских процедур в лабораторных работах широко использованы средства компьютерной поддержки принятия решений. С их помощью легко решаются, например, проблемы оценки физически неизмеряемых эстетических и эргономических показателей различного рода продукции (на экране компьютера дается цветная цифровая фотография продукции в соответствующем масштабе и ракурсе), быстро рассчитываются громоздкие оценки согласованности экспертных решений в группе и попарно, определяются «грубые» ошибки экспертизы, средние групповые оценки и т.п. При комплексировании нескольких разнородных показателей качества компьютерная поддержка позволяет быстро определять обобщенный уровень качества продукции в рамках той или иной математической модели комплексирования и при использовании различных измерительных шкал. Наконец, системы компьютерной поддержки незаменимы в тех случаях, когда задачу принятия квалиметрического решения можно привести к формализованной форме и уже в таком виде, используя стандартизованные методы математического программирования, осуществить структурную и параметрическую оптимизацию решаемой задачи.

В комплексе лабораторных работ использованы как типовые программные продукты (например Microsoft Excel), так и нестандартные, многие из которых созданы непосредственно студентами. Подобные задачи могут быть как детерминированными, так и выполняемыми в условиях неопределенности и риска.

Каждая лабораторная работа сопровождается соответствующим документом – описанием лабораторной работы, в котором указываются цели и задачи работы, основные теоретические положения, конкретное содержание и порядок выполнения работы с указанием всех промежуточных процедур, включая в том числе и содержание итогового отчета по работе. Для ускорения оформления отчета студенты имеют возможность скопировать промежуточные таблицы и расчетные формулы, заложенные в программном обеспечении лабораторной работы, непосредственно из компьютера.

Для индивидуализации лабораторных работ в каждой из них предусмотрен выбор или одного из нескольких разных типов бытовой электроаппаратуры (например, пылесосы, утюги, электрочайники, телефоны и т.п.) при изучении процедур групповой экспертизы, или одной из различных производственных задач, требующих использования процедур оптимизации. В последнем случае в описании лабораторной работы в качестве приложения приведен перечень подобных задач. Как правило, каждой бригаде студентов из двух человек заранее назначаются 3-4 производственные задачи разного характера (однокритериальной оптимизации, «транспортная», задача «о назначениях» и т.п.), для решения которых они в ходе домашней самостоятельной работы готовят необходимый формальный математический материал.

Практикум издается в двух частях. В первой части приведены описания трех лабораторных работ.

В постановке компьютеризованных лабораторных работ по дисциплине «Квалиметрия и системный анализ», в ходе их отладки, совершенствовании и модернизации большую помощь автору оказывали многие сотрудники и студенты специальности «Метрология, стандартизация и сертификация (информатика, радиоэлектроника и связь)». Среди них в первую очередь хотелось бы поблагодарить сотрудников БГУИР С. П. Урбановича, А. А. Ждановича и Н. Б. Аношенко, а также инженеров кафедры метрологии и стандартизации БГУИР А. Е. Апарину и М. М. Касперович.

При экспертизе материалов учебно-методического пособия рецензентами: кафедрой «Основы научных исследований и проектирования» Белорусского государственного аграрного технического университета (зав. кафедрой – доцент В. Б. Ловкис) и профессором кафедры связи Военной академии Республики Беларусь В. М. Калининым – был высказан ряд полезных замечаний и предложений, которые автор с благодарностью учел.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО УРОВНЯ КАЧЕСТВА ОБРАЗЦОВ ОДНОРОДНОЙ ПРОДУКЦИИ МЕТОДОМ ГРУППОВОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ

1.1 Цель работы:

– изучить особенности использования групповой экспертизы при оценке относительного уровня качества образцов однородной продукции;

– провести групповую экспертизу для заданных видов образцов однородной продукции, определить лучший образец, оценить согласованность экспертных оценок.

1.2 Основные теоретические положения

1.2.1 Общие сведения

На практике часто приходится решать задачу выбора одного или нескольких видов продукции (проектов, технологий, систем и т.п.), которые лучше других среди достаточно большого множества видов продукции того же типа (эту совокупность видов называют однородной продукцией). Если для каждого вида продукции $П_s$, s = 1, 2,…, M, известно свое множество единичных показателей качества $\{P_s\} = (P_{1s}, P_{2s},\ldots, P_{ns})$, где n – число показателей качества, то предварительный отбор можно осуществить по правилу абсолютного предпочтения (правило Парето): продукция $П_i$ безусловно лучше $П_j$, если все единичные показатели i-й продукции лучше, чем j-й, т. е. $P_{1i} \geq P_{1j}$, $P_{2i} \geq P_{2j},\ldots$, $P_{ni} \geq P_{nj}$ (здесь знак «>» имеет смысл предпочтения).

Однако если хотя бы по одному показателю продукция $П_i$ оказывается хуже, чем $П_j$, то правило Парето оказывается бессильным. Оно также не применимо, если единичные показатели качества не могут быть оценены (измерены) каким-либо объективным физическим методом (например, по цвету, вкусу, запаху, дизайну и т. п.),

В этих случаях единственным методом решения задачи выбора является **экспертный**. Для уменьшения степени риска там, где это возможно, прибегают к групповой экспертизе, подбирая группу из N экспертов, которые обладают достаточной квалификацией и опытом при оценке определенного вида продукции. В отдельных случаях решение принимает один эксперт (лицо, принимающее решение – ЛПР), который и берет на себя всю ответственность за неверно принятое решение.

При экспертизе, так же как и при обычном измерении, производится сравнение нескольких видов продукции с каким-то одним видом, принятым за базу сравнения, или же просто друг с другом. Результат измерения (экспертизы) может заключаться, например, в простом упорядочивании видов продукции между собой по их качеству, когда эксперты приходят к выводу, что, например, продукция $П_i$ лучше по качеству, чем $П_j$, а в свою очередь $П_j$ лучше, чем $П_k$, и т.д. Условно это можно изобразить в виде системы неравенств: $П_i > П_j$; $П_j > П_k$ и т.д. При этом очевидно, что и $П_i > П_k$. Результаты экспертизы для группы из М видов продукции удобно формализовать следующим образом: виду продукции, который имеет наилучшее качество в группе, присваивают ранг (число) М, виду продукции с наихудшим качеством – ранг (число) 1, а всем остальным видам – соответствующие ранги (целые числа) в интервале от 1 до М. Такой результат экспертизы называют **ранжированием**, или **измерением по шкале порядка**.

Ранжирование является наиболее простой процедурой при экспертизе качества и зачастую окончательной. Ее недостатком является то, что результат экспертизы не позволяет установить, на сколько качество одного вида продукции лучше, чем другого (поскольку разница по качеству между продуктами, имеющими присвоенные ранги R, R−1, R+1, $R \in \overline{1,M}$, может существенно различаться). Тем более ранжирование не позволяет ответить на вопрос: во сколько раз отличаются по качеству любые два продукта в группе из М продуктов. В тех случаях, когда не обойтись без ответа на вопрос: на сколько или во сколько раз отличаются по качеству рассматриваемые виды продукции, – приходится значительно усложнять процедуру экспертизы.

В настоящей лабораторной работе будут в основном рассмотрены только процедуры экспертного ранжирования.

Алгоритм экспертного ранжирования видов продукции по качеству предполагает следующие этапы:

1 Выбор наиболее важных единичных (или квазипростых) показателей качества, число которых не превосходит К = 7…10 (при большем числе эксперт затрудняется в оценках).

2 Индивидуальное (поэкспертное) и групповое ранжирование выбранных показателей качества по их важности (весомости).

3 Индивидуальное и групповое ранжирование видов продукции.

На всех указанных этапах производится оценка согласованности мнений экспертов и при необходимости «отбрасывание» грубых ошибок.

1.2.2 Определение рангов единичных показателей

Совокупность учитываемых показателей качества видов продукции (проектов, решений и т.п.) характеризуется списком показателей $\{P_1, P_2,\ldots, P_n\}$, где, как правило, n > 10. Для экспертов необходим окончательный список $\{P_1, P_2,\ldots, P_K\}$, где $K \le 7\ldots10$, так как при большом числе разнородных показателей эксперт затрудняется принять решение о предпочтении одного вида продукции другому.

Получив список показателей, каждый эксперт заполняет таблицу попарного предпочтения (таблица 1.1), в клетках которой проставляются коэффициенты предпочтения δ_{ij}, выбираемые по определенному правилу. Наиболее просты правила для так называемой дихотомической (двухуровневой) шкалы:

δ_{ij} = 1, 0, если показатель P_i важнее, чем показатель P_j, ($P_i > P_j$);

δ_{ij} = 0 – в противоположном случае ($P_i \leq P_j$).

Для этой шкалы обычно принимают, что δ_{ij} = 0 – при равенстве показателей по важности и, следовательно, δ_{ii} = 0.

Часто используют трехуровневую шкалу, как в спорте:

δ_{ij} = 1, 0, если $P_i > P_j$; δ_{ij} = 0,5, если $P_i = P_j$; δ_{ij} = 0, если $P_i < P_j$.

Далее производится обработка таблиц для каждого р-го эксперта, $\mathrm{p} \in [1, \mathrm{N}]$, где N – число экспертов в группе; при этом сначала складывают все коэффициенты по строке и находят суммарный показатель Q_i для показателя P_i по формуле

$$Q_{ip} = \sum_{j=1}^{n} d_{ij}. \tag{1.1}$$

Окончательное решение о значимости показателя принимают по правилу: P_i более важен, чем P_j ($P_i > P_j$), если $Q_i > Q_j$ (см. таблицу 1.1).

Таблица 1.1 – Попарное предпочтение р-го эксперта

	P_1	P_2	…	P_n	Q_{ip}	R_{ip}
P_1	δ_{11}	δ_{12}	…	δ_{1n}	Q_{1p}	R_{1p}
P_2	δ_{21}	δ_{22}	…	δ_{2n}	Q_{2p}	R_{1p}
…	…	…	…	…	…	…
P_n	δ_{n1}	δ_{n2}	…	δ_{nn}	Q_{np}	R_{np}

В списке показателей каждый эксперт оставляет то заданное число показателей К из n, для которых значение Q_i максимально. Усеченный до К список показателей эксперты еще раз согласовывают между собой, чтобы не было ошибки. В случае спорных решений целесообразно найти усредненные по группе экспертов оценки $Q_{i\,ср}$ для каждого показателя P_i. Здесь

$$Q_{i\,ср} = \overline{Q}_i = \sum_{p=1}^{N} Q_{ip} / N; \; p \in \overline{1, N}, \tag{1.2}$$

где Q_{ip} – оценка показателя P_i, данная р-м экспертом.

Усечение числа показателей от n до К производят в зависимости от величины $Q_{i\,ср}$.

Далее в выбранном (усеченном) множестве из К показателей каждый эксперт проводит ранжирование показателей, присваивая каждому показателю соответствующий ранг – целое число R в интервале от 1 до К. При этом значение R = К присваивается тому показателю P_i, для которого величина Q_i максимальна, и значение R = 1 – показателю P_j, для которого Q_j минимальна. Результаты ранжирования показателей всех экспертов сводят в таблицу 1.2, где коэффициент R_{ip} имеет смысл ранга показателя P_i, который дает p-й эксперт (см. таблицу 1.1).

Затем проводится усреднение мнений экспертов путем подсчета по каждому показателю P_i усредненного ранга по формуле

$$R_{i\,cp} = \overline{R}_i = \sum\nolimits_{p=1}^{N} R_{ip}/N, \quad p \in \overline{1, N}. \tag{1.3}$$

Окончательное ранжирование показателей, т. е. присвоение показателю P_i ранга R_i ($1 \le R_i \le K$), выполняется в зависимости от значения $R_{i\,cp}$: показателю P_i присваивается ранг К, если $R_{i\,cp}$ – максимален, и ранг 1, если $R_{i\,cp}$ – минимален.

Таблица 1.2 – Экспертные ранги показателей качества

Показатели / Эксперты	P_1	P_2	…	P_k
Эксперт 1	R_{11}	R_{21}	…	R_{k1}
Эксперт 2	R_{12}	R_{22}	…	R_{k2}
…	…	…	…	…
Эксперт N	R_{1N}	R_{2N}	…	R_{kN}
$R_{i\,cp}$				
R_i				
α_i				
σ_i				
$\lvert R_{ip}-R_{i\,cp}\rvert$ и $3\sigma_i$ (а)				
$\lvert R_{ip}-R_{i\,cp}\rvert$ и $3\sigma_i$ (б)				

Иногда целесообразно объединить этапы ранжирования, т. е. сначала заполнить таблицу 1.2 для n исходных показателей качества ($n > K$), а затем по результатам расчета $R_{i\,cp}$ оставить К важнейших показателей и их ранжировать от 1 до К.

При строгом ранжировании не допускается, чтобы два показателя (продукта, проекта и т.п.) имели одинаковый ранг. В частности, если по результатам расчёта по формуле (1.3) окажется, что $R_{i\,cp} = R_{j\,cp}$, то следует проверить выполнение условия $Q_{i\,cp} \neq Q_{j\,cp}$, где $Q_{j\,cp}$ определяется из (1.2). Если $Q_{i\,cp} > Q_{j\,cp}$, то принимается решение $R_i > R_j$, в противном случае – наоборот. В случае если и проверка по $Q_{i\,cp}$ и $Q_{j\,cp}$ не выявляет предпочтений, переходят к следующему этапу уточнения, а именно, сравнивают результаты попарных предпочтений i-го и j-го показателя между собой по всем экспертам по формуле

$$L_{ij\,cp} = \sum\nolimits_{p=1}^{N} d_{ij\,p}/N; \quad L_{ji\,cp} = \sum\nolimits_{p=1}^{N} d_{ji\,p}/N, \tag{1.3,а}$$

где значения d_{ijp} и $d_{ji\,p}$ берутся из таблиц типа таблицы 1.1.

Если $L_{ij\,cp} > L_{ji\,cp}$, то принимают $R_i > R_j$.

В ситуации, когда и по (1.3,а) нельзя принять формализованное решение, приходится прибегать к обсуждению ситуации в группе экспертов и договорному принятию решения ($R_i > R_j$ или $R_j > R_i$).

Кроме ранговой оценки для характеристики важности (весомости) i-го показателя применяют коэффициент весомости, определяемый из выражения

$$a_i = R_{i\,cp} \Big/ \sum_{i=1}^{K} R_{i\,cp} = \sum_{p=1}^{N} R_{ip} \Big/ \sum_{p=1}^{N}\sum_{i=1}^{K} R_{ip} = \sum_{p=1}^{N} R_{ip} \Big/ \frac{N(K+1)K}{2} = R_{i\,cp}/0{,}5K(K+1), \quad (1.4)$$

$$i \in \overline{1,K}, \quad p \in \overline{1,N},$$

где значения R_{ip} берут из таблицы 1.2.

Более точный расчет величины α_i получается, если вместо ранга R_{ip} подставлять соответствующую ему величину Q_{ip} из таблицы 1.1.

Показатель P_i считается более важным, чем P_j, если $\alpha_i > \alpha_j$.

Далее необходимо принять коллегиальное решение о ранжировании нескольких типов (видов) продукции между собой по совокупности выбранных показателей качества. Эта задача имеет несколько вариантов решения, которые зависят от вида показателей качества, информированности и квалификации экспертов, однородности состава экспертной группы и т.д. В данной лабораторной работе рассмотрим более подробно один из возможных вариантов.

1.2.3 Определение рангов видов продукции

Здесь каждый p-й эксперт ($p \in \overline{1,N}$) на основании имеющихся значений отдельных показателей качества P_{is} для s-го вида продукции, где $i \in \overline{1,K}$, $s \in \overline{1,M}$, K – число показателей, M – число сравниваемых видов продукции, а также известных (по предыдущим расчетам) значений рангов важности каждого показателя, способен принять решение: является ли s-й продукт Π_s лучшим (или худшим), чем r-й продукт Π_r (здесь $s, r \in \overline{1,M}$). В этом случае эксперт проводит ранжирование видов продукции по вышеприведенной методике и заполняет свою строку в таблице 1.3, которая аналогична таблице 1.2.

Далее подсчитывается усредненный (по всем экспертам) ранг каждого s-го типа продукции:

$$R_{s\,cp} = \overline{R}_s = \sum\nolimits_{p=1}^{N} R_{sp}/N, \; s \in \overline{1,M}. \quad (1.5)$$

Таблица 1.3 – Экспертные ранги видов продукции

N продукции	$П_1$	$П_2$	…	$П_M$
Эксперт 1	R_{11}	R_{21}	…	R_{M1}
Эксперт 2	R_{12}	R_{22}	…	R_{M2}
…	…	…	…	…
Эксперт N	R_{1N}	R_{2N}	…	R_{MN}
$R_{S\ ср}$				
R_S				

По величине $R_{S\ ср}$ проводится ранжирование. Продукт $П_S$, у которого величина $R_{S\ ср}$ максимальна, получает ранг M и является лучшим; продукт $П_r$, у которого величина $R_{r\ ср}$ минимальна, получает ранг 1, и он является худшим в рассматриваемой группе продукции.

В случае когда по результатам (1.5) не удаётся выявить предпочтений между несколькими видами продукции, необходимо прибегнуть к дополнительным расчётам по формулам типа (1.2) и (1.3,а).

1.2.4 Проверка согласованности экспертных оценок

Поскольку усредненное решение экспертов является окончательным, важно знать, насколько оно единодушно. Согласованность мнений экспертов можно проверить отдельно по каждому виду продукции (и аналогично по каждому единичному показателю), но можно и интегрально, по окончательному результату ранжирования.

В первом случае определяют среднеквадратическое отклонение результатов экспертных оценок (по каждому показателю – σ_i и каждому продукту – σ_S), используя таблицы 1.2, 1.3 и выражения

$$\sigma_i = \left\{\sum_{p=1}^{N}(R_{ip} - R_{i\ ср})^2/(N-1)\right\}^{0,5},\ \ i \in \overline{1,K};$$
$$\sigma_s = \left\{\sum_{p=1}^{N}(R_{sp} - R_{s\ ср})^2/(N-1)\right\}^{0,5},\ \ s \in \overline{1,M}. \qquad (1.6)$$

Затем убеждаются, что для всех экспертов выполняются условия

$$\left|R_{ip} - R_{i\ ср}\right| \le 3s_i,\ \ i \in \overline{1,K};\ \ p \in \overline{1,N};$$
$$\left|R_{sp} - R_{s\ ср}\right| \le 3s_s,\ \ s \in \overline{1,M};\ \ p \in \overline{1,N}. \qquad (1.7)$$

Если это не так, определяется p-й эксперт, допустивший «грубые» ошибки по какому-либо показателю или продукту. Эти ошибки обсуждаются в группе экспертов, а затем снова проводится ранжирование. В определенных случаях отдельных экспертов приходится отстранять от экспертизы.

Более точные результаты согласованности экспертных оценок можно получить, если вместо рангов (R_{ip}, R_{Sp}, $R_{i\ ср}$ и $R_{S\ ср}$) использовать величины Q_{ip} (Q_{Sp}) и $Q_{i\ ср}$ ($Q_{S\ ср}$), которые рассчитываются по (1.1), (1.2) на основании таблицы 1.1 (и ей подобных для видов продукции). Тогда вместо (1.6) получим

$$\begin{cases} \Delta_i = \left\{ \sum_{p=1}^{N} (Q_{ip} - Q_{i\,\text{ср}})^2/(N-1) \right\}^{0,5}; \quad i \in \overline{1,K}; \\ \Delta_s = \left\{ \sum_{p=1}^{N} (Q_{sp} - Q_{s\,\text{ср}})^2/(N-1) \right\}^{0,5}; \quad s \in \overline{1,M}. \end{cases} \tag{1.6,а}$$

Условия отсутствия грубых ошибок p-эксперта записываются в виде

$$\begin{cases} \left| Q_{ip} - Q_{i\,\text{ср}} \right| \le 3\Delta_i, \; i \in \overline{1,K}; p \in \overline{1,N}; \\ \left| Q_{sp} - Q_{s\,\text{ср}} \right| \le 3 \;\;{}_s, \; s \in \overline{1,M}; p \in \overline{1,N}. \end{cases} \tag{1.7,а}$$

Согласованность групповой экспертной оценки определения ранга **для каждого i-го показателя (s-го продукта)** определяют на основании (1.6), (1.7) или (1.6,а), (1.7,а) с помощью **коэффициента вариации**:

$$d_i = s_i/R_{i\,\text{ср}}; \quad d_s = s_s/R_{s\,\text{ср}} \text{ или } d_i = \Delta_i/Q_{i\,\text{ср}}; \quad d_s = \Delta_s/Q_{s\,\text{ср}}.$$

Эмпирически согласованность экспертных оценок считается высокой, если $\delta_i \le 0{,}1$; выше средней – $0{,}1 < \delta_i < 0{,}2$; средней – $0{,}2 < \delta_i < 0{,}3$; ниже средней – $0{,}3 < \delta_i < 0{,}5$; низкой, если $\delta_i > 0{,}5$.

Интегральная согласованность оценок экспертов при строгом ранжировании показателей качества и/или типов продукции определяется с помощью **коэффициента конкордации – W** (concordance – согласие).

Для показателей (Р):

$$W_P = \frac{12}{N^2(K^3 - K)} \sum_{i=1}^{K} \left(\sum_{p=1}^{N} R_{ip} - \frac{N(K+1)}{2} \right)^2, \; i \in \overline{1,K}, \; p \in \overline{1,N}; \tag{1.8}$$

для типов продукции (П):

$$W_П = \frac{12}{N^2(M^3 - M)} \sum_{s=1}^{M} \left(\sum_{p=1}^{N} R_{sp} - \frac{N(M+1)}{2} \right)^2, \quad s \in \overline{1,M}, \; p \in \overline{1,N}. \tag{1.9}$$

Интегральная согласованность мнений экспертов считается отличной при $W > 0{,}7$; хорошей, если $W > 0{,}5$; удовлетворительной, если $0{,}2 \le W \le 0{,}4$, и, наконец, неудовлетворительной при $W < 0{,}2$.

Попарная согласованность ранжировок (двух экспертов между собой) при строгом ранжировании определяется **коэффициентом ранговой корреляции** ρ (коэффициентом Спирмена – по фамилии автора):

$$r = 1 - \frac{6}{m(m^2 - 1)} \sum_{i=1}^{m} (R_{i1} - R_{i2})^2, \tag{1.10}$$

где m – число ранжируемых характеристик (показателей, видов продукции).

При нестрогой ранжировке допускается присваивать некоторым элементам в ранжируемой группе одинаковые ранги. Чтобы сохранить преемственность с оценками, полученными при строгом ранжировании, каждому продукту (показателю), который в группе из t одинаковых по предпочтению продуктов разделяет ранги с i-го по (i + t – 1)-й ранг, присваивается одинаковый ранг, равный среднеарифметическому $R_i = \left[i + (i+1) + ... + (i + t - 1) \right] / t$.

В этом случае коэффициент ранговой корреляции Спирмена вычисляют по формуле

$$r^* = (r + S_1 + S_2)/\sqrt{(1 - S_1)(1 - S_2)}, \qquad (1.11)$$

где ρ определяют непосредственно по (1.10);

$$S_1 = \frac{3}{m(m^2-1)} \sum_{j=1}^{T_1} t_j(t_j - 1), \quad S_2 = \frac{3}{m(m^2-1)} \sum_{j=1}^{T_2} t_j(t_j - 1), \qquad (1.12)$$

где T_1 и T_2 – число различных групп нестрогих рангов в первой и второй ранжировках (первого и второго эксперта) соответственно;

t_j – число одинаковых рангов в j-й группе.

На практике попарная согласованность ранжировок любых двух экспертов в группе считается удовлетворительной при ρ (или ρ*) > 0,8.

Для **нестрогих ранжировок** в группе из N экспертов, оценивающих M объектов, коэффициент конкордации Кендалла W* рассчитывается по формуле

$$W^* = W / \left(1 - \sum_{p=1}^{N} S_p / N(M^3 - M)\right), \qquad (1.13)$$

где W определяют для строгой ранжировки, например по (1.9);

$$S_p = \sum_{j=1}^{T_p} (t_j^3 - t_j); \; p \in \overline{1, N}, \qquad (1.14)$$

при этом T_p – число различных групп нестрогих рангов в ранжировке p-го эксперта, а t_j – число одинаковых рангов в каждой j-й группе, $j \in \overline{1, T_p}$.

1.2.5 Оценка относительного уровня качества продукции

Ранжирование видов продукции, проведенное выше, представляет собой измерение по шкале порядка. Оно позволяет ответить на вопрос: какое место по качеству занимает тот или иной вид продукции среди ряда других. Во многих случаях интересно знать, во сколько раз качество одного вида продукции лучше (хуже) другого. Это важно, например, при назначении цены продукции. При использовании экспертных методов эта задача может быть решена разными способами. Наиболее простой осуществляется переходом к шкале отношений по следующему правилу (рисунок 1.1).

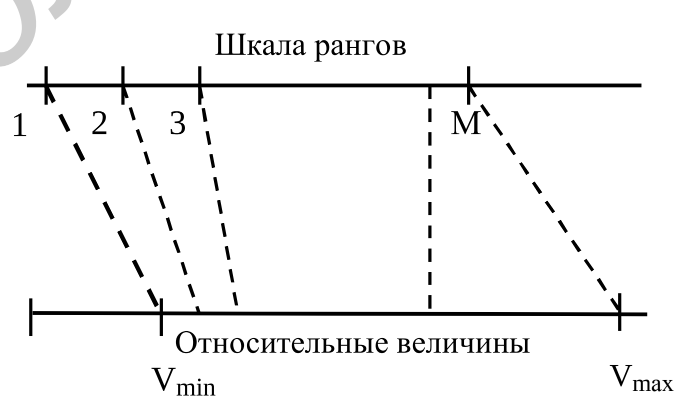


Рисунок 1.1 – Правило перехода к шкале отношений

Каждый эксперт, имея собственную таблицу рангов продукции (см. таблицу 1.3), ставит ей в соответствие некоторый набор чисел V_{sp} ($s=\overline{1,M}$; $p=\overline{1,N}$), отношение между которыми правильно, на взгляд эксперта, отражает отношение между качеством анализируемых продуктов. Очевидно, максимальному рангу М соответствует максимальное число V_{max}, минимальному рангу 1 – минимальное число V_{min}. Для удобства дальнейших вычислений по договоренности принимают $V_{max}=10^к$, где к = 0, 1, 2,…, а $V_{min} \geq 0$. Располагая таблицами значений V_{sp} для каждого эксперта, далее определяют среднее значение численной оценки $V_{s\,ср}$ и среднеквадратическое отклонение оценки σV_s:

$$V_{s\,ср} = \overline{V}_s = \sum_{p=1}^{N} V_{sp} \Big/ N \quad (1.15); \quad s\,V_s = \left\{ \sum_{p=1}^{N} \left(V_{sp} - V_{s\,ср}\right)^2 \Big/ (N-1) \right\}^{0,5}. \quad (1.16)$$

Согласованность мнений экспертов считается отличной при условии $s\,V_s/V_{s\,ср} < 0{,}1$ для всех $s=\overline{1,M}$; удовлетворительной – при $0{,}2 < s\,V_s/V_{s\,ср} < 0{,}3$; неудовлетворительной – при $s\,V_s/V_{s\,ср} > 0{,}5$. Можно также выявить эксперта, который дает «несогласованную» оценку, значительно отличающуюся от усредненной, если рассчитать число

$$t_{sp} = \left| V_{sp} - V_{s\,ср} \right| / \sigma V_s \tag{1.17}$$

для всех $p=\overline{1,N}$ и $s=\overline{1,M}$. Если $t_{sp} \geq 3$, оценки s-го продукта p-м экспертом считаются «грубыми» и либо исключаются из рассмотрения, либо эксперту предлагают провести повторное ранжирование и назначение чисел V_{sp}.

На практике используют и другой вариант перехода к шкале отношений, когда все эксперты располагают уже усредненной (групповой) шкалой рангов, единой для всех, т. е. используют результат обработки таблицы 1.3. В этом случае различие экспертных предпочтений будут сказываться только в назначении чисел V_{sp}, при этом продукт, имеющий максимальный усредненный ранг, будет иметь у всех экспертов оценку V_{max}. Продукт с минимальным рангом у всех экспертов может иметь разное число $V_{s\,min}$, но при этом $V_{s\,min} > 0$. Тогда рассчитывают усредненные числа $V_{s\,ср}$ по формуле

$$V_{s\,ср} = \left(\prod_{p=1}^{N} V_{sp} \right)^{1/N}, \; s \in \overline{1,M}. \tag{1.18}$$

После определения усредненных значений $V_{s\,ср}$ для обоих вариантов расчета находят нормированные значения

$$q_s = V_{s\,ср} / \max V_{s\,ср}, \tag{1.19}$$

где $\max V_{s\ cp}$ – максимальное значение $V_{s\ cp}$ (для второго варианта имеем $\max V_{s\,cp} = V_{max}$).

Очевидно, $0 \le q_s \le 1{,}0$ для $s = \overline{1, M}$. Максимальное (наилучшее) качество соответствует типу продукции, у которого q_s = 1,0. Остальные типы будут иметь худшее качество, при этом можно сказать, во сколько раз или на сколько процентов хуже. Например, при q_s = 0,85 можно сказать, что качество s-го продукта на 15 % хуже, чем максимально достижимое в этой группе продукции. Это, в частности, может явиться основанием для определения стоимости s-го типа продукции.

1.2.6 Компьютерная поддержка групповой экспертизы

Описанные выше процедуры экспертного ранжирования, хотя и считаются достаточно простыми, но их практическая реализация в большинстве случаев оказывается многошаговой (итерационной) из-за возможной несогласованности и разной компетентности экспертов. Процедуры экспертизы приходится повторять многократно, каждый раз выполняя расчеты коэффициентов парной (Спирмэна – по формулам (1.10) – (1.12)) или интегральной (Кендалла – по формулам (1.8), (1.9), (1.13), (1.14)) согласованности (корреляции) экспертных оценок. При необходимости приходится проводить обсуждение результатов расчета в экспертной группе. В итоге процедура экспертизы существенно затягивается во времени, а иногда и вовсе срывается из-за распада группы, поскольку эксперты, как правило, не могут надолго отвлекаться от своей основной работы.

Существенно ускорить процедуры экспертного ранжирования можно, если использовать специализированную систему компьютерной поддержки экспертной группы, которая требует от эксперта только заполнения таблиц типа таблиц 1.1 – 1.3. Все остальное: расчеты, заключения, рекомендации и замечания экспертам и т.п. – выполняется с помощью системы поддержки автоматически. Программу работы такой компьютерной системы поддержки можно построить по-разному на основе типовых программных продуктов, например «Microsoft Excel». Особенно полезна такая система поддержки на этапе обучения экспертов в ходе проведения различного рода деловых игр. С ее помощью, в частности, легко решаются проблемы оценки физически неизмеримых показателей (эстетических, эргономических, дизайна и т. п.) для различного рода продукции, поскольку имеется возможность представить на экране компьютера цифровую фотографию продукции в цвете, в соответствующем масштабе и ракурсе, в реальной обстановке эксплуатации.

Один из возможных вариантов системы компьютерной поддержки экспертных процедур реализован в рамках настоящей лабораторной работы, которая проводится в виде деловой игры.

1.3 Содержание работы и порядок выполнения

1 Преподаватель составляет экспертные группы по 4 – 6 человек и каждой из групп выдает индивидуальное задание к лабораторной работе, содержащее исходную информацию о нескольких видах той или иной однородной продукции. С учетом специфики БГУИР предпочтение отдается продукции, относящейся, как правило, к сложной бытовой технике, включая бытовую радиоаппаратуру и средства связи. Экспертная группа делится на подгруппы из двух человек и каждая подгруппа работает за своим компьютером.

2 На рабочем столе компьютера найдите папку КиСА(«Квалиметрия и системный анализ») и откройте ее. Запустите программу «Лабораторная работа №1». При загрузке программы не отключайте макросы. В соответствии с пунктом 1 откройте закладку с типом продукции (для ускорения процедуры экспертизы выбраны хорошо знакомые экспертам бытовые электротехнические приборы: телефоны, пылесосы, чайники, утюги), при этом на экране появятся варианты продукции и их основные показатели (рисунок 1.2).

Телефоны	Тар 206	Тар 212	Тар 227К	Телта 308	Тар 210	Тар 228М	Тар 222М	Тар 222 Модерн	Тар 224А	Квартет 2010
Функция повтора	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+
Отключение микрофона	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+
Память (кол-во номеров)	10	20	20	-	3	30	-	10	10	20
ЖКИ	-	-	+	-	-	+	+	+	-	+
Доп. ф-ции (часы, тайме	-	-	+	-	-	+	-	-	-	-
Набор без поднятия труб	-	+	+	-	+	+	-	-	+	+
Секретарь-директор	-	+	+	-	-	+	+	+	-	-
Дизайн										
Цена ($)	21	30	66	27	31,5	60	41,5	39	39	93
Автоответчик	-	-	-	-	-	-	-	-	+	радиот.

Рисунок 1.2 – Варианты продукции и их основные показатели

3 Если число показателей велико (Р > 10), то для экспертной обработки целесообразно оставить только наиболее важные. Для этого в нижней части экрана выберите закладку «Титульный лист» (рисунок 1.3). Голубым цветом здесь выделены ячейки, в которые необходимо заносить информацию. Далее занесите в ячейку D12 число видов продукции П, в ячейку D13 – сокращенное

число показателей P (не более 10), в D14 – число экспертов N и ниже – их ФИО и № эксперта (экспертами (а) и (б) являются те, кто работает на данном компьютере), в D15 – число уровней шкалы (целесообразно применить трехуровневую шкалу).

Выберите из списка заданный тип продукции согласно полученному варианту (телефоны, пылесосы, чайники, утюги). Затем произведите выбор наиболее важных показателей из полного списка показателей P_i, которые определяют качество продукции, присвоив им соответствующий номер P_i, где $i \in \overline{1,n}$:

а) нажмите флажок строки напротив параметра P_i;

б) в списке показателей выберите показатель, соответствующий параметру P_i, и нажмите левую кнопку мыши. В результате получится таблица пронумерованных показателей (см. рисунок 1.3);

в) при ошибочном вводе данных нажмите кнопку RESET, которая приводит программу в первоначальное состояние.

4 Эксперты, а за компьютером их двое, самостоятельно заполняют таблицу попарных предпочтений показателей качества на листе «Данные эксперта (а)» (рисунок 1.4) и «Данные эксперта (б)» соответственно, используя двух- или трехуровневую шкалу (она должна быть единой для всех экспертов в группе и задается в пункте 3).

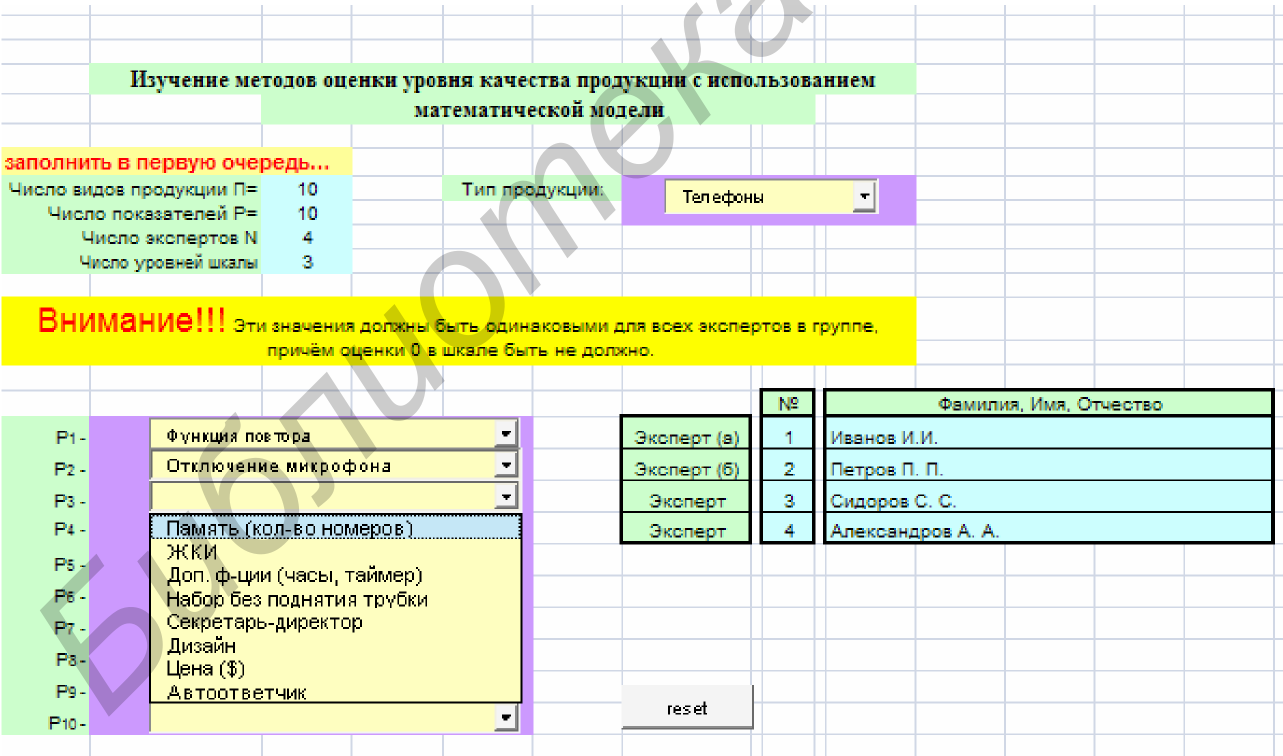


Рисунок 1.3 – Вид закладки «Титульный лист» с выбором показателей продукции

Таблица 1 - Попарные предпочтения показателей эксперта (а)

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	Qi	Ri(a)
P1		0	1	1	1	1	1	0,5	0	1	6,5	8
P2	1		1	1	1	1	1	1	0	1	8	9
P3	0	0		0	1	1	0	0,5	0	0,5	3	4
P4	0	0	1		1	1	0	0,5	0	0,5	4	6
P5	0	0	0	0		0	0	0	0	0,5	0,5	1
P6	0	0	0	0	1		0	0,5	0	0,5	2	2
P7	0	0	1	1	1	1		1	0	0,5	5,5	7
P8	0,5	0	0,5	0,5	1	0,5	0		0	0,5	3,5	5
P9	1	1	1	1	1	1	1	1		1	9	10
P10	0	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0		3	3

Рисунок 1.4 – Примерный вид таблицы попарных предпочтений показателей эксперта (а)

5 В столбце Q_i (см. рисунок 1.4) автоматически приводятся рассчитанные величины числовых показателей по формуле (1.1). Далее каждый эксперт в зависимости от величины Q_{ip} проводит ранжирование показателей и заносит ранги в столбец R_i таблицы попарных предпочтений показателей (см. рисунок 1.4). Аналогичные таблицы заполняют самостоятельно другие эксперты, причем эксперт (б) заносит свои данные на том же компьютере, что и эксперт (а).

6 Автоматически № эксперта и присвоенные им ранги значимым показателям заносятся в таблицу на лист «Экспертные ранги» (рисунок 1.5): в строку «Эксперт (а)» из таблицы первого эксперта (см. рисунок 1.4) и в строку «Эксперт (б)» из таблицы второго эксперта (см. рисунок 1.5). При числе экспертов N > 2 занесите вручную проставленные другими экспертами ранги значимых показателей в соответствующие строки на рисунке 1.5.

Таблица 2 - Экспертные ранги показателей качества

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Эксперт (а)	1	8	9	4	6	1	2	7	5	10	3
Эксперт (б)	2	7	9	5	8	2	3	4	1	10	6
Эксперт	3	8	10	7	3	1	2	5	6	9	4
Эксперт	4	8	10	7	3	1	2	4	6	9	5
Эксперт											
Эксперт											
Ricp		7,75	9,5	5,75	5	1,25	2,25	5	4,5	9,5	4,5
Ri		8	9	7	6	1	2	5	4	10	3
αi		0,141	0,173	0,105	0,091	0,023	0,041	0,091	0,082	0,173	0,08182
σi		0,5	0,577	1,5	2,449	0,5	0,5	1,414	2,38	0,577	1,29099
|Rip - Ricp| и 3σi	(a)	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=
|Rip - Ricp| и 3σi	(b)	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=

Wi = 0,8273

Ранги [1..K] в этой строке ставить только для значимых показателей. Иначе - оставить клетки пустыми

Согласованность мнений экспертов

отличная

Рисунок 1.5 – Примерный вид таблицы экспертных рангов показателей качества

7 Проверьте попарную согласованность ранжировок для различных сочетаний двух экспертов, допуская как строгую, так и нестрогую ранжировку. Критерием согласованности является величина коэффициента ранговой корреляции, определяемая по формулам (1.10) – (1.12). Значение согласованности между первым и вторым экспертами (ρ12) приведено в ячейке P27, между третьим и четвертым (ρ34) – в ячейке R27, между вторым и третьим (ρ23) –

в Q27 (примеры на рисунке 1.6). В случае неудовлетворительных результатов обсудите их в группе и повторите пункты 4 – 6.

p12	p23	p34
0,648485	0,588	0,793939

Рисунок 1.6 – Примерный вид таблицы коэффициентов попарной корреляции для пар экспертов

8 Проведите усреднение мнений экспертов путем подсчета по каждому показателю P_i усредненного ранга по формуле (1.3). Рассчитываются коэффициенты весомости показателей α_i по формуле (1.4). Указанные процедуры выполняются автоматически (без участия экспертов), а результаты заносятся в строки $R_{i\ cp}$ и α_i (см. рисунок 1.5). Эксперты по результатам расчета $R_{i\ cp}$ производят окончательное групповое ранжирование показателей и записывают эти ранги в строку R_i (см. рисунок 1.5).

9 Проверьте согласованность ранжировок экспертов на предмет отсутствия «грубых ошибок», используя формулы (1.6) и (1.7). Эти расчеты выполняются автоматически, а их результаты заносятся в строку «σ_i» и в строку «$|R_{ip} - R_{i\ cp}|$ и $3\sigma_i$» таблицы на рисунке 1.5. Если результат сравнения имеет вид «<=», то это свидетельствует об отсутствии грубых ошибок экспертов. Грубые ошибки и низкий коэффициент ранговой корреляции являются предметом обсуждения в группе экспертов, и при необходимости ранжирование проводится снова в указанном выше порядке.

10 Проведите аналогично пунктам 4 – 6 ранжирование видов продукции. Для этого в соответствующей таблице (для эксперта (а) – например, рисунок 1.7) проставьте коэффициенты попарного предпочтения видов продукции, учитывая при этом в первую очередь наиболее значимые показатели (по данным рисунков 1.2 и 1.5). При этом автоматически № эксперта и присвоенные им ранги видам продукции заносятся на лист «Экспертные ранги» (рисунок 1.8): в строку «Эксперт (а)» из таблицы первого эксперта (см. рисунок 1.7) и в строку «Эксперт (б)» из соответствующей таблицы второго эксперта (см. рисунок 1.8).

Таблица 3 - Попарные предпочтения продукции эксперта (а)

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10	Qs	Rs(a)
П1		0	0	1	0	0	0	0	0	1	2	3
П2	1		0,5	1	1	0	0	0,5	0	1	5	6
П3	1	0,5		1	1	0,5	0,5	1	0	1	6,5	8
П4	0	0	0		0	0	0	0	0	1	1	2
П5	1	0	0	1		0	0	0	0	1	3	4
П6	1	1	0,5	1	1		0,5	1	0,5	1	7,5	9
П7	1	1	0,5	1	1	0,5		0,5	0	1	6,5	7
П8	1	0,5	0	1	1	0	0,5		0	1	5	5
П9	1	1	1	1	1	0,5	1	1		1	8,5	10
П10	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	1

Рисунок 1.7 – Примерный вид таблицы попарных предпочтений видов продукции эксперта (а)

Таблица 4 - Экспертные ранги видов продукции

		П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10
Эксперт (а)	1	3	6	8	2	4	9	7	5	10	1
Эксперт (б)	2	6	7	5	3	2	10	9	1	8	4
Эксперт	3	4	5	9	1	2	7	8	6	10	3
Эксперт	4	5	6	7	2	4	10	8	3	9	1
Эксперт											
Эксперт											
Rs ср		4,5	6	7,25	2	3	9	8	3,75	9,25	2,25
Rs		5	6	7	1	3	9	8	4	10	2
αs		0,082	0,109	0,132	0,036	0,055	0,164	0,145	0,068	0,168	0,040909
σs		1,291	0,816	1,708	0,816	1,155	1,414	0,816	2,217	0,957	1,5
|Rsp - Rscp| и 3σs	(a)	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=
|Rsp - Rscp| и 3σs	(b)	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=	<=

p12
0,6484848

Ws = 0,83636

Согласованность мнений экспертов
отличная

Ранги [1..M] в этой строке ставить только для значимых продуктов. Иначе - оставить клетки пустыми

Рисунок 1.8 – Примерный вид таблицы экспертных рангов видов продукции

11 Проверьте попарную согласованность ранжировок видов продукции для различных сочетаний двух экспертов, допуская как строгую, так и нестрогую ранжировку. Критерием согласованности является величина коэффициента ранговой корреляции, определяемая по формулам (1.10) – (1.12). Процедура аналогична пункту 7.

12 По результатам групповой обработки таблицы на рисунке 1.8 находятся усредненные по группе ранги $R_{S\ ср}$, а затем присваиваются окончательные ранги R_S для видов продукции в соответствующей строке этой же таблицы (см. рисунок 1.8).

13 Проверьте согласованность ранжировок экспертов на предмет отсутствия «грубых» ошибок, используя формулы (1.6) и (1.7). На рисунках 1.5 и 1.8 есть строки $\left|R_{ip} - R_{i\ cp}\right| <= 3s_i$ и $\left|R_{sp} - R_{s\ cp}\right| <= 3s_s$ для эксперта (а) и эксперта (б). Невыполнение этих условий свидетельствует о том, что эксперт допустил «грубую» ошибку по какому-либо показателю либо продукту. Эти ошибки обсуждаются в группе экспертов, а затем снова проводится ранжирование в указанном выше порядке.

14 Рядом с рисунками 1.5 и 1.8 выводятся результаты расчета интегральной согласованности мнений экспертов при ранжировании показателей качества W_P и видов продукции $W_П$ (коэффициенты конкордации по формулам (1.8) и (1.9)). Оцените групповую согласованность мнений экспертов при ранжировании показателей качества и видов продукции в зависимости от значений W_P и W_S. Если значение коэффициента конкордации признается неудовлетворительным, проведите обсуждение в группе и повторите процедуру ранжирования.

15 Проведите процедуру поэкспертной **оценки относительного качества** видов продукции. Для этого каждый эксперт, используя **свои данные** ранжирования в соответствующей строке таблицы (см. рисунок 1.8), назначает всем видам продукции числа V_{sp} в интервале $V_{s\ min} \le V_{sp} \le V_{s\ max}$. Число $V_{s\ max}$ у всех экспертов должно быть одно и то же, хотя лучший вид продукции у разных экспертов может отличаться. Удобно принять $V_{s\ max}$ = 100. Число $V_{s\ min}$ у всех экспертов должно быть больше 0. Результаты сводятся в таблицу (пример на рисунке 1.9). При этом величина $V_{s\ max}/V_{s\ min}$ должна обозначать реальное, на взгляд эксперта,

относительное превосходство лучшего вида продукции над худшим в группе. В этой же таблице рассчитываются: по формулам (1.15) и (1.16) усредненные числовые показатели $V_{S\ ср}$ и их среднее квадратическое отклонение σV_S, а также отношение $\sigma V_S / V_{S\ ср}$; по формуле (1.17) проверяют отсутствие «грубых» ошибок в экспертизе (t_{SP}); по формуле (1.19) – нормированные значения q_S, имеющие значение усредненного относительного уровня качества продукции $П_S$. Определите степень согласованности мнений экспертов (хорошая, удовлетворительная либо неудовлетворительная).

Таблица 5 - Оценка относительного уровня качества продукции (вариант для индив. ранжирования)

		П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10	
Vs эксперта (а)	1	60	75	90	55	60	95	90	85	100	55	
Vs эксперта (б)	2	60	70	65	45	60	100	95	55	90	40	Согласованность мнений экспертов
Vs эксперта	3	70	75	80	55	65	100	85	60	90	50	отличная
Vs эксперта	4	75	80	85	60	70	100	90	65	95	55	
Vs эксперта												
Vs эксперта												
Vscp		66,25	75	80	53,75	63,75	98,75	90	66,25	93,75	50	max(Vs* cp)= 98,75
σVs		7,5	4,082	10,8	6,292	4,787	2,5	4,082	13,15	4,787	7,071068	
σVs/Vscp		0,113	0,054	0,135	0,117	0,075	0,025	0,045	0,198	0,051	0,141421	
tsp	(a)	0,833	0	0,926	0,199	0,783	1,5	0	1,426	1,306	0,707107	
tsp	(b)	0,833	1,225	1,389	1,391	0,783	0,5	1,225	0,856	0,783	1,414214	
qs		0,671	0,759	0,81	0,544	0,646	1	0,911	0,671	0,949	0,506329	

Рисунок 1.9 – Примерный вид таблицы оценки относительного уровня качества продукции (вариант для индивидуального ранжирования)

16 Аналогично пункту 15 составьте таблицу индивидуальных показателей из чисел V_{SP} при использовании усредненной (общегрупповой) ранжировки видов продукции, полученной в пункте 12. При этом лучший вид продукции у всех экспертов один и тот же, ранжировка также общая, но значение чисел V_{SP} каждый эксперт присваивает самостоятельно (пример на рисунке 1.10). Усреднение экспертных данных и нахождение «относительных весов» видов продукции проводится по формулам (1.18) и (1.19). Сравните результаты обработки данных групповой экспертизы по пунктам 15 и 16, используя графики зависимостей $q_s = \varphi(П_s),\ S \in \overline{1;10}$.

Таблица 6 - Оценка относительного уровня качества продукции (вариант для групп. ранжиров

		П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9	П10	
Vs* эксперта (а)	1	88	89	75	80	75	100	96	86	99	70	
Vs* эксперта (б)	2	65	70	55	35	20	100	98	15	97	43	
Vs* эксперта	3	75	80	85	60	70	100	90	65	95	55	
Vs* эксперта	4	75	80	85	60	70	100	90	65	95	55	
Vs* эксперта												
Vs* эксперта												
Vs* cp		75,31	79,46	73,89	56,35	52,07	100	93,43	48,32	96,49	54,9317	max(Vs* cp)= 100
qs		0,753	0,795	0,739	0,563	0,521	1	0,934	0,483	0,965	0,54932	

Рисунок 1.10 – Примерный вид таблицы оценки относительного уровня качества продукции (вариант для группового ранжирования)

1.4 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1 Описание типов продукции и их основных показателей качества.

2 Таблицы попарных предпочтений показателей и видов продукции.

3 Таблицы экспертных рангов показателей качества и видов продукции. Результаты расчетов коэффициентов конкордации $W_Р$ и $W_П$.

4 Таблицы и графики оценок относительного уровня качества продукции.

5 Выводы по работе, включая оценку согласованности мнений экспертов по каждой таблице.

1.5 Контрольные вопросы

6 В каких случаях правило абсолютного предпочтения Парето оказывается бессильным?

7 Какова правильная последовательность действий при экспертном ранжировании видов продукции по качеству?

8 Измерению по какой шкале соответствует процедура ранжирования?

9 Измерению по какой шкале соответствует экспертный метод оценки относительного уровня качества продукции?

10 При каком значении коэффициента конкордации W согласованность мнений экспертов считается хорошей?

11 Какое число единичных показателей качества необходимо для определения уровня качества однородной продукции методом групповой экспертизы?

12 Как определяется согласованность мнений экспертов отдельно по каждому виду продукции?

13 Что характеризует коэффициент конкордации?

14 Какой величиной определяется относительная важность единичного показателя качества среди других единичных показателей?

Литература

1 Кириллов, В. И. Квалиметрия и системный анализ : учеб. пособие / В. И. Кириллов. – Минск : Новое знание, 2009.

2 Электронный учебно-методический комплекс по дисциплине «Квалиметрия и системный анализ». – Режим доступа : http: // library.bsuir.by/index.jsp

3 Азгальдов, Г. Г. Квалиметрия и практика оценки качества товаров (основы квалиметрии) : учеб. пособие / Г. Г. Азгальдов. – М. : Экономика, 1982.

4 Федюкин, В. К. Основы квалиметрии. Управление качеством продукции : учеб. пособие / В. К. Федюкин. – М. : Филинъ, 2004. – 296 с.

5 Шишкин, И. Ф. Метрология, стандартизация и управление качеством : учебник / И. Ф. Шишкин; под ред. акад. Н. С. Соломенко. – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 342 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ УРОВНЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

2.1 Цель работы:

– ознакомиться с методами составления математической модели (ММ) уровня качества продукции;

– изучить методы определения основных элементов ММ;

– использовать ММ для определения уровня качества конкретной группы однородной продукции и сравнить эффективность использования некоторых типов ММ.

2.2 Основные теоретические положения

2.2.1 Общие сведения

Как известно, уровнем качества (УК) продукции (проекта, решения, услуги и т. п.) $П_S$, где s = 1, 2,…, M, называют относительную характеристику ее качества Q_S, которая основана на сравнении совокупности показателей качества этой продукции $\{P_{1S}, P_{2S},…, P_{nS}\}$ с соответствующей совокупностью базовых показателей $\{P_{1б}, P_{2б},…, P_{nб}\}$. При этом показатель качества P_{jS}, где $j \in 1, 2,…, n$, характеризует одно или несколько свойств продукции, составляющих ее качество применительно к определенным условиям создания, эксплуатации или потребления этой продукции.

Математической моделью уровня качества называют некую функцию:

$$Q_S = \varphi\,(\{P_1, P_2,…, P_n\}_S; \{P_1, P_2,…, P_n\}_б), \tag{2.1}$$

которая известным образом устанавливает соответствие между числом Q_S (Q_S>0) и значениями совокупности показателей качества продукции $П_S$, причем эти значения рассматриваются не в абсолютном значении (иногда это просто физически невозможно), а исключительно в сравнении с соответствующими базовыми показателями, принадлежащими некоторому **базовому образцу**.

В качестве базовых показателей выбирают по договоренности показатели конкретного типа продукции – аналога или конструируют некоторый **гипотетический сборный** базовый образец, который обладает показателями, порознь наилучшими в рассматриваемой группе продукции. Иногда за базовый образец принимают сборный образец, показатели которого соответствуют лучшим мировым образцам или даже превосходят их (перспективные показатели).

Результат сравнения j-го показателя качества P_{jS} продукции $П_S$ с соответствующим показателем базового образца $P_{jб}$ отражают в виде некоторой безразмерной величины, которую называют **оценкой показателя** q_{js}. Оценка представляет собой некоторую функцию $q_{js} = \varphi_j\,(P_{js}, P_{jб})$ (обычно $1 \ge q_{js} \ge 0$), которая конструируется таким образом, чтобы она соответствовала физическому смыслу и была бы достаточно простой. Простейшие виды оценок имеют вид дроби

$$q_{js} = J = P_{js}/P_{jб}, \qquad (2.2,а)$$

$$q_{js} = J = P_{jб}/P_{js}, \qquad (2.2,б)$$

при этом оценка (2.2,а) используется тогда, когда при возрастании значения показателя P_{js} качество продукции возрастает, а оценка (2.2,б) – при противоположной ситуации.

Если диапазон изменения показателя P_{js} ограничен каким-то предельно-допустимым значением $P_{j\,доп}$, за пределами которого продукция неработоспособна (неприемлема вообще), то вместо (2.2, а) используют оценку вида

$$q_{js} = J = (P_{js} - P_{j\,доп})/(P_{jб} - P_{j\,доп}). \qquad (2.3)$$

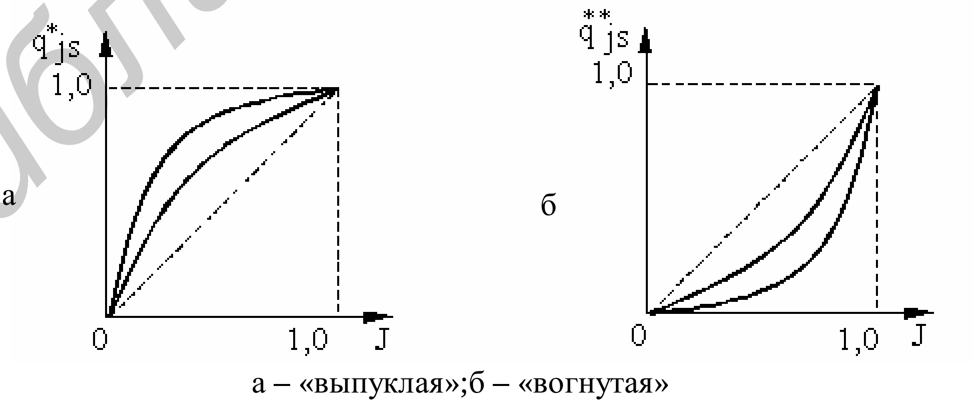
В некоторых случаях применяют нелинейные функции оценки q^{*}_{js} и q^{**}_{js} (рисунок 2.1,а,б), где рисунок 2.1,а соответствует «выпуклой» функции q^{*}_{js}, например, вида

$$\begin{aligned} &а)\ q^{*}_{js} = J^{a},\ 0 \le a \le 1{,}0; J \in [0; 1{,}0]; \\ &б)\ q^{*}_{js} = \log(1 + aJ)/\log(1 + a), \end{aligned} \qquad (2.4)$$

а рисунок 2.1,б – «вогнутой» функции q^{**}_{js} вида

$$\begin{aligned} &а)\ q^{**}_{js} = J^{a},\ a > 1{,}0; \\ &б)\ q^{**}_{js} = (-1 + b^{aJ})/(-1 + b^{a}), \end{aligned} \qquad (2.5)$$

где J определяется из выражения типа (2.2) или (2.3), a > 0; b > 0.



а – «выпуклая»;б – «вогнутая»

Рисунок 2.1 – Функциональные зависимости оценки нормированного показателя от параметра J

Возможны и более сложные зависимости оценки, например, типа S-образной функции, когда

$$q_{js} = p_1 q_{js}^{*} + p_2 q_{js}^{**};\ p_1 + p_2 = 1{,}0;\ p_1 > 0;\ p_2 > 0.$$

Хотя функциональное представление оценки показателей обычно применяется только для физически измеряемых свойств (показателей) объектов, в ряде случаев выбор одной функциональной модели среди ряда других её возможных представлений осуществляют на основе экспертных предпочтений.

Часто встречаются ситуации, когда по отдельным показателям трудно (или невозможно) произвести физическое измерение показателя продукции P_{js} или базового образца $P_{jб}$, а иногда может и отсутствовать базовый образец. Тогда оценку показателя P_{js} конструируют, ориентируясь в целом на всю группу видов продукции, и формируют оценку как относительный вес s-го вида продукции, s = 1, 2,…, M, по j-му показателю качества. Такая оценка может быть получена с помощью экспертной группы (или одного эксперта в крайнем случае) по следующей схеме.

2.2.2 Расчет оценок физически неизмеряемых показателей качества

Каждый эксперт составляет свою таблицу попарных предпочтений видов продукций по каждому показателю P_j (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Попарные предпочтения видов продукций по j-му показателю P_j, указываемые p-м экспертом ($p \in \overline{1, N}$)

	$П_1$	$П_2$	…	$П_r$	…	$П_м$	q_{js}
$П_1$	δ_{11}	δ_{12}	…	δ_{1r}	…	$\delta_{1м}$	q_{j1}
$П_2$	δ_{21}	δ_{22}	…	δ_{2r}	…	$\delta_{2м}$	q_{j2}
…	…	…	…	…	…	…	…
$П_s$	δ_{s1}	δ_{s2}	…	δ_{sr}	…	$\delta_{sм}$	q_{js}
$П_м$	$\delta_{м1}$	$\delta_{м2}$	…	$\delta_{мr}$	…	$\delta_{мм}$	$q_{jм}$

В этой таблице коэффициент δ_{sr}, где s = 1, 2,…, M; r = 1, 2,…, M, характеризует величину предпочтения s-го вида продукции $П_s$ относительно продукции $П_r$. Одним из возможных вариантов выбора коэффициентов δ_{sr} является выбор, заимствованный из спорта:

$$d_{sr} = \begin{cases} 1{,}0, & \text{если продукт } П_s \text{ лучше } П_r; \\ 0{,}0, & \text{если продукт } П_s \text{ хуже } П_r; \\ 0{,}5, & \text{если продукты } П_s \text{ и } П_r \text{ равны по показателю } P_j. \end{cases}$$

При использовании такой упрощенной шкалы измерений оценку q_{js} показателя P_j для продукции $П_s$ рассчитывают по формуле

$$q_{js} = \sum\nolimits_{r=1}^{M} d_{sr} \Big/ \sum\nolimits_{s=1}^{M} \sum\nolimits_{r=1}^{M} d_{sr}\,.$$

Здесь в числителе абсолютная сумма очков (баллов), соответствующая продукции $П_s$ (сумма δ_{sr} по s-й строке таблицы 2.1), а в знаменателе – сумма очков, полученная всеми видами продукции (сумма всех элементов по всем строкам).

В настоящее время, учитывая, что математическая модель (ММ) позволяет получить более точный расчет уровня качества (величину Q_s), используют многоуровневую шкалу коэффициентов δ_{sr} вида (6), называемую шкалой Саати (по фамилии автора):

$$d_{sr} = \begin{cases} 1{,}0 – \text{равенство продуктов } П_s \text{ и } П_r \text{ по показателю } P_j; \\ 3{,}0 – \text{умеренное (легкое) превосходство } П_s \text{ над } П_r; \\ 5{,}0 – \text{существенно (сильное) превосходство } П_s \text{ над } П_r; \\ 7{,}0 – \text{значительное превосходство } П_s \text{ над } П_r; \\ 9{,}0 – \text{очень сильное превосходство } П_s \text{ над } П_r; \\ 2,\ 4,\ 6,\ 8 – \text{промежуточные решения между двумя со-} \\ \text{седними суждениями.} \end{cases} \qquad (2.6)$$

Очень важным в этой шкале (2.6) является то, что при обратном сравнении: продукта $П_r$ относительно $П_s$ **обязательно** принимают $\delta_{rs} = 1/\delta_{sr}$ (например, если $\delta_{sr} = 5{,}0$, то $\delta_{rs} = 1/5$). Очевидно, $\delta_{rr} = \delta_{ss} = 1{,}0$.

В этом случае оценку q_{js} показателя P_j для продукции $П_s$ рассчитывают по формуле

$$q_{js} = \frac{\left(\prod\nolimits_{r=1}^{M} d_{sr}\right)^{1/M}}{\sum\nolimits_{s=1}^{M} \left(\prod\nolimits_{r=1}^{M} d_{sr}\right)^{1/M}}, \quad r \in \overline{1,M}, \quad s \in \overline{1,M}\,, \qquad (2.7)$$

т.е. сначала находят в таблице 2.1 строку для s-го вида продукции, перемножают все коэффициенты δ_{sr} в этой строке (r = 1, 2, .., M) и извлекают корень M-й степени. Результат заносят в числитель (2.7). Затем проделывают то же самое для всех остальных строк (видов продукции), суммируют результаты от всех строк и сумму заносят в знаменатель (2.7). Нетрудно убедиться, что $0 \le q_{js} \le 1{,}0$.

При заполнении матрицы попарных предпочтений (см. таблицу 2.1) эксперт может делать ошибки. Во-первых, возможно нарушение **транзитивности**, когда из выводов: $П_s$ лучше $П_r$, и $П_r$ лучше $П_k$ может не следовать вывод: $d_{sk} > d_{sr}$ (здесь s, r, k $\in \overline{1,M}$ и характеризуют элементы матрицы в таблице 2.1). Во-вторых, возможны нарушения согласованности численных суждений: $d_{sr} \cdot d_{rk} \ne d_{sk}$.

Согласованность (непротиворечивость) суждений каждого эксперта при выборе коэффициентов предпочтения δ_{rs} для многоуровневой шкалы проверяют по величине индекса согласованности (ИС) и отношения согласованности (ОС). Величина ИС рассчитывается для каждого j-го показателя по формуле

$$ИС_j = (l_{max} - M)/(M-1); \quad l_{max} = \sum_{s=1}^{M} (\sum_{r=1}^{M} d_{sr}) q_s. \qquad (2.8)$$

Здесь при расчете коэффициента λ_{max} сначала находят сумму коэффициентов s-го столбца таблицы 2.1 и умножают ее на оценку q_{js}, определяемую в (2.7) и расположенную в конце s-й строки. Затем проделывают то же самое с другими столбцами и суммируют результаты.

Отношение согласованности (ОС) определяется как результат деления ИС на число, соответствующее случайной согласованности (СС) предпочтений. Величина СС в зависимости от размера матрицы попарных предпочтений приведена в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Случайная согласованность предпочтений

Размер матрицы	3	4	5	6	7	8	9	10
СС	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Суждения эксперта считаются согласованными (непротиворечивыми), если $ОС_j = ИС_j/СС < (0{,}1 – 0{,}2)$.

Усредненную по группе экспертов оценку единичного показателя качества q_{js} определяют одним из двух методов. Первый метод основан на нахождении среднеарифметической оценки каждого j-го показателя s-й продукции, которая получена от p-го эксперта по приведенной выше схеме $q_{js\,p}$. Тогда

$$q_{js\,ср} = \sum_{p=1}^{N} q_{js\,p}/N, \qquad (2.9)$$

$$s\left(q_{js}\right) = \left\{\sum_{p=1}^{N} (q_{js\,p} - q_{js\,ср})^2/(N-1)\right\}^{0,5}. \qquad (2.10)$$

Здесь (2.9) – среднеарифметическая оценка j-го показателя s-й продукции, а (2.10) – среднеквадратическое отклонение. Оценка p-го эксперта считается грубой и исключается из рассмотрения, если

$$\left|q_{js\,p} - q_{js\,ср}\right| > 3s\left(q_{js}\right). \qquad (2.11)$$

Согласованность групповых оценок считается хорошей (или удовлетворительной), если $s\left(q_{js}\right)/q_{js\,ср} \le 0{,}1 \ (\text{или } \ 0{,}2)$.

Для второго метода формирования усредненной оценки характерно то, что при групповой экспертизе каждый эксперт заполняет свою таблицу предпочтений (типа таблицы 2.1), но затем составляется таблица группового предпочтения, где каждый элемент в таблице 2.1 рассчитывается по формуле

$$_{sr\,cp} = \left(\prod_{p=1}^{N} {}_{sr\,p}\right)^{1/N}, \qquad (2.12)$$

где $\delta_{sr\ cp}$ – элемент таблицы 2.1, усредненный по группе экспертов;

$\delta_{sr\ p}$ – элемент таблицы, назначенный p-м экспертом; p=1, 2,…N;

N – число экспертов в группе.

После расчета усредненных элементов таблицы 2.1 определяется усредненная оценка j-го показателя для s-го типа продукции по формуле (2.7) и согласованность экспертных оценок – по (2.8).

2.2.3 Расчет коэффициентов весомости единичных показателей качества

При расчете комплексного уровня качества необходимо определить коэффициенты весомости каждого показателя. Поскольку сравниваются показатели разной физической природы, то их сравнение может быть только субъективным. Как правило, используют метод групповой экспертизы. Каждый эксперт составляет свою таблицу попарных предпочтений, построенную по типу таблицы 2.1, только вместо типов продукции в таблице фигурируют показатели P_1, P_2,…P_n (таблица 2.3).

Коэффициенты предпочтения δ_{js} для j-го показателя относительно s-го показателя, где j, s $\in \overline{1,n}$; n – число показателей, находятся в зависимости от выбранной шкалы предпочтений: двух- , трех- или многоуровневой. В последнем случае коэффициент весомости j-го показателя рассчитывают аналогично (2.7) по формуле

$$_{jp} = \left(\prod_{s=1}^{n} {}_{js}\right)^{1/n} / \sum_{j=1}^{n} \left(\prod_{s=1}^{n} {}_{js}\right)^{1/n}. \qquad (2.13)$$

Таблица 2.3 – Попарные предпочтения отдельных показателей качества между собой по мнению p-го эксперта

	P_1	P_2	…	P_j	…	P_n	α_j
P_1	δ_{11}	δ_{12}				δ_n	α_1
P_2	δ_{21}	δ_{22}				…	…
P_j	…	…				…	…
P_n	δ_{n1}	δ_{n2}				δ_{nn}	α_n

Согласованность суждений эксперта при определении коэффициентов весомости показателей рассчитывается по аналогии с (2.8). Усредненная согласованность предпочтений p-го эксперта при заполнении n таблиц вида таблицы 2.1 для $j \in \overline{1,n}$ и одной таблицы типа таблицы (2.3) рассчитывается по формуле

$$ОС_p = \sum_{j=1}^{n} ИС_{jp} \cdot {}_{jp} / \quad . \qquad (2.13,a)$$

Согласованными считаются суждения эксперта при $ОС_p \leq 0{,}1$.

Усреднение коэффициентов весомости α_{jp}, определяемых по предпочтениям p-го эксперта в группе из N экспертов, проводится по такой же методике, как и для оценок показателей продукции (см. (2.9) – (2.12)).

После того как экспертным путем или с помощью физических измерений определены нормированные оценки всех показателей качества для группы продукции, выбирают математическую модель для **комплексной оценки** уровня качества каждого типа продукции по совокупности показателей.

2.4 Математические модели комплексного уровня качества

2.4.1 Виды математических моделей комплексного уровня качества

Как уже говорилось, комплексная оценка уровня качества s-го продукта (проекта, процесса и т.п.) представляет собой безразмерное число Q_S, которое является многомерной функцией оценок единичных показателей

$$Q_S=\varphi\,(q_{1S}, q_{2S},\ldots q_{nS}). \tag{2.14}$$

Не существует каких-либо строгих доказательств относительно выбора функции (2.14). На практике применяют так называемые **средневзвешенные** оценки уровня качества, формируемые одним из указанных ниже способов.

1 **Средневзвешенная арифметическая оценка** комплексного уровня качества (КУК) имеет вид

$$Q_s=\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j q_{js} \quad \text{при} \sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j =1;\; q_{js}\in[0;\,1{,}0], \tag{2.15}$$

где α_j – коэффициент веса (весомости, важности, предпочтительности) j-го показателя относительно других показателей (j=1, 2,…n);

q_{js} – оценка j-го показателя качества для s-го продукта.

Подобная модель часто адекватна задачам получения наибольшего суммарного эффекта (например, прибыли, денежных или временных затрат и т. п.), когда считается допустимым, что низкая ценность одного показателя может компенсироваться высокой ценностью другого показателя. Действительно, из (2.15) следует, что $\Delta Q_s=\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j \Delta q_{js}$, и при $\Delta Q_S = 0$ имеем, например, $\alpha_j\Delta q_{jS} = -\alpha_i\Delta q_{iS}$. Это означает, что приращение оценки q_{jS} компенсирует соответствующее уменьшение оценки q_{iS}, при этом $\Delta q_{jS} = -\Delta q_{iS}(\alpha_i/\alpha_j)$.

2 **Средневзвешенная геометрическая** оценка комплексного уровня качества записывается в виде

$$Q_s=\prod\nolimits_{j=1}^{n} q_{js}^{a_j}; \quad \sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j =1{,}0. \tag{2.16}$$

Такая модель соответствует задачам, в которых допускается, что **относительное изменение** обобщенной оценки (критерия) равно сумме относительных изменений частных оценок (показателей). При этом относительное снижение одного показателя может компенсироваться относительным увеличением другого. Действительно, из (2.16) следует, что

$$\Delta Q_s / Q_s = \sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j \cdot (\Delta q_{js} / q_{js}) .$$

Соответственно при $\Delta Q_S / Q_S = 0$ имеем $(\Delta q_{js} / q_{js}) = -(\Delta q_{is} / q_{is})(\alpha_i / \alpha_j)$.

3 **Средневзвешенная гармоническая** оценка КУК имеет вид

$$Q_s = (\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j q_{js}^{-1})^{-1}, \qquad \sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j = 1{,}0 . \tag{2.17}$$

4 **Средневзвешенная квадратическая** оценка КУК определяется формулой

$$Q_s = (\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j q_{js}^{2})^{0{,}5}, \qquad \sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j = 1{,}0 . \tag{2.18}$$

5 **Модернизированная квадратическая** оценка КУК равна

$$Q_s = 1 - [\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j (1 - q_{js})^2]^{0{,}5}, \ldots \sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j = 1{,}0 . \tag{2.19}$$

Как видно из (2.19), здесь сначала находят средневзвешенную квадратическую оценку «удаленности» объекта от базового образца (как бы «расстояние» от оценки объекта q_{is} до оценки базового образца $q_{jб}$, которая принята равной $q_{jб} = 1{,}0$, а затем уже саму оценку объекта.

Кроме приведенных вариантов комплексных оценок могут применяться также и их комбинации.

Как правило, предпочитают работать с нормированной ММ уровня качества. Для этого принимают, что при использовании базового образца (своеобразного эталона) имеем $q_{jб} = 1{,}0$ и $Q_б = 1{,}0$, т е. полагают, что по всем единичным показателям базовый образец является лучшим и имеет оценки 1,0. Тогда из формулы (2.15) следует

$$\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_j = 1{,}0 . \tag{2.20}$$

Очевидно, при увеличении числа n учитываемых единичных показателей качества приходится пересчитывать весовые коэффициенты α_j, чтобы обеспечить условие нормировки (2.20).

Условие нормировки всех вариантов комплексной оценки имеет вид:

а) при $q_{js} = 1{,}0$ для всех $j \in \overline{1, n}$ имеем $Q_S = 1{,}0$;

б) при $q_{js} = 0$ для всех $j \in \overline{1, n}$ имеем $Q_S = 0$.

В ряде случаев даже такая комплексная оценка уровня качества оказывается недостаточной для принятия решения о разработке и (или) постановке на производство новой продукции, покупке новой модели и т. п. Это вызывает необходимость введения **интегрального уровня** качества. Он показывает, какой полезный эффект приходится на единицу затрат. В литературе он также называется показателем «эффективность – стоимость» и определяется по формуле

$$I_S = Q_S/C_S\,, \tag{2.21}$$

где Q_S – комплексный уровень качества продукции $П_S$, определяемый, например, из (2.15) – (2.19) и характеризующий комплексную техническую эффективность продукции;

C_S – себестоимость или цена продукции, характеризующая затраты на ее создание.

Чтобы оценивать интегральный уровень качества в относительных единицах, его предпочитают определять в виде

$$I_s = Q_s/q_{cs}; \quad q_{cs} = C_s/\sum_{s=1}^{M} C_s; \tag{2.21,а}$$

где $q_{cs} \in [0; 1{,}0]$ – нормированная оценка стоимостного показателя продукции $П_s$.

Интегральный уровень качества (2.21) представляет собой своеобразную форму комплексирования технических и экономических показателей, однако пользоваться им надо с осторожностью и, как правило, с наложением дополнительных ограничений на значение частных показателей, так как решение задачи (например, выбор лучшей продукции) может оказаться не только в области низких затрат C_s, но и неприемлемого значения показателя эффективности Q_s.

В некоторых случаях целесообразно оценивать качество продукции с помощью так называемого **экономического индекса качества** I_s = $ЭЭ_s/З_s$, где $ЭЭ_s$ – суммарный экономический эффект, полученный у потребителя за счет использования (эксплуатации) s-го продукта в течение определенного времени, $З_s$ – соответственно затраты, которые понес потребитель за это время, включая стоимость продукции и затраты на техобслуживание, ремонт и т.п.

Отметим, что индекс качества является чисто экономическим критерием и пригоден для любого вида продукции. Однако его использование требует наличия определенного объема специфической информации, которой лицо, принимающее решение (ЛПР), может не иметь в своем распоряжении, особенно на этапах проектирования и производства продукции.

Выражения (2.15) – (2.19) для удобства пользования часто умножают на множитель вида 10^k, где k =1, 2, 3, и на **коэффициент вето** $К_V$. Коэффициент вето полагают равным $К_V$=1,0, если ни один из учитываемых показателей не выходит за допустимые пределы, $К_V$= 0 – в противном случае. Коэффициент вето по существу запрещает производить операции какой-либо компенсации уменьшения одного показателя за счет увеличения другого в случае выхода за рамки предельно допустимых значений показателей.

2.4.2 Универсальные математические модели уровня качества при комбинированных измерениях

В большинстве случаев универсальные математические модели (ММ) применяются для оценки объектов, у которых часть единичных показателей может быть определена объективными методами (измерена физически), а часть показателей – только субъективно. Оценки субъективно измеряемых показателей рассчитываются на основе экспертных методов и многоуровневой шкалы предпочтений, как это описано в пункте 2.2.2. Аналогичным образом определяются коэффициенты весомости (важности, значимости) отдельных показателей между собой.

Что же касается получения оценок физически измеряемых показателей, то здесь, как уже говорилось в пункте 2.2.1, нет единых подходов и возможны различные варианты. Использование разных функциональных преобразований при получении оценки физически измеряемого показателя (по (2.2) – (2.5)), а также разных базовых образцов приводит зачастую к тому, что при «свертывании» оценок различных показателей (по формулам (2.15) – (2.19)) получим комплексный уровень качества (УК), в котором завышена или занижена роль объективно измеряемых (как правило функциональных) показателей.

Частично уменьшить этот эффект можно путем нормирования физически измеряемых показателей (или их оценок) в виде

$$q^*_{js} = q_{js} / \sum_{s=1}^{M} q_{js} ,$$

поскольку именно такое нормирование выполняется при экспертных оценках (см. (2.7), (2.13) и (2.20)).

Существенно ослабить этот недостаток можно также путем перехода от численной шкалы физически измеряемого показателя P_{js} к числовой шкале предпочтений Саати (2.6), (2.7) следующим образом. Пусть показатель P_{js}, $s = \overline{1, M}$, M – число анализируемых объектов, изменяется в интервале $P_{j\,max} - P_{j\,min}$, где $P_{j\,max}$ соответствует наилучшему показателю в анализируемой группе объектов, а $P_{j\,min}$ – наихудшему. Показатель P_{js} имеет размерность, например, мощности, скорости, стоимости и т. п. Эксперт (или группа экспертов) определяет степень предпочтения между объектами (продуктами) с показателями $P_{j\,max}$ и $P_{j\,min}$ по шкале Саати (2.6). Ей соответствует некий **максимальный коэффициент предпочтения** $\delta_{max\,j}=T_j$, $T_j \in \overline{1,9}$. Тогда предпочтение s-объекта относительно r-объекта, где r, $s \in \overline{1, M}$, по показателю P_j с точки зрения p-го эксперта можно оценить приблизительно с помощью коэффициента предпочтения $\delta_{sr\,p}$, рассчитываемого по формуле

$$d_{sr\,p} = \left[T_{jp} \cdot (P_{js} - P_{jr}) \big/ (P_{j\,max} - P_{j\,min}) \right]; \; P_{js} > P_{jr}, \qquad (2.22)$$

где [X] означает, что вместо значения X берется ближайшее большее целое число в интервале ($\overline{2, T_{jp}}$).

Затем заполняется таблица попарных предпочтений, аналогичная таблице 2.1, по правилам, указанным выше ($\delta_{rs} = 1/\delta_{sr}$), для попарных сочетаний всех объектов. Далее рассчитываются по (2.7), (2.8) оценки q_{js}.

При необходимости производится усреднение показателей экспертов (см. (2.9) – (2.12)). В данном случае процедуру усреднения можно упростить, если усредненное значение коэффициента предпочтения $\delta_{sr\ ср}$ определять не по (2.12), а по (2.22), где вместо T_{jp} подставлять $T_{j\ ср} = \left(\prod_{p=1}^{N} T_{jp}\right)^{1/N}$, где $T_{j\ ср}$ – среднее геометрическое максимальных коэффициентов предпочтения всех экспертов в группе. Полученные таким образом оценки q_{js} затем «свертываются» обычным образом (по формулам (2.15) – (2.19)) с оценками других показателей с учетом их весомости.

В ряде случаев при комбинированных измерениях приходится использовать результаты ранжирования M объектов по j-му показателю. Чтобы совместить результаты ранжирования с типовой методикой расчета УК, можно использовать следующую процедуру.

Пусть по j-му показателю s-й объект имеет ранг R_s, а r-й объект – ранг R_r.

В совокупности M объектов всегда есть «лучший» объект (ему соответствует ранг M) и «худший» (ему соответствует ранг 1). Эксперт (или группа экспертов) определяют коэффициент предпочтения между «лучшим» и «худшим» $\delta_{max\ j} = T_j$ по шкале Саати (2.6). Очевидно, что $T_j = 2, 3, ..., 9$. Соответственно коэффициент предпочтения s-объекта относительно r-объекта определяется из выражения

$$d_{sr} = \left[T_j (R_s - R_r)/(M-1)\right], \quad R_s > R_r. \tag{2.23}$$

Здесь, как и в (2.22), [X] – ближайшее большее целое число в интервале [2; 9].

Последующая процедура расчета – типовая: заполняется таблица попарных предпочтений (типа таблицы 2.1), по формуле (2.7) рассчитываются оценки показателей q_{js}, $s \in \overline{1, M}$, проверяется согласованность оценок по (2.8), при необходимости усредняются экспертные оценки (с помощью (2.9) – (2.12)).

В некоторых случаях, исходя из предшествующего опыта, известные значения показателей можно сопоставить с некоторым «классом качества», который характеризуется соответственно оценкой Q_j: 5 (отлично), 4 (хорошо), 3 (удовлетворительно), 2 (плохо) и 1 (очень плохо). Тогда переход к шкале оценок Саати производится следующим образом. Пусть s-й объект характеризуется классом качества Q_s, а r-й объект принадлежит к классу качества Q_r, где $Q_s, Q_r \in \overline{1, 5}$. Тогда коэффициент предпочтения s-объекта над r-м определяется по шкале Саати из выражения

$$d_{sr} = [9(Q_s - Q_r)/(5-1)],\ Q_s > Q_r. \qquad (2.24)$$

Здесь, как и ранее в (2.22) и (2.23), [X] – ближайшее большее целое число, которое в этом случае может иметь значения 3, 5, 7 и 9.

Если $Q_s<Q_r$, то соответственно δ_{sr}=l/3; 1/5; 1/7; 1/9. Если $Q_s \approx Q_r$, т. е. они принадлежат одному классу, то принимают δ_{sr} =2 или 1/2, так как всегда имеется некоторое различие между показателями соседних объектов. Только в очень редких случаях здесь принимают $\delta_{sr} = \delta_{rs} = 1$. Вместо (2.24) можно использовать рекомендуемые значения δ_{sr}, определенные для различных сочетаний классов качества сравниваемых показателей по таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Поддиапазоны показателя (свойства) P_{js} и P_{jr} и соответствующие им коэффициенты предпочтения δ_{rs}

		P_{js}				
		Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Плохо	Очень плохо
P_{jr}	Отлично	2 или 1/2	3	5	7	9
	Хорошо	1/3	2 или 1/2	3	5	7
	Удовлетворительно	1/5	1/3	2 или 1/2	3	5
	Плохо	1/7	1/5	1/3	2 или 1/2	3
	Очень плохо	1/9	1/7	1/5	1/3	2 или 1/2

После определения всех коэффициентов предпочтения следует типовая процедура определения оценок по шкале Саати, о которой говорилось выше.

2.2.5 Информационные технологии в расчетах уровня качества продукции

На первый взгляд кажется, что использование математических моделей, позволяющих получить формализованную (по известному алгоритму расчета) оценку обобщенного уровня качества любого вида продукции, открывает возможность достаточно быстрого и объективного получения результатов оценки.

На самом же деле процедура расчета уровня качества по рассматриваемому алгоритму оказывается существенно более сложной и продолжительной во времени, чем процедура обычного экспертного ранжирования. Этому «способствуют» следующие причины. Во-первых, отсутствует формальное обоснование преимущества какой-либо из применяемых математических моделей комплексирования показателей (см. формулы (2.15) – (2.19)) относительно друг друга, поэтому для повышения надежности оценок целесообразно расчет уровня качества проводить для каждой из них. Во-вторых, даже для физически измеряемых показателей возможны различные варианты нормирования – получения безразмерной оценки единичного показателя (см. формулы (2.2) – (2.5) и рисунки 2.1,а, 2.1,б), при этом каждый из них требует самостоятельного рассмотрения (в некоторых случаях приходится использовать субъективные предпочтения экспертов). В-третьих, для определения безразмерных оценок физически неизмеряемых показателей, а также для определения коэффициентов весомости (важности) разнородных единичных показателей (свойств) качества продукции друг относительно друга требуется в обязательном порядке использовать процедуры групповой экспертизы и решать связанные с ними проблемы оценки согласованности и корреляции мнений экспертов. В некоторых случаях оказывается целесообразным и физически измеряемые показатели трансформировать к безразмерным оценкам, используя типовые процедуры обработки экспертной информации.

Существенно уменьшить влияние указанных причин, ускорить выполнение процедур расчета, повысить наглядность вычислений, обеспечить сравнимость вариантов и т. п. можно, если использовать информационные компьютерные технологии. Программу расчетов в такой компьютеризированной системе можно построить на основе ряда типовых программ, например «Microsoft Excel». Структура программного обеспечения существенно зависит от выбранного алгоритма расчета оценки уровня качества. Наиболее простое построение программы оказывается в случае однозначного выбора определенной математической модели комплексирования оценок единичных показателей, определенного (одного из нескольких возможных) метода нормирования и расчета безразмерной оценки каждого показателя для всех видов продукции, однозначного варианта усреднения экспертных оценок в группе экспертов и т. д.

Значительно более сложной является программа исследовательского характера, которая позволяет всесторонне, по разным возможным алгоритмам провести расчет уровня качества нескольких видов однородной продукции и сделать за счет этого объективный вывод об их относительном уровне качества.

В качестве примера может быть рассмотрена компьютеризированная система оценки уровня качества продукции, которая реализована в БГУИР на кафедре метрологии и стандартизации при проведении деловой игры – лабораторной работы №2 «Исследование методов расчета уровня качества продукции с использованием математических моделей». Основные теоретические положения лабораторной работы базируются на материалах пунктов 2.2.1 – 2.2.4. Лабораторная работа носит исследовательский характер и предусматривает использование нескольких возможных алгоритмов расчета с целью их сравнения. Конкретное содержание и порядок выполнения работы с указанием всех промежуточных процедур, включая в том числе и содержание итогового отчета по работе, приведены ниже.

Для ускорения оформления отчета студенты имеют возможность скопировать промежуточные таблицы и расчетные формулы, заложенные в программном обеспечении работы, непосредственно из рабочего компьютера.

2.3 Содержание и порядок выполнения работы

1 Преподаватель составляет экспертные группы по 4 – 6 человек. Каждой из групп выдается задание к лабораторной работе, определяющее, с каким именно видом продукции будет работать группа. Как правило, это различные виды той или

иной однородной продукции, относящиеся к сложной бытовой технике, включая бытовую радиоаппаратуру и средства связи. Целесообразно, чтобы состав экспертных групп был таким же, как и при выполнении предыдущей лабораторной работы №1.

2 На рабочем столе найдите папку «КиСА» (Квалиметрия и системный анализ) и откройте ее. Запустите программу «Лабораторная работа №2». При загрузке программы не отключать макросы. Откройте закладку с типом продукции (телефоны, пылесосы, чайники, утюги). Страницы с образцами продукции располагаются последними. При этом на экране появятся варианты продукции и их основные показатели. Целесообразно, чтобы экспертная группа выбрала тот же тип продукции, что и при проведении предыдущей лабораторной работы №1. Это позволит в дальнейшем сравнить результаты экспертизы одной и той же группы продукции, которую выполняют одни и те же эксперты, но по разным процедурам (методикам), приведенным в описаниях лабораторных работ №1 и №2.

3 Отметьте «*» (звездочкой) в ячейках A7 – A16 выбранные показатели. Если число показателей велико (K > 7), то для экспертной обработки целесообразно оставить только наиболее важные. Для этого вернитесь в начало, выбрав в нижней части экрана закладку «Титульный лист» (рисунок 2.2, голубым цветом здесь выделены ячейки, в которые необходимо заносить информацию). Занесите в ячейку D12 число видов продукции M, в ячейку D13 – сокращенное число показателей K (не более 7), в D14 – число экспертов N и справа – их ФИО и № эксперта (экспертами (а) и (б) являются те, кто работает на данном рабочем месте), в D15 – число уровней шкалы (в данной лабораторной работе рекомендуется применять многоуровневую шкалу аналогично (2.6)).

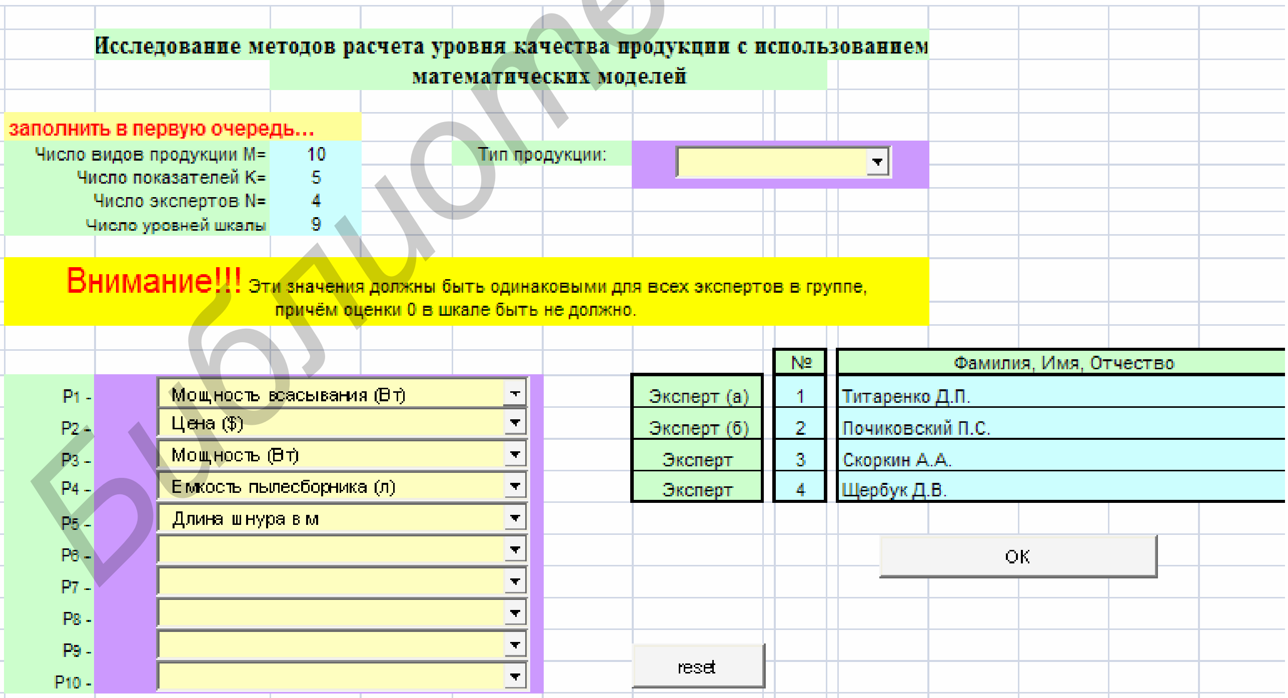


Рисунок 2.2 – Вид титульного листа лабораторной работы

Произведите выбор наиболее важных показателей из полного списка показателей, присвоив им соответствующий номер P_j, где $j \in \overline{1, K}$ (при выборе в качестве исследуемой группы продукции, например пылесосов, возможный набор показателей качества показан на рисунке 2.2). Для этого:

а) нажмите на флажок строки напротив параметра P_j;

б) в открывшемся списке показателей выберите показатель, соответствующий параметру P_j, и нажмите левой кнопкой мыши (повторите операцию для нужного количества показателей).

В результате получится таблица пронумерованных показателей. При ошибочном вводе данных нажмите клавишу «reset», которая приводит программу в первоначальное состояние.

Необходимо, чтобы в выбранном списке К важнейших показателей (достаточно $К \leq 5 – 6$) хотя бы один показатель был физически не измеряемым (характеризовал цвет, вкус, запах, дизайн, эргономичность, эстетичность, безопасность и т. п.). Кроме того, в этот список временно не включайте стоимостный показатель. Он будет использоваться на последнем этапе расчета при определении интегрального уровня качества.

4 Используя результаты предыдущей лабораторной работы №1, каждый эксперт выполняет ранжирование показателей, присваивая самому важному в выбранном списке ранг К, а остальным – соответственно ранги от К–1 до 1. Результаты ранжирования сводят в таблицу 2.5.

Таблица 2.5 – Результаты поэкспертного ранжирования показателей

	№	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
Эксперт (а)	1	R_{11}	R_{21}	R_{31}	R_{41}	R_{51}	R_{61}
Эксперт (б)	2	R_{12}	R_{22}	R_{32}	R_{42}	R_{52}	R_{62}
Эксперт	3	R_{13}	R_{23}	R_{33}	R_{43}	R_{53}	R_{63}
Эксперт	4	R_{14}	R_{24}	R_{34}	R_{44}	R_{54}	R_{64}

5 Откройте закладку «Предпочтения показателей», где оба эксперта (а) и (б) самостоятельно заполняют таблицы попарных предпочтений показателей, используя шкалу (2.6) и учитывая результаты таблицы 2.5. Пример отображения таблицы попарных предпочтений показателей эксперта (а) показан на рисунке 2.3.

Таблица 8 - Попарные предпочтения показателей эксперта (а)

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	αi
P1	1,00	3,00	3,00	8,00	9,00						0,463
P2	0,33	1,00	0,50	7,00	7,00						0,193
P3	0,33	2,00	1,00	8,00	8,00						0,269
P4	0,13	0,14	0,13	1,00	0,50						0,033
P5	0,11	0,14	0,13	2,00	1,00						0,042
P6						1,00					
P7							1,00				
P8								1,00			
P9									1,00		
P10										1,00	

ИС= 0,07 λmax= 5,29 Суждения эксперта (а) являются согласованными

СС= 1,12

ОС= 0,07

Мнение согласованно,если ОС< 0,1..0,2

Рисунок 2.3 – Примерный вид таблицы попарных предпочтений показателей эксперта (а)

В столбце a_{j}^{*} соответствующей таблицы приводятся рассчитанные величины коэффициентов весомости показателей по формуле (2.13). Под таблицами выводятся величины индекса согласованности (ИС) и отношения согласованности (ОС), а также коэффициент λ_{max}, рассчитываемые по формулам (2.8). По их величине можно судить, согласовано или не согласовано мнение эксперта (отображается в ячейке R6).

Результаты расчетов коэффициентов весомости показателей a_{jp}^{*} ($\mathrm{p} \in \overline{1,\mathrm{N}}$; N – число экспертов) для каждого эксперта сведите в таблицу 2.6 (она строится по тому же принципу, что и таблица 2.5, но вместо ранга важности показателя R_{jp} указывается величина коэффициента весомости a_{jp}^{*}).

Таблица 2.6 – Коэффициенты весомости показателей a_{jp}^{*} и a_{jp}^{**}

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
Эксперт (а)	$a_{11}^{*}(a_{11}^{**})$	$a_{21}^{*}(a_{21}^{**})$	$a_{31}^{*}(a_{31}^{**})$	$a_{41}^{*}(a_{41}^{**})$	$a_{51}^{*}(a_{51}^{**})$	$a_{61}^{*}(a_{61}^{**})$
Эксперт (б)	$a_{12}^{*}(a_{12}^{**})$	$a_{22}^{*}(a_{22}^{**})$	$a_{32}^{*}(a_{32}^{**})$	$a_{42}^{*}(a_{42}^{**})$	$a_{52}^{*}(a_{52}^{**})$	$a_{62}^{*}(a_{62}^{**})$
Эксперт	$a_{13}^{*}(a_{13}^{**})$	$a_{23}^{*}(a_{23}^{**})$	$a_{33}^{*}(a_{33}^{**})$	$a_{43}^{*}(a_{43}^{**})$	$a_{53}^{*}(a_{53}^{**})$	$a_{63}^{*}(a_{63}^{**})$
Эксперт	$a_{14}^{*}(a_{14}^{**})$	$a_{24}^{*}(a_{24}^{**})$	$a_{34}^{*}(a_{34}^{**})$	$a_{44}^{*}(a_{44}^{**})$	$a_{54}^{*}(a_{54}^{**})$	$a_{64}^{*}(a_{64}^{**})$
a_{jcp}^{*}	$a_{1\mathrm{cp}}^{*}$	$a_{2\mathrm{cp}}^{*}$	$a_{3\mathrm{cp}}^{*}$	$a_{4\mathrm{cp}}^{*}$	$a_{5\mathrm{cp}}^{*}$	$a_{6\mathrm{cp}}^{*}$
a_{jcp}^{**}	$a_{1\mathrm{cp}}^{**}$	$a_{2\mathrm{cp}}^{**}$	$a_{3\mathrm{cp}}^{**}$	$a_{4\mathrm{cp}}^{**}$	$a_{5\mathrm{cp}}^{**}$	$a_{6\mathrm{cp}}^{**}$

6 Повторите процедуру по пункту 5, но теперь коэффициенты предпочтения между показателями определите на основании выражения (2.23). Предварительно каждый эксперт назначает свой максимальный коэффициент предпочтения $\delta_{max}=T_{\alpha p}$ для показателя с рангом К относительно показателя с рангом 1 (см. таблицу 2.5). Коэффициенты предпочтения остальных показателей рассчитывают по (2.23) с учетом того, что $\delta_{sr} = 1/\delta_{rs}$. Результаты расчетов a_{jp}^{**} сведите в таблицу, которая аналогична таблице 2.6. Сравните результаты расчета a_{jp} (a_{jp}^{*} и a_{jp}^{**}) по этим двум процедурам и рассчитайте максимальную относительную погрешность определения коэффициентов весомостей второй процедуры относительно первой.

7 Откройте закладку «P1», где каждый эксперт заполняет таблицы попарных субъективных предпочтений видов продукции по показателю P_j = P1. Величина $q_{js} = q_{1s}^{*}$ рассчитывается автоматически по формуле (2.7). Величины ИС, ОС и λ_{max} рассчитываются аналогично пункту 5. Результаты расчетов q_{1sp}^{*}, $\mathrm{p} \in \overline{1,\mathrm{N}}$, $\mathrm{s} \in \overline{1,\mathrm{M}}$ сведите в таблицу 2.7.

8 Если показатель P1 является физически измеряемой величиной, целесообразно повторить процедуру расчета оценки q_{1s}, но теперь коэффициент предпочтения δ_{sr} продукции Π_s относительно продукции Π_r по показателю P1 следует определять не субъективно, а на основании выражения (2.22). Единствен-

ным субъективным параметром в этом случае является максимальный коэффициент предпочтения $\delta_{max\ p} = T_{1p}$, который задает p-й эксперт при сравнении двух видов продукции, имеющих наибольшее и наименьшее значение показателя P1 в исследуемой группе. Результаты расчета $q^{*}_{1s\ p}$ сведите в таблицу типа таблицы 2.7. Сравните результаты расчета q_{1s} ($q^{*}_{1s\ p}$ и $q^{**}_{1s\ p}$) и рассчитайте максимальную относительную погрешность определения оценок q_{1s} для всех $s \in \overline{1,M}$.

Таблица 2.7 – Экспертные оценки q_{js} продукции $П_s$ по показателю P_j = P1

	$П_1$	$П_2$	…	$П_S$	…	$П_M$
Эксперт (а)	$q^{*}_{j11}(q^{**}_{j11})$	$q^{*}_{j21}(q^{**}_{j21})$	…	$q^{*}_{js1}(q^{**}_{js1})$	…	$q^{*}_{jM1}(q^{**}_{jM1})$
Эксперт (б)	$q^{*}_{j12}(q^{**}_{j12})$	$q^{*}_{j22}(q^{**}_{j22})$	…	$q^{*}_{js2}(q^{**}_{js2})$	…	$q^{*}_{jM2}(q^{**}_{jM2})$
Эксперт (3)	$q^{*}_{j13}(q^{**}_{j13})$	$q^{*}_{j23}(q^{**}_{j23})$	…	$q^{*}_{js3}(q^{**}_{js3})$	…	$q^{*}_{jM3}(q^{**}_{jM3})$
Эксперт (4)	$q^{*}_{j14}(q^{**}_{j14})$	$q^{*}_{j24}(q^{**}_{j24})$	…	$q^{*}_{js4}(q^{**}_{js4})$	…	$q^{*}_{jM4}(q^{**}_{jM4})$
$q^{*}_{js\ ср}$	$q^{*}_{j1\ ср}$	$q^{*}_{j2\ ср}$	…	$q^{*}_{js\ ср}$	…	$q^{*}_{jM\ ср}$
$q^{**}_{js\ ср}$	$q^{**}_{j1\ ср}$	$q^{**}_{j2\ ср}$	…	$q^{**}_{js\ ср}$	…	$q^{**}_{jM\ ср}$

9 Откройте поочередно закладки «Р2»…«Р5» и выполните операции, описанные в пунктах 7 и 8. Для каждого показателя результаты сведите в свою таблицу типа таблицы 2.7.

10 Откройте закладку «Групповые предпочтения показателей» для вычисления усредненных по группе экспертов значений коэффициентов весомости показателей $a^{*}_{j\,ср}$. Вычисления производятся с использованием шкалы Саати (2.6), в которой усредненные по группе коэффициенты предпочтения $\delta_{sr\ ср}$ определяются по формуле (2.12). Таблица попарных групповых предпочтений экспертов (а) и (б) заполняется автоматически, а таблица предпочтений всей группы формируется вручную, исходя из данных, полученных двумя другими экспертами данной группы (работающими за соседним компьютером). Примерный вид таблицы групповых предпочтений показан на рисунке 2.4. Величины ИС, ОС и λ_{max} рассчитываются аналогично пункту 5. Результаты расчетов $a^{*}_{j\,ср}$ сведите в соответствующую строку в таблицу 2.6.

11 Определите групповые оценки коэффициентов весомости показателей $a^{**}_{j\,ср}$, используя другой вариант усреднения, а именно как среднее арифметическое коэффициентов весомости показателей $a^{*}_{j\,p}$, определенных каждым p-м экспертом в пункте 5. Используйте при этом формулы типа (2.9), (2.10). Результаты расчетов $a^{**}_{j\,ср}$ занесите в отдельную строку таблицы 2.6. Определите максимальную относительную погрешность расчета усредненных коэффициентов весомости по пунктам 10 и 11.

Таблица 11 - Попарные групповые предпочтения показателей всех экспертов групп

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	α*i	
P1	1	3	2,632	7,544	6,853						0,461	*
P2	0,331	1	1,8	6,852	5,207						0,255	*
P3	0,38	0,555	1	4,899	2,991						0,174	*
P4	0,133	0,146	0,204	1	0,241						0,034	*
P5	0,146	0,237	0,334	4,141	1						0,075	*
P6						1						
P7							1					
P8								1				
P9									1			
P10										1		

ИС= 0,07	λmax= 5,29	Суждения экспертов являются согласованными	количес
СС= 1,12			
ОС= 0,06			

Мнение согласованно,если ОС< 0,1..0,2

Рисунок 2.4 – Примерный вид таблицы групповых предпочтений показателей

12 Поочередно открывая закладки «Гр по Р1»…«Гр по Р5» и используя соответствующие материалы по пунктам 7 – 9, все эксперты группы совместно заполняют таблицы попарных групповых предпочтений видов продукции с вычислением усредненной по группе оценки j-го показателя s-й продукции $q^{*}_{js\ cp}$ для каждого показателя. Процедура расчетов и оформления результатов аналогична пункту 10. Величины ИС, ОС и λ_{max} рассчитываются аналогично пункту 5. Результаты расчетов $q^{*}_{js\ cp}$ по каждому показателю P_j сведите в соответствующую строку таблицы типа таблицы 2.7.

13 Проведите групповое усреднение оценок показателей $q^{**}_{js\ cp}$, используя оценки $q^{*}_{js\ p}$ по пункту 7 (или 9) и методику, аналогичную пункту 11. Результаты сведите в соответствующую строку таблицы типа таблицы 2.7 по каждому показателю P_j. Сравните с результатами по пункту 12.

14 Откройте закладку «Оценка». В таблице 2.8 записываются комплексные (средневзвешенные) оценки уровня качества для видов продукции, вычисляемые автоматически с использованием формул (2.15), (2.16) – (2.19).

Таблица 2.8 – Комплексные (средневзвешенные) оценки уровня качества продукции

	П1	П2	…	$П_S$	…	$П_M$	Формула
Q_1	Q_{11}	Q_{12}	…	Q_{1S}	…	Q_{1M}	(2.15)
Q_2	Q_{12}	Q_{22}	…	Q_{2S}	…	Q_{2M}	(2.16)
…	…	…	…	…	…	…	…
Q_5	Q_{51}	Q_{52}	…	Q_{5S}	…	Q_{5M}	(2.19)

В таблицу 2.9 необходимо ввести себестоимость (или цену) каждого вида продукции и после этого автоматически заполняются таблицы 2.9 и 2.10, где рассчитываются нормированные стоимостные оценки q_{cs} и интегральные уровни качества продукции $I_{is} = Q_{is} / q_{cs}$, $i \in \overline{1,5}$ (по формуле (2.21,а)).

Таблица 2.9 – Себестоимость продукции

	П1	П2	…	$П_S$	…	$П_M$	Формула
C	C_1	C_2	…	C_S	…	C_M	
q_C	q_{C1}	q_{C2}	…	q_{CS}	…	q_{CM}	(2.21,a)

Таблица 2.10 – Интегральные уровни качества продукции

	П1	П2	…	$П_S$	…	$П_M$	Формула
I_1	I_{11}	I_{12}	…	I_{1S}	…	I_{1M}	(2.21,a)
…	…	…	…	…	…	…	(2.21,a)
I_5	I_{51}	…	…	I_{5S}	…	I_{5M}	(2.21,a)

15 Для каждого варианта расчета произведите нормирование оценок, приняв оценку лучшего типа продукции за 100. Для этого откройте закладку «Нормированные оценки». В таблицы 2.11, 2.12 записываются результаты автоматически по данным пункта 14. Расчет нормированных оценок проводится по формулам

$$Q_{is\ н} = 100 \cdot Q_{is} \Big/ \max_s Q_{is}; \ \ I_{is\ н} = 100 \cdot I_{is} \Big/ \max_s I_{is}; \ \ i \in \overline{1,5}; s \in \overline{1,M}.$$

Произведите сравнение полученных результатов.

Таблица 2.11– Нормированные оценки комплексного уровня качества

	П1	П2	…	$П_S$	…	$П_M$
Q_{1H}	Q_{11H}	…	…	Q_{1SH}	…	Q_{1MH}
…	…	…	…	…	…	…
Q_{5H}	Q_{51H}	…	…	Q_{5SH}	…	Q_{5MH}

Таблица 2.12 – Нормированные оценки интегрального уровня качества продукции

	П1	П2	…	$П_S$	…	$П_M$
I_{1H}	I_{11H}	I_{12H}		I_{1SH}		I_{1MH}
…	…	…	…	…	…	…
I_{5H}	I_{51H}	I_{52H}		I_{5SH}		I_{5MH}

2.4 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1 Описание типов однородной продукции и характеристики принимаемых во внимание показателей качества.

2 Результаты расчетов коэффициентов весомости отдельных показателей качества на основании экспертных оценок попарных предпочтений при использовании многоуровневой шкалы предпочтений для отдельных экспертов и по группе в целом (с учетом и без учета предварительного ранжирования, а также для двух вариантов группового усреднения).

3 Результаты расчетов оценок отдельных показателей качества для разных видов продукции с использованием экспертных оценок предпочтения и матема-

тических моделей оценок вида (2.22) – (2.23), которые получены каждым экспертом и усреднены по группе с помощью двух процедур усреднения.

4 Результаты расчетов комплексного уровня качества продукции Q_{is} для разных видов ММ, сведенные в итоговые таблицы $Q_{is} = \varphi_i(s)$, $s \in \overline{1,M}$, $i \in \overline{1,L}$; L – число вариантов математической модели комплексирования.

5 Результаты расчетов интегрального уровня качества продукции I_{is} для разных видов продукции и нескольких видов ММ, сведенные в итоговые таблицы $I_{is} = \varphi_i(s)$.

6 Результаты нормирования оценок качества видов продукции для разных видов ММ, сведенные в итоговые таблицы и графики $Q_{is\ н} = \varphi(s)$ и $I_{is\ н} = \varphi(s)$.

7 Выводы по работе, в частности, выводы по сходимости результатов расчета, выполненного по разным ММ и вариантам группового усреднения, выводы о влиянии стоимостных показателей и др.

2.5 Контрольные вопросы

1 Каким образом можно рассчитать оценку j-го показателя s-го вида продукции, если этот показатель может быть физически измерен?

2 Каким образом рассчитывают оценки физически измеряемых показателей с учетом ограниченной области допустимых значений?

3 Какие показатели не могут быть измерены объективно?

4 Какие шкалы измерений используют при субъективной оценке показателя качества?

5 Какая субъективная информация требуется от эксперта для расчета оценки отдельного показателя качества при использовании трёхуровневой шкалы измерения?

6 Какая субъективная информация требуется от эксперта для расчета оценки отдельного показателя качества при использовании девятиуровневой шкалы измерения (шкалы Саати)?

7 Каким образом выполняется расчет оценки показателя при использовании трехуровневой шкалы измерений?

8 Каким образом выполняется расчет оценки показателя при использовании девятиуровневой шкалы измерений (шкалы Саати)?

9 Как проверяется непротиворечивость мнения эксперта при оценке показателя по шкале Саати?

10 Как определяется групповая оценка показателя и согласованность экспертных оценок в группе?

11 Каким образом рассчитываются коэффициенты весомости разнородных показателей качества?

12 Возможно ли физическое (объективное) измерение весомости разнородных показателей качества?

13 Что такое комплексная оценка уровня качества продукции?

14 Какие варианты комплексных оценок уровня качества применяют в практической квалиметрии?

15 Как рассчитывается комплексная оценка продукции, если отдельные показатели измеряются физически (объективно), а другие – только субъективно?

16 Как рассчитывается комплексная оценка продукции, если отдельные показатели определены по шкале порядка (рангов), а другие – по многоуровневой шкале Саати?

17 Что такое интегральный уровень качества продукции?

Литература

1 Кириллов, В. И. Квалиметрия и системный анализ : учеб. пособие / В. И. Кириллов. – Минск : Новое знание, 2009.

2 Электронный учебно-методический комплекс по дисциплине «Квалиметрия и системный анализ». – Режим доступа: http: // library.bsuir.by/index.jsp

3 Азгальдов, Г. Г. Квалиметрия и практика оценки качества товаров (основы квалиметрии) : учеб. пособие / Г. Г. Азгальдов. – М. : Экономика, 1982.

4 Федюкин, В. К. Основы квалиметрии. Управление качеством продукции : учеб. пособие / В. К. Федюкин. – М. : Филинъ, 2004. – 296 с.

5 Шишкин, И. Ф. Метрология, стандартизация и управление качеством : учебник / И. Ф. Шишкин ; под ред. акад. Н. С. Соломенко – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 342 с.

6 Саати, Т. Аналитическое планирование. Организация систем : пер. с англ. / Т. Саати, К. Кернс. – М. : Радио и связь, 1991. – 224 с.

7 Кириллов, В. И. Применение методов квалиметрии для оценки качества учебно-методической литературы / В. И. Кириллов, О. В. Германович // Вышэйшая школа. – 2005. – №3. – С.72-78.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ И РИСКА

3.1 Цель работы:

– ознакомиться с понятиями риска и неопределённости при решении задач оптимизации;

– ознакомиться с особенностями составления математической модели (ММ) принятия решения в условиях риска и неопределённости;

– составить ММ поставленной задачи и найти оптимальное решение целевой функции;

– выбрать оптимальное решение на основе нескольких критериев оптимальности.

3.2 Основные теоретические положения

3.2.1 Общие сведения

В зависимости от полноты информации об условиях принятия решения и его возможных последствиях выделяют следующие виды задач принятия решений:

– принятие решений в условиях определенности: при выборе решения точно известны результаты реализации выбранного решения;

– принятие решений в условиях риска и неопределенности: результаты реализации решения заранее точно не известны.

Под неопределенностью понимается неполнота или неточность информации о внешних условиях, влияющих на эффективность решения. Под внешними условиями здесь понимаются любые факторы, на которые не может влиять лицо, принимающее решения (или возможность такого влияния ограничена): цены на используемые в производстве материалы, природно-климатические условия и т. д. Причиной неопределенности может быть недоступность некоторой информации либо какая-нибудь непредсказуемость.

Так как заранее точно не известны условия реализации решения, то не могут быть заранее известны и результаты решения.

Под риском понимается возможность каких-либо неблагоприятных последствий принятого решения: потери ресурсов, недополучение прибыли, возникновения дополнительных расходов, несвоевременное выполнение работ и т. д.

Наиболее полно понятие «риск» отражает следующее определение:

– **риск** – это деятельность, связанная с преодолением неопределенности в ситуации неизбежного выбора, в процессе которой имеется возможность количественно и качественно оценить вероятность предполагаемого результата, неудачи и отклонения от цели.

Задачи принятия решений в условиях риска классифицируются следующим образом:

а) по степени информированности о внешних условиях:

1) задачи, в которых для каждого варианта внешних условий можно найти вероятность его реализации;

2) задачи, в которых есть лишь общие предположения о внешних условиях;

3) задачи принятия решений в условиях противодействия;

б) от требования к виду решения:

1) задачи с выбором единственного решения;

2) задачи с выбором комбинаций решений.

Существует несколько способов снижения риска. Эти способы могут быть направлены:

1) на компенсацию потерь, связанных с рискованными решениями;
2) на ограничение величины таких потерь;
3) на снижение их вероятности.

Основные способы снижения риска следующие:

– **диверсификация** – выбор комбинации из нескольких решений. В этом случае можно рассчитывать, что если какое-либо из решений окажется неэффективным, то связанные с этим потери будут компенсированы за счет других решений. Пример использования этого способа снижения риска – выпуск нескольких видов продукции в условиях, когда спрос на продукцию не гарантирован. В этом случае можно рассчитывать, что хотя бы некоторые виды продукции будут пользоваться спросом;

– **получение дополнительной информации**. Примеры: дополнительные исследования рынка сбыта до начала выпуска новой продукции, проверка состояния предприятия. Как правило, получение дополнительной информации требует затрат;

– **лимитирование** – установление предельных величин расходов (денежных, материальных и других ресурсов) на реализацию рискованных решений.

Так как эффективность решения зависит не только от самого решения, но и от состояния внешних условий, при принятии решения необходимо учитывать, какие варианты внешних условий более вероятны. Как правило, точно рассчитать вероятность вариантов внешних условий невозможно.

Принятие решений в условиях риска включает следующие основные этапы:

1) качественный анализ – определение источников риска и стадий реализации решений, на которых возможен риск;
2) количественный анализ – оценка степени риска и выбор решения.

Операции, выполняемые в условиях риска, называются вероятностными. Однозначность соответствия между альтернативами (вариантами решения, выбираемой системы построения и т. п.) и исходами (результатами применения решения) в вероятностных операциях нарушается. Это означает, что каждой системе (альтернативе) I_i ставится в соответствие не один, а множество исходов $\{y_k\}$ с известными условными вероятностями появления $p\left(y_k/I_i\right)$. Например, из-за ограниченной надежности некоторого сетевого оборудования I_i

время передачи сообщения y_i может меняться случайным образом по известному закону. Очевидно, оценивать системы в операциях данного типа так, как в детерминированных операциях, нельзя.

Эффективность систем в вероятностных операциях, как правило, находится через математическое ожидание некоторой функции полезности (целевой функции) на множестве исходов $K(I_i) = M_i[F(y)]$.

Критерий оптимальности для вероятностных операций имеет вид

$$K(I_i) = \max_{I_i} M_i[F(y)] \quad (i = 1, \ldots, m), \tag{3.1}$$

где m – общее количество возможных альтернатив (систем).

В соответствии с этим критерием оптимальной системой в условиях риска считается та система I_i, которая обеспечивает максимальное значение математического ожидания функции полезности (целевой функции) на множестве исходов операции. Принятие решения (альтернативы) в таких условиях называют также выбором решения **по критерию Байеса** (или **байесовского риска**).

Оценка систем в условиях вероятностной операции – это оценка «в среднем», поэтому ей присущи все недостатки такого подхода, главный из которых заключается в том, что не исключен случай выбора неоптимальной системы (решения) для конкретной реализации операции. Однако если операция будет многократно повторяться, то оптимальная в среднем система приведет к наибольшему успеху.

Кроме оптимизации «в среднем» (по критерию (1)) **в вероятностных** операциях используются и другие критерии оценки систем:

– максимум вероятности случайного события;

– максимум степени вероятностной гарантии достижения результата не ниже требуемого уровня;

– минимум среднего квадрата уклонения результата от требуемого;

– минимум дисперсии результата;

– максимум вероятностно-гарантированного результата;

– минимум среднего (байесовского) риска (минимум средних потерь) и др.

Специфические черты организационно-технических систем часто не позволяют свести операции, проводимые этими системами, к детерминированным или вероятностным.

В **неопределенной операции** могут быть известны множество состояний обстановки и эффективность систем для каждой из них, но нет данных, с какой вероятностью может появиться то или иное состояние.

В зависимости от характера неопределенности операции могут делиться на игровые и статистически неопределенные. В **игровых операциях** неопределенность вносит своими сознательными действиями противник. Для исследования игровых операций используется **теория игр**. Условия **статистически неопределенных** операций зависят от объективной действительности, называемой **природой**. Природа рассматривается как незаинтересованная, безразличная к операции сторона (она пассивна по отношению к лицу, принимающему решение). Такие операции могут исследоваться с применением **теории статистических решений**.

Если операция, проводимая системой, уникальна, то для разрешения неопределенности при оценке систем используются субъективные предпочтения ЛПР. По этой причине единого критерия оценки эффективности для неопределенных операций не существует. Разработаны лишь общие требования к критериям и процедурам оценки и выбора оптимальных систем. Основными требованиями являются:

1) оптимальное решение не должно меняться с перестановкой строк и столбцов матрицы эффективности*;

2) оптимальное решение не должно меняться при добавлении тождественной строки или тождественного столбца к матрице эффективности;

3) оптимальное решение не должно меняться от добавления постоянного числа к значению каждого элемента матрицы эффективности;

4) оптимальное решение не должно становиться неоптимальным, а неоптимальное оптимальным в случае добавления новых систем (вариантов), среди которых нет ни одной более эффективной системы;

5) если системы (решения) I_i и I_j оптимальны, то вероятностная смесь этих систем (решений) тоже должна быть оптимальна.

Как правило, в задачах принятия решений в условиях неопределённости и риска считают известным:

1) число возможных решений (вариантов, систем, проектов) N, которые являются альтернативными друг другу и из которых нужно выбрать одно (обозначим эти варианты как $I_1, I_2,..., I_i,..., I_N$, $i \in 1, N$);

2) число возможных влияющих факторов (например состояний природы) L_i, которые определяют эффективность применения (выбора) i-го решения, а также соответствующие им вероятности появления этих факторов S_{ji}, где $j \in \overline{1, L_i}$; при этом, очевидно, справедливо

$$\sum_{j=1}^{L_i} S_{ji} = 1{,}0 \text{ для всех } i \in \overline{1, N}. \quad (3.2)$$

Здесь имеется в виду, что для разных альтернатив число влияющих факторов может быть различно.

Для удобства написания исходных данных принимают число состояний, равным $L = \max L_i, i \in 1, N$, тогда вместо (3.2) имеем

$$\sum_{j=1}^{L} S_{ji} = 1{,}0, \text{ причём } S_{ji} = 0 \text{ для } j \in [L_i, L]; \quad (3.3)$$

3) значения выбранной функции полезности (выигрыша или проигрыша) от использования (выбора) i-го решения в условиях действия j-го «природного» фактора a_{ij}.

---

* Понятие «матрица эффективности» поясняется ниже.

Исходные данные обычно записывают в виде так называемой **матрицы выигрышей**, представляемой в виде таблицы 3.1, в которой кроме значений a_{ij} (здесь a_{ij} – величина выигрыша – исхода в случае принятия альтернативы I_i в условиях действия j-го влияющего фактора) указывают также и соответствующие им вероятности состояний природы S_{ij}, $i \in \overline{1,N}$, $j = \overline{1,L}$. В частном случае, когда $S_{1j} = S_{2j} = ... = S_{Nj} = S_j$, значения вероятностей состояний природы S_j размещают над соответствующим столбцом матрицы (3.4). Если вероятности состояний природы неизвестны заранее, вместо S_j приводят обозначение соответствующего состояния природы Q_j.

Таблица 3.1 – Типовая запись матрицы выигрышей

I_1	$a_{11}S_{11}$	$a_{12}S_{12}$	…	$a_{1j}S_{1j}$	…	$a_{1L}S_{1L}$
I_2	$a_{21}S_{21}$	$a_{22}S_{22}$	…	$a_{2j}S_{2j}$	…	$a_{2L}S_{2L}$
…	…	…	…	…	…	…
I_i	$a_{i1}S_{i1}$	$a_{i2}S_{i2}$	…	$a_{ij}S_{ij}$	…	$a_{iL}S_{iL}$
…	…	…	…	…	…	…
I_N	$a_{N1}S_{N1}$	$a_{N2}S_{N2}$	…	$a_{Nj}S_{Nj}$	…	$a_{NL}S_{NL}$

(3.4)

Отметим, что в матрице выигрышей значения a_{ij} могут быть как положительными, так и отрицательными. В последнем случае это означает, что решение I_i при условии Q_j приносит убытки.

3.2.2 Формализованные критерии эффективности рискованных решений

В зависимости от характера предпочтений ЛПР наиболее часто в неопределенных операциях используются следующие критерии эффективности:

– среднего выигрыша;
– среднего арифметического (Лапласа);
– осторожного наблюдателя (Вальда);
– максимакса;
– пессимизма-оптимизма (Гурвица);
– минимального риска (Сэвиджа);
– среднего риска;
– взвешенного выигрыша;
– взвешенного риска (проигрыша).

Эти критерии имеют следующий смысл.

1 **Критерий среднего выигрыша** (или Байеса, по фамилии автора) предполагает расчёт среднего оптимального выигрыша (математического ожидания выигрыша) каждой i-й альтернативы по всем j-м состояниям природы:

$$B(I_i) = \sum_{j=1}^{L} a_{ij}S_{ij}. \qquad (3.5)$$

Оптимальным считается тот k-й вариант $(k \in 1, N)$, для которого средний выигрыш – максимальный:

$$B(I_k) = \max \sum\nolimits_{j=1}^{L} a_{ij} S_{ij} \text{ для всех } i \in \overline{1, N}. \tag{3.6}$$

2 **Критерий среднего арифметического** (или Лапласа, по фамилии автора) используется в условиях, когда о вероятности того или иного состояния обстановки (природы), при котором выполняется то или иное решение, ничего не известно. В этом случае все возможные состояния природы считают равновероятными. Тогда на основании (3.2) и (3.3) имеем

$$\text{для } 1 < j < L_i : S_{ij} = 1/L_i, \text{ для } (L_i + 1) < j < L : S_{ij} = 0. \tag{3.7}$$

Эти значения S_{ij} подставляются в матрицу (3.4), а затем используется критерий (3.6).

3 **Критерий осторожного наблюдателя** (или Вальда, по фамилии автора), или максиминный критерий. Ориентирован на получение такого решения, которое обеспечивает максимальный выигрыш при наихудших условиях. Для этого в каждой i-й строке матрицы (3.4) находится минимальный выигрыш a_{ij} для $j \in 1, L_i$, т.е. по всем состояниям обстановки:

$$B(I_i) = \min a_{ij}, \quad j \in \overline{1, L_i}, \; i \in \overline{1, N}. \tag{3.8}$$

Оптимальным считается тот k-й вариант альтернативы $I_k (k \in \overline{1, N})$, для которого

$$B(I_k) = \max B(I_i) = \max \min a_{ij}, \; i \in \overline{1, N}. \tag{3.9}$$

Максиминный критерий не содержит элементов риска: при любых состояниях «природы» и выбранном k-м виде решения (системы, проекта и т.п.) выигрыш от использования решения будет не хуже найденного максимина (3.9).

4 **Критерий максимакса** («восторженного, или крайнего оптимиста») ориентирован на выбор такого решения, которое обеспечивает лучший результат для наилучших состояний обстановки. Для этого в каждой i-й строке матрицы (3.4) находят максимальный выигрыш:

$$B(I_i) = \max a_{ij}, \quad i \in \overline{1, N}, \; j \in \overline{1, L_i} \tag{3.10}$$

а затем выбирают тот k-й вариант решения I_k, для которого этот максимально возможный выигрыш – максимален:

$$B(I_k) = \max \max a_{ij}, \quad i \in \overline{1, N}, \; j \in \overline{1, L_i}. \tag{3.11}$$

Критерий максимакса, естественно, самый рискованный для лица, принимающего решение (ЛПР). Вероятность риска – того, что планируемый максимальный результат a_{kj} не будет достигнут, равна $(1-S_{kj})$.

5 **Критерий пессимизма-оптимизма** (или Гурвица, по фамилии автора), или критерий обобщённого максимума ориентирован на принятие промежуточного решения (не крайняя осторожность, но и не безрассудный азарт), при котором «взвешиваются» наихудшие и наилучшие выигрыши, обеспечиваемые каждым i-м вариантом решения I_i. Для этого вводится **коэффициент оптимизма** α $(0<\alpha<1{,}0)$, который характеризует отношение к риску ЛПР, и определяется «компромиссный» выигрыш от использования i-го варианта:

$$B(I_i)=\alpha\cdot\max a_{ij}+(1-\alpha)\min a_{ij},\ i\in\overline{1,N},\ j\in\overline{1,L_i}, \tag{3.12}$$

где значения $\max a_{ij}$ и $\min a_{ij}$ берутся для i-й строки матрицы (3.4).

Оптимальным считается то k-е решение I_k, для которого компромиссный выигрыш (3.12) максимален:

$$B(I_k)=\max[\alpha\max a_{ij}+(1-\alpha)\min a_{ij}],\ i\in\overline{1,N},\ j\in\overline{1,L_i},\ \alpha\in[0{,}1]=\text{const}. \tag{3.13}$$

Из (3.12) и (3.13) видно, что при α = 0 критерий Гурвица сводится к критерию максимина, а при α = 1 – максимакса.

Значение α определяет ЛПР (или экспертная группа). Чем опаснее оцениваемая ситуация (обстановка), тем ближе к нулю следует выбирать значение α, чтобы гарантировать наибольший из минимальных выигрышей. На практике применяют $a = 0{,}3-0{,}7$.

6 **Критерий минимального риска** (или Сэвиджа, по фамилии автора) ориентирован на выбор варианта, для которого минимальны потери выигрыша при наихудших условиях (эти потери в литературе также называют «сожалением» о неиспользованных возможностях). С этой целью матрица выигрышей (3.4) преобразуется в матрицу потерь (риска) той же размерности, где каждый элемент a_{ij} заменяется на элемент b_{ij}, равный

$$b_{ij}=\max_i a_{ij}-a_{ij}, \tag{3.14}$$

где $\max\limits_i a_{ij}$ – максимальный элемент в j-м столбце матрицы выигрышей (3.4):

$$\max_i a_{ij}=a_{j\max}\ \text{для всех}\ i\in\overline{1,N}\ \text{при}\ j=\text{const}.$$

Очевидно, $a_{j\,max}$ – это максимально возможный выигрыш для j-го состояния природы. Соответственно b_{ij} – это как бы недополученный эффект (потери) при выборе варианта I_i в условиях S_j.

После преобразования матрицы используется критерий **минимакса** (не максимина!), т. е. сначала определяется максимальный риск (потери) для каждого i-го варианта:

$$П(I_i) = \max b_{ij},\ i \in \overline{1,N},\ j \in \overline{1,L_i}, \tag{3.15}$$

а затем ищется оптимальный вариант I_k, для которого эти потери минимальны:

$$П(I_k) = \min \max b_{ij},\ i \in \overline{1,N},\ j \in \overline{1,L_i}. \tag{3.16,а}$$

Критерий минимакса Сэвиджа так же, как и критерий максимина Вальда, не содержит элементов риска: при любых состояниях природы потери (риск, проигрыш) будут не более найденных по (3.16,а).

При использовании матрицы рисков $\|b_{ij}\|$ и отсутствии сведений о вероятности S_j состояния «природы» Q_j может быть использован также критерий пессимизма-оптимизма Гурвица, который по аналогии с (3.12) определяет компромиссный проигрыш от использования каждой альтернативы I_i в виде

$$П(I_i) = (1 - \alpha) \cdot \max b_{ij} + \alpha \min b_{ij},\ i \in \overline{1,N},\ j \in \overline{1,L}.$$

Здесь, как и в (3.12), α – коэффициент оптимизма Гурвица; 0 ≤ α ≤ 1,0. Оптимальным считается то k-е решение I_k, для которого компромиссный проигрыш минимален:

$$П(I_k) = \min[(1 - \alpha)\max b_{ij} + \alpha \min b_{ij}]. \tag{3.16,б}$$

Из (3.16,б) следует, что при α = 0 (крайняя осторожность ЛПР) критерий Гурвица сводится к критерию минимакса Сэвиджа, а при α = 1,0 (крайний оптимизм) – к критерию **минимина**.

7 **Критерий среднего риска** предполагает расчёт среднего риска каждого варианта I_i по всем состояниям природы:

$$П(I_k) = \sum_{j=1}^{L} b_{ij} S_{ij},\ i \in \overline{1,N},\ j \in \overline{1,L_i}. \tag{3.17}$$

Оптимальный вариант I_k – тот, для которого средний риск минимален:

$$П(I_k) = \min \sum b_{ij} S_{ij} \text{ для всех } i \in \overline{1,N}. \tag{3.18}$$

Можно показать, что применение критериев среднего выигрыша (3.6) и среднего риска (потерь, проигрыша) (3.18) при одних и тех же исходных данных приводит к одному и тому же результату: выбору одного и того же варианта решения (альтернативы). Действительно, на основании (3.5), (3.17) и (3.14) имеем

$$B(I_i) + П(I_i) = \sum_{j=1}^{L} S_{ij}(a_{ij} + b_{ij}) = \sum_{j=1}^{L} S_{ij} \max a_{ij} = \text{const}.$$

Следовательно, если $B(I_i)$ обращается в максимум, то $П(I_i)$ принимает минимальное значение.

Для ситуаций, когда отсутствует информация о вероятности того или иного состояния «природы», критерий (3.18) применяется с учётом условий (3.2) и (3.3). В этом случае он вырождается в критерий минимума **среднего арифметического риска** (аналог критерия Лапласа для матрицы проигрышей).

8 **Критерий взвешенного выигрыша** предполагает совместный учет двух факторов: среднего выигрыша (критерий Байеса), который получается при многократном повторении i-й альтернативы I_i, и среднего квадратического отклонения выигрыша от среднего $\sigma B(I_i)$. Последний с учетом обозначений (3.5) определяется в виде

$$\sigma B(I_i) = \left[\sum_{j=1}^{L} S_{ij}\left(a_{ij} - B(I_i)\right)^2\right]^{0,5}, \quad i \in \overline{1, N}. \tag{3.19}$$

Взвешенный выигрыш определяется в виде

$$BB(I_i) = B(I_i) - \lambda\sigma(I_i), \; i \in \overline{1, N}, \tag{3.20}$$

где показатель λ (λ > 0) характеризует субъективное отношение лица, принимающего решение (ЛПР), к риску: чем больше λ, тем в большей степени он не склонен рисковать. Вероятность того, что взвешенный выигрыш будет не меньше, чем определяемый по (3.20), составляет примерно 0,7 для λ = 0,5; для λ = 1 она примерно равна 0,84; при λ=1,5 – не менее 0,9 (90%-я уверенность). На практике применяют λ=0,5…1,5.

Оптимальной считается та k-я альтернатива (I_k), для которой взвешенный выигрыш (3.20) максимален.

9 **Критерий взвешенного риска** предполагает совместный учет среднего риска для i-й альтернативы (см. (3.17)) и среднеквадратического отклонения риска от среднего значения $\sigma\Pi(I_i)$, который определяется выражением

$$\sigma\Pi(I_i) = \left[\sum_{j=1}^{L} S_{ij}\left(b_{ij} - \Pi(I_i)\right)^2\right]^{0,5}, \; i \in \overline{1, N}. \tag{3.21}$$

Взвешенный риск (проигрыш) определяется в виде

$$B\Pi(I_i) = \Pi(I_i) + \lambda \cdot \sigma\Pi(I_i), \tag{3.22}$$

где показатель λ (λ > 0) имеет тот же смысл, что и в (3.20).

Оптимальной считается та k-я альтернатива (I_k), для которой взвешенный проигрыш минимален.

Отметим, что критерии среднего и взвешенного выигрыша (проигрыша-риска) применяются только тогда, когда известны вероятности всех возможных состояний влияющих факторов («природы») для всех рассматриваемых альтернативных решений. Однако и в этом случае существует определенный риск нежелательного исхода при выборе той или иной альтернативы. На практике используют следующую эмпирическую шкалу градаций допустимого риска в зависимости от вероятности нежелательного исхода (риска) P_r:

а) P_r=0 – 0,1 – минимальный риск;

б) P_r=0,1 – 0,3 – малый риск;

в) P_r=0,3 – 0,4 – средний риск;

г) P_r=0,4 – 0,6 – высокий риск;

д) P_r=0,6 – 0,8 – максимальный риск.

Рассмотрим эти критерии на примере.

Пример: необходимо выбрать (оценить) один из трёх типов разрабатываемых программ I_i, $i \in \overline{1,3}$, для борьбы с одним из четырёх типов программных воздействий $T_j, j \in \overline{1,4}$ (например, неких «вирусов»). Матрица эффективности α_{ij} представлена в таблице 3.2. Физический смысл эффективности α_{ij} может быть различным, например, это относительная доля задач, которые решаются правильно с помощью программы I_i при противодействующем «вирусе» T_j. Будем полагать, что известны вероятности применения «противником» того или иного вида программных воздействий S_j, причём они не зависят от типа разрабатываемой программы I_i, т. е. $S_{ij} = S_{1j} = S_{2j} = S_{3j} = S_j$. Значения S_{ij} приведены также в таблице 3.2, при этом, очевидно, $\sum_{j=1}^{4} S_j = 1{,}0$.

Таблица 3.2 – Матрица эффективности (выигрышей)

I_i	T_j							
	a_{i1}	S_{i1}	a_{i2}	S_{i2}	a_{i3}	S_{i3}	a_{i4}	S_{i4}
I_1	0,1	0,4	0,5	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3
I_2	0,2	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,4	0,3
I_3	0,1	0,4	0,4	0,2	0,4	0,1	0,3	0,3

1 Используем критерий среднего выигрыша (3.5) и (3.6):

$B(I_1) = 0{,}1 \cdot 0{,}4 + 0{,}5 \cdot 0{,}2 + 0{,}1 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}21$;

$B(I_2) = 0{,}2 \cdot 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}1 + 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}28$;

$B(I_3) = 0{,}1 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}2 + 0{,}4 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}25$.

$\mathrm{Max} B(I_i) = B(I_2)$, оптимальное решение – I_2.

2 Используем критерий Лапласа (3.6) и (3.7), тогда принимаем $S_j = \mathrm{const} = 1/4 = 0{,}25$:

$B(I_1) = 0{,}25(0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}1 + 0{,}2) = 0{,}225$;

$B(I_2) = 0{,}25(0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}4) = 0{,}275$;

$B(I_3) = 0{,}25(0{,}1 + 0{,}4 + 0{,}4 + 0{,}3) = 0{,}3$.

$\mathrm{Max} B(I_i) = B(I_3)$, оптимальное решение – I_3.

3 Используем критерий осторожного наблюдателя (Вальда) и формулы (3.8) и (3.9): $\min a_{1j} = 0{,}1$, $\min a_{2j} = 0{,}2$, $\min a_{3j} = 0{,}1$, $\max \min a_{ij} = 0{,}2$.

Оптимальное решение – I_2.

4 Используем критерий максимакса по (3.10), (3.11):

$B(I_1) = \max a_{1j} = \max(0{,}1; 0{,}5; 0{,}1; 0{,}2) = 0{,}5$;

$B(I_2) = \max a_{2j} = \max(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) = 0,4$;

$B(I_3) = \max a_{3j} = \max(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) = 0,4$.

$\mathrm{Max}\max a_{ij} = 0,5$, оптимальное решение – I_1.

5 Используем критерий Гурвица (формулы (3.12), (3.13)), принимая α = 0,6:

$B(I_1) = 0,6 \cdot 0,5 + (1-0,6) \cdot 0,1 = 0,34$;

$B(I_2) = 0,6 \cdot 0,4 + (1-0,6) \cdot 0,2 = 0,32$;

$B(I_3) = 0,6 \cdot 0,4 + (1-0,6) \cdot 0,1 = 0,28$.

$\mathrm{Max}\, B(I_i) = 0,34$. оптимальное решение – I_1.

6 Используем критерий Сэвиджа (минимального риска):

Преобразуем таблицу выигрышей в таблицу потерь (рисков), используя (3.14), и получим таблицу 3.3.

Таблица 3.3 – Матрица потерь (рисков)

I_i	T_j							
	b_{i1}	S_{i1}	b_{i2}	S_{i2}	b_{i3}	S_{i3}	b_{i4}	S_{i4}
I_1	0,1	0,4	0	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
I_2	0	0,4	0,2	0,2	0,2	0,1	0	0,3
I_3	0,1	0,4	0,1	0,2	0	0,1	0,1	0,3

Определяем на основании (3.15) и (3.16,а) максимально возможные риски (потери) по вариантам:

$\Pi(I_1) = \max(0,1; 0; 0,3; 0,2) = 0,3$;

$\Pi(I_2) = \max(0; 0,2; 0,2; 0) = 0,2$;

$\Pi(I_3) = \max(0,1; 0,1; 0; 0,1) = 0,1$.

По критерию минимакса оптимальное решение – I_3.

7 Используем критерий минимума среднего риска (формулы (3.17), (3.18)):

$\Pi(I_1) = 0,1 \cdot 0,4 + 0 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,3 = 0,13$;

$\Pi(I_2) = 0 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,3 = 0,06$;

$\Pi(I_3) = 0,1 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 + 0,1 \cdot 0,3 = 0,09$.

Оптимальное решение – I_2.

8 Используем критерий взвешенного выигрыша на основании (3.19), (3.20), принимая, например, λ = 1.

$$\sigma B(I_1) = \left[0,4(0,1-0,21)^2 + 0,2(0,5-0,21)^2 + 0,1(0,1-0,21)^2 + 0,3(0,2-0,21)^2\right]^{0,5},$$

$$\sigma B(I_1) \cong 0,15; \quad BB(I_1) = 0,21 - 0,15 \cong 0,06,$$

$$\sigma B(I_2) = \left[0,4(0,2-0,28)^2 + 0,2(0,3-0,28)^2 + 0,1(0,2-0,28)^2 + 0,3(0,4-0,28)^2\right]^{0,5},$$

$$\sigma B(I_2) \cong 0,087, \quad BB(I_2) = 0,28 - 0,087 \cong 0,19,$$

$$\sigma B(I_3) = \left[0,4(0,1-0,25)^2 + 0,2(0,4-0,25)^2 + 0,1(0,4-0,25)^2 + 0,3(0,3-0,25)^2\right]^{0,5},$$

$$\sigma B(I_3) \cong 0,13; \quad BB(I_3) = 0,25 - 0,13 \cong 0,12.$$

Оптимальное решение по максимуму ВВ – I_2.

9 Используем критерий взвешенного риска (проигрыша) на основании (3.21), (3.22), принимая λ = 1.

$$s\,\Pi(I_1)=\left[0{,}4(0{,}1-0{,}13)^2+0{,}2(0-0{,}13)^2+0{,}1(0{,}3-0{,}13)^2+0{,}3(0{,}2-0{,}13)^2\right]^{0{,}5},$$

$$s\,\Pi(I_1)\cong 0{,}092,\quad \text{ВП}(I_1)=0{,}13+0{,}09\cong 0{,}22,$$

$$s\,\Pi(I_2)=\left[0{,}4(0-0{,}06)^2+0{,}2(0{,}2-0{,}06)^2+0{,}1(0{,}2-0{,}06)^2+0{,}3(0-0{,}06)^2\right]^{0{,}5},$$

$$s\,\Pi(I_2)\cong 0{,}09,\quad \text{ВП}(I_2)=0{,}06+0{,}09\cong 0{,}15,$$

$$s\,\Pi(I_3)=\left[0{,}4(0{,}1-0{,}09)^2+0{,}2(0{,}1-0{,}09)^2+0{,}1(0-0{,}09)^2+0{,}3(0{,}1-0{,}09)^2\right]^{0{,}5},$$

$$s\,\Pi(I_3)\cong 0{,}03,\quad \text{ВП}(I_3)=0{,}09+0{,}03\cong 0{,}12.$$

Оптимальное решение по минимуму ВП – I_3.

Таким образом, **эффективность систем** в неопределенных операциях может оцениваться по **целому ряду критериев**. На выбор того или иного критерия оказывает влияние ряд факторов:

– природа конкретной операции и ее цель (в одних операциях допустим риск, в других – нужен гарантированный результат);

– причины неопределенности (одно дело, когда неопределенность является случайным результатом действия объективных законов природы, и другое, когда она вызывается действиями разумного противника, стремящегося помешать в достижении цели);

– характер лица, принимающего решение (одни люди склонны к риску в надежде добиться большего успеха, другие предпочитают действовать всегда осторожно).

Выбор какого-то одного критерия приводит к принятию решения по оценке систем, которое может быть совершенно отличным от решений, диктуемых другими критериями. Это наглядно подтверждают результаты оценки эффективности систем применительно к примеру по рассмотренным критериям (таблица 3.4, где выделены лучшие по данному критерию варианты).

Таблица 3.4 – Сравнительные результаты оценки систем

I_i	Критерии								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Среднего выигрыша	Лапласа	Максимина (Вальда)	Максимакса	Гурвица	Минимакса (Сэвиджа)	Среднего риска	Взвешенного выигрыша	Взвешенного проигрыша
I_1	0,21	0,225	0,1	**0,5**	**0,34**	0,3	0,13	0,12	0,24
I_2	**0,28**	0,275	**0,2**	0,4	0,32	0,2	**0,06**	**0,19**	0,15
I_3	0,25	**0,300**	0,1	0,4	0,28	**0,1**	0,09	0,09	**0,12**

Тип критерия для выбора рационального варианта должен быть оговорен на этапе анализа альтернатив (систем), согласован с заказывающей организацией и в последующих задачах синтеза (или выбора) систем предполагается заданным.

Процесс выбора вида критерия для учета неопределенности достаточно сложен. Устойчивость выбранного рационального варианта можно оценить на основе анализа по нескольким критериям. Если существует совпадение, то имеется большая уверенность в правильности выбора варианта.

В случаях, когда системы, выбранные по различным критериям, конкурируют между собой за право быть окончательно выбранными, могут применяться процедуры, основанные на использовании субъективных предпочтений и обработке результатов экспертных оценок.

В любом случае при выделении множества предпочтительных систем по разным критериям окончательный выбор системы должен осуществляться лицом, принимающим решение.

3.2.3 Принятие решений при использовании субъективных предпочтений экспертов

Во многих случаях процедура принятия решения по совокупности рассмотренных критериев может быть затруднена по ряду причин:

1) отсутствует достоверная информация о вероятности того или иного состояния «природы»;

2) отсутствует достоверная информация о численных значениях выигрышей (проигрышей), получаемых в результате реализации того или иного варианта решения (альтернативы).

Отсутствие этих данных не позволяет составить матрицы выигрышей и потерь (см., например, таблицы 3.2 и 3.3) и соответственно выполнить формализованный расчет эффективности предполагаемых решений по совокупности рассмотренных критериев оптимальности (см., например, таблицу 3.4).

В подобных условиях достаточно плодотворной является идея использования субъективных предпочтений группы экспертов или одного ЛПР. Рассмотрим ее сначала применительно к первой проблеме – получению оценки субъективной вероятности S_j проявления того ил иного состояния «природы» Q_j для $j \in \overline{1,L}$. Здесь возможно несколько подходов.

В первом из них каждый p-й эксперт производит ранжирование состояний «природы» по степени вероятности его проявления: наиболее вероятное состояние получает максимальный ранг L, наименее вероятное – ранг 1. Далее по известной процедуре (см. описание лабораторной работы №1) производится усреднение рангов по группе и окончательное групповое ранжирование. Пусть состояние «природы» Q_j получило некий ранг R_j, $R_j \in \overline{1,L}$. Тогда принимается решение, что вероятность S_j состояния «природы» Q_j прямо пропорциональна его рангу R_j: $S_j = A \cdot R_j$, где A – коэффициент пропорциональности. Учитывая, что $\sum_{j=1}^{L} S_j = A \sum_{j=1}^{L} R_j = A \cdot L(L+1)/2 = 1{,}0$, получим окончательно

$$S_j = 2R_j / L(L+1); \quad j \in \overline{1,L}. \tag{3.23}$$

Более точно величину S_j можно рассчитать на основе метода попарных предпочтений (см. описание лабораторной работы №1). Коэффициент попарных предпочтений δ_{jk} отражает предпочтение (в смысле вероятности появления) j-го состояния Q_j «природы» перед k-м состоянием Q_k. Если выбрана трехуровневая шкала значений δ_{jk} (δ_{jk}=0; 0,5 или 1,0), то субъективная вероятность j-го состояния рассчитывается из выражения

$$S_j = \sum_{k=1}^{L} d_{jk} \Big/ \sum_{j=1}^{L} \sum_{k=1}^{L} d_{jk}. \tag{3.24}$$

Еще более точные оценки S_j можно получить, применяя многоуровневую шкалу предпочтений Саати (см. описание лабораторной работы №2). Очень важным в этой шкале является то, что при обратном сравнении: вероятности события Q_k относительно вероятности события Q_j – принимают коэффициент предпочтения δ_{kj} из условия: $\delta_{kj}= 1/\delta_{jk}$.

Коэффициент попарных предпочтений в такой 9-уровневой шкале определяется из условия

$$\delta_{jk}= \begin{cases} 1{,}0 \text{ – при равенстве вероятности событий } Q_j \text{ и } Q_k; \\ 3{,}0 \text{ – умеренное (легкое) превышение вероятности события } Q_j \text{ относительно события } Q_k \text{ (имеются некоторые основания считать именно так);} \\ 5{,}0 \text{ – существенное (сильное) превышение вероятности появления события } Q_j \text{ по сравнению с событием } Q_k \text{ (имеются достаточно веские основания так считать);} \\ 7{,}0 \text{ – значительное превышение вероятности появления события } Q_j \text{ относительно события } Q_k \text{ (имеются очень веские основания так считать);} \\ 9{,}0 \text{ – абсолютная уверенность в том, что событие } Q_j \text{ более вероятно, чем } Q_k; \\ 2{,}4{,}6{,}8 \text{ – промежуточные решения между двумя соседними суждениями.} \end{cases}$$

После заполнения таблицы попарных предпочтений субъективная вероятность состояния Q_j рассчитывается из выражения

$$S_j = \left(\Pi_{k=1}^{L} \delta_{jk}\right)^{1/L} \Big/ \sum_{j=1}^{L} \left(\Pi_{k=1}^{L} \delta_{jk}\right)^{1/L}. \tag{3.25}$$

Нетрудно убедиться, что расчет по выражениям (3.24), (3.25) всегда удовлетворяет фундаментальному условию: $\sum_{j=1}^{L} S_j = 1{,}0$.

После определения субъективных вероятностей S_j состояний «природы» Q_j эти данные подставляются в типовую матрицу выигрышей (типа (3.4)), а далее производится выбор оптимального решения в соответствии с критериями оптимальности.

В случае отсутствия достоверной информации о численных значениях выигрышей (проигрышей), полученных в результате реализации того или иного варианта решения (альтернативы) для разных состояний «природы», можно попытаться получить субъективные оценки этих выигрышей на основе субъективных предпочтений ЛПР или группы экспертов.

Пусть имеем типовую запись матрицы выигрышей вида таблицы 3.5, где a_{ij} – выигрыш от принятия решения I_j в условиях Q_j (с вероятностью S_j), причем точно значение a_{ij} неизвестно, но ЛПР имеет определенные субъективные суждения о возможных соотношениях между значениями выигрышей для разных альтернатив при неизменных условиях «природы».

Таблица 3.5 – Примерная запись матрицы выигрышей

$I_j \setminus S_j$	S_1	S_2	…	S_j	…	S_L
I_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1j}	…	a_{1L}
I_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2j}	…	a_{2L}
…	…	…	…	…	…	…
I_i	a_{i1}	a_{i2}	…	a_{ij}	…	a_{iL}
…	…	…	…	…	…	…
I_n	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nj}	…	a_{nL}

Тогда для каждого j-го состояния природы Q_j (при S_j=const) эксперту (или ЛПР) предлагается вывести суждение о том, как соотносятся между собой возможные выигрыши a_{1j}, a_{2j}, … a_{Nj} для всех альтернатив $i \in \overline{1,\ N}$. Целесообразно (проще для эксперта) эти суждения свести в таблицу попарных предпочтений из коэффициентов δ_{in}, где i, $n \in \overline{1, N}$, $i \neq n$, и коэффициент δ_{in} отражает предпочтение (превышение) возможного выигрыша a_{ij} (для альтернативы I_i) относительно a_{nj} (при принятии альтернативы I_n). Такая таблица оформляется стандартным образом (см. описание лабораторной работы №1 или №2), где вместо единичных показателей P_i или видов продукции $П_i$ подставляются альтернативы I_i для определенного состояния природы Q_j.

Если коэффициент предпочтения выбирается в рамках трехуровневой шкалы (δ_{in} = 0; 0,5 или 1,0, причем δ_{in} = 1,0, если $a_{ij} > a_{nj}$, и δ_{in} = 0, если $a_{ij} < a_{nj}$), то можно определить «относительную силу выигрыша a_{ij}» в виде оценки q_{ij}, определяемой по аналогии с (3.24) в виде

$$q_{ij} = \sum_{n=1}^{N} \delta_{in} \Big/ \sum_{i=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} \delta_{in} \, . \qquad (3.26)$$

Если коэффициент предпочтения выбирается на основании многоуровневой шкалы Саати, то «относительная сила выигрыша a_{ij}» в виде оценки q_{ij} будет определяться по аналогии с (3.25):

$$q_{ij} = \left(\Pi_{n=1}^{N}\delta_{in}\right)^{1/N} \Big/ \sum_{i=1}^{N}\left(\Pi_{n=1}^{N}\delta_{in}\right)^{1/N}. \qquad (3.27)$$

Оценка q_{ij} по (3.27) более точная, чем по (3.26), но в обоих случаях имеем

$$\sum_{i=1}^{N} q_{ij} = 1{,}0; \quad Q_j = \text{const}.$$

Далее оценку q_{ij} следует подставлять в матрицу типа таблицы 3.5 вместо неизвестных точно выигрышей a_{ij}, а затем с полученной таким образом матрицей производятся все типовые расчеты по рассмотренным критериям оптимальности. Для удобства расчетов все оценки q_{ij}, $i \in [1,N]$; $j \in [1, L]$, предварительно умножают на постоянный коэффициент $P=10^{к}$, к =1,2,3.

3.2.4 Компьютерная поддержка принятия решений в условиях неопределенности и риска

Процедура принятия решения – выбор одной из нескольких возможных альтернатив – происходит в условиях, когда заранее точно не известны условия реализации любого из решений. Соответственно не могут быть заранее известны (просчитаны, оценены) и результаты (исходы) решений. В такой ситуации лицо, принимающее решение (ЛПР), испытывает определенное чувство неуверенности, так как при любом решении имеется риск каких-либо неблагоприятных последствий принятого решения: недополучение полезного эффекта (прибыли, выигрыша и т. п.), возникновение дополнительных расходов (проигрышей), несвоевременное выполнение работы и т. п.

Кроме того, ЛПР часто бывает в затруднении относительно выбора того или иного известного критерия эффективности, поскольку ни один из них не отражает всю совокупность результатов (выигрышей и проигрышей) принятого решения.

Можно существенно ускорить процедуру принятия решений в условиях неопределенности и риска, сделав ее более обоснованной, формализованной и наглядной, если использовать специализированную систему компьютерной поддержки, программное обеспечение которой может быть разным в зависимости от специфики решаемых задач и «глубины» неопределенности исходных данных и «внешних» условий. В большинстве случаев достаточно использовать типовые программные продукты, например, «Microsoft Excel» и программные продукты обработки экспертных знаний, рассмотренные в описаниях лабораторных работ №1 и №2.

Данная лабораторная работа проводится в виде компьютеризированной деловой игры, когда каждому студенту – потенциальному ЛПР предлагается найти оптимальное решение (одно из нескольких возможных) индивидуальной производственной задачи в условиях риска. Решение принимается по совокупности известных критериев эффективности (предпочтений), а также на основе некоторых обобщенных оценок качества решений.

Возможны несколько вариантов формирования обобщенной оценки качества каждой альтернативы (решения) в зависимости от результатов оценок альтернатив по каждому из приведенных критериев предпочтения. Самым простым по реализации и времени расчета является первый вариант, заключающийся в том, что по каждому s-му критерию ($s \in [1, K]$), учитывая результаты расчетов выигрышей (проигрышей) по соответствующим формулам (3.5) – (3.22), ранжируют варианты решений.

Эта процедура выполняется в следующем порядке.

1 Сначала эксперты в зависимости от того, заданы или не заданы вероятности S_j отдельных состояний влияющего фактора, выбирают наиболее существенные критерии оптимальности. В частности, когда значения S_j известны, таковыми можно считать критерии среднего и взвешенного выигрыша, среднего и взвешенного проигрыша (под номерами 1, 7, 8, 9 в таблице 3.4).

2 Далее эксперты определяют весомость α_s каждого s-го критерия ($s \in \overline{1, K}$) друг относительно друга (см. описание лабораторной работы №2).

3 По каждому s-му критерию, учитывая результаты расчетов, ранжируют варианты решений, присваивая i-му варианту решения I_i соответствующий ранг $R_{is} \in \overline{1, N}$. Лучшее решение по этому критерию имеет соответственно ранг N, худшее – ранг 1.

4 Определяют результирующий (средний) ранг i-го варианта по совокупности критериев

$$R_{i\,ср} = \sum\nolimits_{s=1}^{K} R_{is} \cdot \alpha_s; \; i \in \overline{1,N}; \; s \in \overline{1,K}; \; \sum\nolimits_{s=1}^{K} \alpha_s = 1{,}0. \qquad (3.28,а)$$

Предпочтение имеет i-й вариант решения с максимальным значением $R_{i\,ср}$.

Если эксперты (или ЛПР) затрудняются в определении весомости критериев и в связи с этим полагают их равноважными, то тогда α_s = const = 1/K и соответственно результирующий (средний) ранг i-го варианта по совокупности критериев равен

$$R_{i\,ср} = \sum\nolimits_{s=1}^{K} R_{is} / K. \qquad (3.28,б)$$

Расчет по (3.28, а, б) допускает использование как строгого, так и нестрогого ранжирования по каждому критерию (см. описание лабораторной работы №1). Лучшим считается тот i-й вариант решения, который имеет максимальное значение $R_{i\,ср}$.

Второй вариант расчета обобщенной (многокритериальной) оценки качества каждой i-й альтернативы основан на том, что для каждого s-го критерия после расчета характеристик i-го решения I_i (выигрыша, проигрыша) по соответствующим формулам (3.5) – (3.22) определяют безразмерные нормированные оценки q_{is}.

Для критериев, основанных на использовании матрицы эффективности (выигрыша) типа таблицы 3.2 или формулы (3.4), используют формулы

$$а)\, q_{is} = \frac{B_s(I_i) - \min\min a_{ij}}{\max\max a_{ij} - \min\min a_{ij}}; \quad б)\, q_{is} = \frac{BB(I_i) - \min\min a_{ij}}{\max\max a_{ij} - \min\min a_{ij}} \quad (3.29,а,б)$$

где $\min\min a_{ij}$ – минимально возможный выигрыш для наихудших условий; $\max\max a_{ij}$ – максимально возможный выигрыш для наилучших условий;

$B_s(I_i)$ – выигрыш по s-му критерию (Вальда, Лапласа, Байеса, Гурвица) для альтернативы I_i;

$BB(I_i)$ – взвешенный выигрыш для решения I_i по формуле (3.20);

Для критериев, основанных на использовании матрицы потерь (риска) типа таблицы 3.3 или формулы (3.14), используют формулы

$$а)\, q_{is} = \frac{\max\max b_{ij} - \Pi_s(I_i)}{\max\max b_{ij} - \min\min b_{ij}}; \quad б)\, q_{is} = \frac{\max\max b_{ij} - B\Pi(I_i)}{\max\max b_{ij} - \min\min b_{ij}}, \quad (3.30,а,б)$$

где $\min\min b_{ij}$ – минимально возможные потери для наилучших условий;

$\max\max b_{ij}$ – максимально возможный проигрыш для наихудших условий;

$\Pi_s(I_i)$ – проигрыш по s-му критерию (Сэвиджа и др.) для альтернативы I_i;

$B\Pi(I_i)$ – взвешенный выигрыш для решения I_i по формуле (3.22).

Из формул (3.29), (3.30) видно, что чем выше качество решения – больше выигрыш или меньше проигрыш, тем больше безразмерная оценка q_{is} для i-го решения по s-му критерию.

По совокупности критериев определяется среднее значение безразмерной оценки i-го решения, например, как среднее арифметическое

$$q_{i\,ср} = \sum_{s=1}^{K} q_{is}/K, \quad i \in \overline{1, N}. \quad (3.31)$$

Лучшим считается тот i-й вариант решения, для которого оценка $q_{i\,ср}$ имеет максимальное значение.

3.3 Содержание работы и порядок ее выполнения

3.3.1 Обобщенный алгоритм работы

1 Ознакомьтесь с условиями предлагаемой задачи принятия решения в условиях риска и неопределенности (см. приложение к лабораторной работе).

2 Составьте матрицу выигрышей типа таблиц 3.1, 3.2 с указанием вероятности состояний условий внешней среды (природы).

3 Предполагая вначале неизвестными сведения о состоянии природы, определите наилучшую альтернативу (вариант решения) по критерию максимина

(Вальда) – по (3.9), максимакса («восторженного оптимиста») – по (3.11) и пессимизма-оптимизма (Гурвица) – по (3.13).

4 Сохраняя предположение пункта 3, на основании критерия Лапласа определите средний выигрыш (по (3.7) и (3.5), (3.6)) и взвешенный выигрыш (по (3.7) и (3.19), (3.20)) для каждой альтернативы.

5 Используя дополнительную информацию о вероятности состояний внешней среды, определите наилучшую альтернативу по критерию среднего выигрыша (Байеса) – по (3.5), (3.6) и взвешенного выигрыша – по (3.19), (3.20).

6 Составьте матрицу рисков (проигрышей) типа таблицы 3.3 с учетом (3.14) и известных значений вероятности состояния «природы».

7 Предполагая вначале неизвестными сведения о состоянии «природы», определите наилучшую альтернативу (вариант решения) по критерию минимакса (Сэвиджа) – по (3.15), (3.16).

8 Полагая все состояния «природы» равновероятными, определите по критерию Лапласа минимальный средний риск для всех альтернатив – по (3.7), (3.17), (3.18), а также минимальный взвешенный риск – по (3.7), (3.21), (3.22).

9 Используя уточненную информацию о вероятности состояний «природы», определите наилучшую альтернативу по критерию среднего риска – по (3.17), (3.18) и взвешенного риска – по (3.21), (3.22).

10 Результаты расчетов по пунктам 3 – 9 сведите в итоговую таблицу 3.4. Обобщите результаты и обоснуйте выбор оптимальной альтернативы.

11 По каждому критерию выполните ранжирование альтернатив (строгое или нестрогое), а затем, используя (3.28), определите результирующий (средний) ранг каждой альтернативы и её приоритет.

12 По каждому критерию, используя выражения (3.29), (3.30), определите безразмерную (нормированную) оценку эффективности для всех альтернатив, а затем, используя (3.31), определите их обобщенные многокритериальные оценки и соответствующий приоритет по совокупности критериев эффективности.

13 Сравните расстановку приоритетов альтернатив при использовании единичных и обобщенных критериев эффективности.

3.3.2 Решение задачи с компьютерной поддержкой

1 Студенты делятся на группы по 2 человека. Каждой группе выдается свое задание (задания) к лабораторной работе на определение оптимального решения в условиях неопределенности и риска.

2 Включите компьютер. На рабочем столе найдите папку КиСА и откройте ее. Запустите программу «Лабораторная работа №3».

3 В нижней части экрана выберите закладку «МЭ» (матрица эффективности). Голубым цветом здесь выделены ячейки, в которые необходимо заносить информацию. Исходя из условия полученного задания, занесите в ячейку С9 число возможных решений (I_i), а в С10 – число возможных влияющих факторов (T_j) и составьте матрицу эффективности. Список используемых в лабораторной работе сокращений приведен после матрицы эффективности.

Примечание – Для активизации работы и осознанного выбора решения по предлагаемому критерию на каждом этапе лабораторной работы компьютер будет предлагать несколько вариантов (обычно 4 – 5) проектных критериев, из которых нужно выбирать только один правильный.

4 В нижней части экрана выберите закладку «К1» (критерий 1). Определите оптимальное решение по критерию **осторожного наблюдателя** (или максиминному критерию). Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию (напротив выбранной формулы в голубую ячейку поставьте «1»). При выборе неправильной формулы в графе «Ответ:» появится надпись «выражение выбрано неправильно», иначе – «выражение выбрано правильно». После этого в графе «Доп. информация:» текст «недостаточность исходных данных» должен смениться на «полнота исходных данных», а в таблице автоматически рассчитываются значения минимальных выигрышей ($B(I_i)$). В противном случае следует проверить выполнение вышеизложенных шагов.

Примечание – При использовании любого критерия результатов расчета не будет до тех пор, пока текст в графе «Доп. информация» не будет соответствовать условию «полнота исходных данных».

5 В нижней части экрана выберите закладку «К2». Произведите выбор оптимального решения по критерию **максимакса** (или восторженного оптимиста). Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию. В таблице автоматически рассчитываются значения максимальных выигрышей ($B(I_i)$) по всем вариантам решений.

6 В нижней части экрана выберите закладку «К3». Найдите оптимальное решение по критерию **пессимизма-оптимизма** (или обобщенного максимума). Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию, а в графе «Коэффициент оптимизма:» в голубую ячейку введите значение этого коэффициента. В таблице автоматически рассчитываются значения компромиссных выигрышей ($B(I_i)$) по всем вариантам решений.

7 В нижней части экрана выберите закладку «К4». Определите оптимальное решение по критерию **Лапласа**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию. В таблице автоматически рассчитываются значения средних выигрышей ($B(I_i)$), а графе «S_{ij}=» – значение вероятности появления любого из влияющих факторов (в этом случае они считаются равновероятными).

8 В нижней части экрана выберите закладку «К5». Произведите выбор оптимального решения с помощью критерия **взвешенного выигрыша по Лапласу**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию, и введите значение коэффициента субъективного отношения к риску в соответствующую голубую ячейку. В таблице автоматически рассчитываются значения взвешенных выигрышей ($BB(I_i)$), а графе «S_{ij}=» приводится значение вероятности появления любого из влияющих факторов (как в пункте 7).

9 В нижней части экрана выберите закладку «К6». Произведите выбор оптимального решения по критерию **среднего выигрыша (или Байеса)**. Для это-

го выберите формулу, которая соответствует данному критерию. Далее автоматически рассчитываются значения средних выигрышей ($B(I_i)$) по всем вариантам решений. Обратите внимание, что здесь учитываются реальные вероятности «природных» факторов.

10 В нижней части экрана выберите закладку «К7». Определите оптимальное решение по критерию **взвешенного выигрыша**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию, и введите значение коэффициента субъективного отношения к риску в соответствующую голубую ячейку. Ниже автоматически рассчитываются средние выигрыши ($B(I_i)$), среднеквадратические отклонения выигрышей ($\sigma B(I_i)$) и взвешенные выигрыши ($BB(I_i)$) по вариантам.

11 В нижней части экрана выберите закладку «К8». Произведите определение оптимального решения по критерию **минимального риска (или Сэвиджа)**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию. Компьютер автоматически рассчитывает матрицу рисков и максимальные риски ($\Pi(I_i)$) по вариантам решений.

12 В нижней части экрана выберите закладку «К9». Произведите выбор оптимального решения с помощью критерия **среднего риска по Лапласу**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию. Ниже автоматически рассчитываются матрица рисков и средние риски ($\Pi(I_i)$), а графе «S_{ij}=» – значение вероятности появления любого из влияющих факторов (здесь они считаются равновероятными).

13 В нижней части экрана выберите закладку «К10». Произведите выбор оптимального решения с помощью критерия **взвешенного риска по Лапласу**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию, и введите значение коэффициента субъективного отношения к риску. Ниже автоматически рассчитываются матрица рисков, средние риски ($\Pi(I_i)$), среднеквадратические отклонения рисков ($\sigma\Pi(I_i)$) и взвешенные риски ($B\Pi(I_i)$), а графе «S_{ij}=» приводится значение вероятности появления любого из влияющих факторов (аналогично пункту 12).

14 В нижней части экрана выберите закладку «К11». Определите оптимальное решение по критерию **среднего риска**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию. Ниже автоматически рассчитываются матрица рисков и средние риски ($\Pi(I_i)$). Обратите внимание, что здесь учитываются реальные вероятности влияющих факторов.

15 В нижней части экрана выберите закладку «К12». Произведите определение оптимального решения по критерию **взвешенного риска**. Для этого выберите формулу, которая соответствует данному критерию, и введите значение коэффициента субъективного отношения к риску. Ниже автоматически рассчитываются матрица рисков, средние риски ($\Pi(I_i)$), среднеквадратические отклонения рисков ($\sigma\Pi(I_i)$) и взвешенные риски ($B\Pi(I_i)$) с учетом реальных вероятностей действия влияющих факторов.

16 В нижней части экрана выберите закладку «СР» (сравнение результатов). Здесь приводятся сравнительные результаты (выигрыши и риски) по всем возможным решениям для всех критериев и производится автоматический расчет наилучшего решения по каждому критерию. Пример итоговой таблицы приведен на рисунке 3.1.

I_i	Критерии											
	К1	К2	К3	К4	К5	К6	К7	К8	К9	К10	К11	К12
I_1	40	80	60	60	43,67	58	44	40	18,33	34,83	19,5	34,07
I_2	40	80	60	63,33	46,34	58	39,67	35	15	29,72	19,5	35,38
I_3	50	70	60	60	51,84	57	49,19	25	18,33	24,57	20,5	26,18
I_4	50	70	60	56,67	47,24	56	46,83	30	21,67	30,17	21,5	29,26
I_5	50	75	62,5	58,33	46,55	55	45	30	20	30,8	22,5	31,51
I_6	35	75	55	56,67	40,17	62,5	47,29	45	21,67	40,08	15	32,32
	I3	I1	I5	I2	I3	I6	I3	I3	I2	I3	I6	I3
	Наилучшие решения по критериям											

Рисунок 3.1 – Примерная таблица итоговых результатов (исходов) решений по критериям эффективности

Окончательное решение принимает ЛПР. Как правило, выбирается то решение, которое «побеждает» по большинству критериев. Для этого целесообразно найти обобщенную оценку каждого решения по совокупности используемых критериев эффективности.

17 В нижней части экрана выберите закладку «R» (Ранги). Появится таблица типа рисунка 3.2, в которой по каждому s-му критерию надо поставить соответствующий ранг каждому i-му решению R_{is}. Для повышения точности используйте нестрогое ранжирование. Не забудьте, что критерии К1 – К7 максимизируют выигрыш, следовательно, ранг решения должен расти с увеличением выигрыша по этому решению. И наоборот, критерии К8 – К12 направлены на минимизацию риска (проигрыша), поэтому ранг решения растет с уменьшением риска по этому решению. Пример таблицы рангов решений по каждому критерию, построенный по результатам примера на рисунке 3.1, приведен на рисунке 3.2. Результирующий средний ранг решения $R_{i\ ср}$ рассчитывается автоматически по формуле (3.28) и заносится в итоговый столбец рисунка 3.2.

I_i	Ранги решений по критериям												$R^{*}_{i\ ср}$	$R^{**}_{i\ ср}$
	К1	К2	К3	К4	К5	К6	К7	К8	К9	К10	К11	К12		
I1	2,5	5,5	3,5	4,5	2	4,5	2	2	4,5	2	4,5	2	3,3	3,25
I2	2,5	5,5	3,5	6	3	4,5	1	3	6	5	4,5	1	4,3	2,75
I3	5	1,5	3,5	4,5	6	3	6	6	4,5	6	3	6	4,6	4,5
I4	5	1,5	3,5	1,5	5	2	4	4,5	1,5	4	2	5	3,3	3,25
I5	5	3,5	6	3	4	1	3	4,5	3	3	1	4	4	2,25
I6	1	3,5	1	1,5	1	6	5	1	1,5	1	6	3	1,4	5

Рисунок 3.2 – Примерная таблица итоговых результатов ранжирования решений

по критериям эффективности

Примечание – Расчет ведется по отдельности для совокупности критериев К1 – К5 и К8 – К10, применяемых в случае отсутствия сведений о вероятности появления влияющих факторов (рассчитывается средний ранг $R^{*}_{i\,ср}$), и для совокупности критериев К6, К7 и К11, К12, основанных на знании вероятностей воздействующих факторов (рассчитывается средний ранг $R^{**}_{i\,ср}$).

18 В нижней части экрана выберите закладку «Q» (оценка). Для критериев К1 – К7 укажите минимально и максимально возможные выигрыши ($\min\min a_{ij}$ и $\max\max a_{ij}$) для матрицы выигрышей, а для критериев К8 – К12 укажите минимально и максимально возможные проигрыши (риски) ($\min\min b_{ij}$ и $\max\max b_{ij}$) в матрице проигрышей. В частности, для примерных данных, приведенных на рисунке 3.1, имеем $\min\min a_{ij}$ = 35, $\max\max a_{ij}$ = 80, $\min\min b_{ij}$ = 0, $\max\max b_{ij}$ = 45. Появится таблица нормированных оценок решений по всем критериям q_{is} и результирующая (средняя) оценка каждого решения $q_{i\,ср}$ (см. рисунок 3.3, где приведены оценки по данным примера рисунка 3.1).

Аналогично пункту 17 расчет ведется отдельно для совокупности критериев К1 – К5 и К8 – К10, не требующих знания вероятности влияющих факторов (оценка $q^{*}_{i\,ср}$), и отдельно для совокупности критериев К6, К7, К11, К12 при известных вероятностях воздействующих факторов (усредненная оценка $q^{**}_{i\,ср}$).

19 Сравните результаты многокритериальных оценок вариантов решений по пунктам 17 и 18 и определите лучшее решение.

I_i	Оценки q_{is} решений по критериям												$q^{*}_{i\,ср}$	$q^{**}_{i\,ср}$
	К1	К2	К3	К4	К5	К6	К7	К8	К9	К10	К11	К12		
I1	0,11	1,0	0,55	0,55	0,18	0,51	0,2	0,11	0,59	0,23	0,57	0,2	0,41	0,37
I2	0,11	1,0	0,55	0,62	0,25	0,51	0,1	0,22	0,67	0,34	0,57	0,22	0,47	0,35
I3	0,33	0,78	0,55	0,55	0,37	0,49	0,31	0,44	0,59	0,46	0,55	0,42	0,51	0,44
I4	0,33	0,78	0,55	0,48	0,27	0,47	0,29	0,33	0,51	0,33	0,52	0,35	0,45	0,41
I5	0,33	0,89	0,57	0,52	0,25	0,44	0,22	0,33	0,56	0,33	0,5	0,3	0,47	0,37
I6	0	0,89	0,45	0,48	0,11	0,6	0,27	0	0,51	0,11	0,67	0,28	0,32	0,46

Рисунок 3.3 – Примерная таблица относительных оценок решений по критериям эффективности

20 Повторите пункты 1 – 19 для остальных задач.

3.4 Содержание отчета

Для каждой решаемой задачи отчет должен содержать:

1 Условие решаемой задачи.

2 Таблицы (матрицы) выигрышей и рисков по вариантам решений с указанием вероятности состояний природы.

3 Результаты расчетов выигрышей/проигрышей каждой альтернативы по рассматриваемым критериям эффективности с приведением расчетных формул и указанием лучшей альтернативы по данному критерию.

4 Сводную таблицу значений выигрышей/проигрышей каждой альтернативы по всем рассматриваемым критериям (типа рисунок 3.1).

5 Сводную таблицу рангов альтернатив по всем критериям и средний многокритериальный ранг (типа рисунок 3.2).

6 Сводную таблицу нормированных оценок эффективности альтернатив по всем критериям и усредненную многокритериальную оценку (типа рисунок 3.3).

7 Выводы и обоснование оптимальной альтернативы.

3.5 Контрольные вопросы

1 С какой целью при выборе проектных решений применяют математические методы с использованием ПЭВМ?

2 Какие методы математического программирования вы знаете? Объясните вкратце суть каждого, в чём их отличие?

3 Дайте определение термину «оптимизация».

4 Что понимается под неопределённостью, а что – под риском?

5 Какие способы снижения риска вы знаете?

6 Какие этапы включает в себя поиск оптимального решения задач в условиях риска?

7 Какие критерии решения задач в условиях риска вы знаете? Назовите их особенности.

8 Какой из критериев является наиболее эффективным?

9 Как выбрать оптимальное решение по совокупности критериев?

Литература

1 Кириллов, В. И. Квалиметрия и системный анализ : учеб. пособие для вузов / В. И. Кириллов. – Минск : Новое знание, 2009. – 364 с.

2 Электронный учебно-методический комплекс по дисциплине «Квалиметрия и системный анализ». – Режим доступа : http://library.bsuir.by/index.jsp

3 Смородинский, С. С. Методы анализа и принятия решений в слабоструктурированных задачах : учеб. пособие по курсу «Методы и системы принятия решений» для студ. спец. «Автоматизированные системы обработки информации» / С. С. Смородинский, Н. В. Батин. – Минск : БГУИР, 2002. – 116 с.

4 Системный анализ в управлении : учеб. пособие / В. С. Анфилатов [и др.]; под ред. А. А. Емельянова. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 368 с.

5 Розен, В. В. Математические модели принятия решений в экономике: учеб. пособие / В. В. Розен. – М. : Книжный дом «Университет», 2002. – 288 с.

6 Кириллов, В. И. Квалиметрическая поддержка многоцелевых задач принятия решений в условиях многофакторности, неопределенности и риска / В. И. Кириллов // Метрология и приборостроение. – 2008. – №1. – С. 24 – 31.

7 Калинин, В. М. Надежность военной техники связи : учеб. пособие / В. М. Калинин – Минск : ВА РБ, 2005. – 112 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Задачи оптимизации решений в условиях неопределенности и риска

Задача 1. Учреждение образования (типа БГУИР) ежегодно имеет значительный ущерб от различного рода неприятностей (Н) типа похищения вещей из аудиторий, вещей из гардероба по поддельным номеркам, взлома замков в служебных помещениях и похищения компьютеров и периферии (принтеров, сканеров и т.п.), средств измерений и др. Чтобы уменьшить этот ущерб, администрация учреждения может предпринять различные меры противодействия (П), например, увеличить число охранников на входе, поставить дополнительные замки в помещениях, установить дополнительную более сложную сигнализацию при открывании дверей, окон, форточек и т. п., установить автоматизированный пульт индикации состояния всех помещений, подключить помещение к системе охранной сигнализации отдела милиции и т. д. Каждое противодействие $П_i$, во-первых, требует определенных затрат (и поэтому всегда ущербно для учреждения), во-вторых, оно, как правило, позволяет уменьшить ущерб не от всех, а только от некоторых (или одного) неприятностей $Н_j$. Пусть известен ущерб, который понесет организация от каждой из возможных неприятностей $Н_j$, j = 0, 1, 2,…, K, при условии, что предпринято одно из противодействий $П_i$, i = 0, 1, 2,…, M (таблица А.1). Здесь величина $Н_0$ означает отсутствие неприятностей, а $П_0$ – отсутствие противодействий. Естественно, при наступлении событий $Н_0$ и $П_0$ никакого ущерба не наносится (его величина равна 0, см. таблицу А.1). Элементы матрицы в таблице А.1 – отрицательные величины, так как и неприятности, и противодействия связаны с расходом средств.

Таблица А.1 – Платежная матрица организации, тыс. усл. ед.

Противодействие	Событие					
	$Н_0$	$Н_1$	$Н_2$	$Н_3$	$Н_4$	$Н_5$
$П_0$	0	-10	-20	-30	-40	-50
$П_1$	-5	-5	-25	-35	-45	-55
$П_2$	-10	-10	-10	-40	-50	-60
$П_3$	-15	-15	-15	-15	-55	-65
$П_4$	-20	-20	-20	-20	-20	-70
$П_5$	-35	-35	-35	-35	-35	-35

Выбор способа минимизации ущерба (затрат), понесенного организацией, зависит от того, какова исходная информация о вероятности наступления той или иной неприятности. Возможные варианты сведены в таблицу А.2.

Для варианта 1 в таблице А.2 неизвестны вероятности событий $Н_0$, $Н_1$,..., $Н_K$.

Для варианта 2 известна вероятность только H_0, т. е. отсутствие неприятностей. Для вариантов 3 – 8 известна вероятность события H_0 и одного из событий H_1 – H_K и т. д.

Таблица А.2 – Вероятность наступления неприятностей (по вариантам)

№ варианта	Вероятности событий					
	H_0	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5
1						
2	0,8				0,05	
3	0,8			0,04		
4	0,9					
5	0,9					0,05
6	0,8	0,1	0,05	0,02	0,02	0,01
7		0,1		0,05		0,05
8			0,1			0,03

Для заданного по таблице А.2 варианта вероятности неприятностей определите, какова возможная и целесообразная стратегия учреждения при организации противодействия и каковы при этом суммарные затраты?

Выбор обоснуйте расчетом по всем приведенным в описании лабораторной работы №3 критериям эффективности.

При отсутствии сведений о вероятности событий H_1 – H_5 можно считать их в первом приближении равновероятными. При отсутствии сведений о вероятности события H_0 нужно считать, что оно существенно больше вероятности всех других неприятностей, вместе взятых. Можно также воспользоваться формулами (3.24) и (3.25).

Задача 2. Фирма К может выставить на продажу один из товаров T_1 или T_2, а фирма М – один из товаров $П_1$, $П_2$, $П_3$. Товары T_1 и $П_1$ являются конкурирующими, товары T_1 и $П_3$ – дополняющими друг друга, остальные пары товаров практически нейтральны. Прибыль фирмы К зависит от сочетания товаров, выставляемых на продажу обеими фирмами, и определяется по таблице А.3 (в некоторых денежных единицах). Какой товар следует выставить на продажу фирме К, если известно, что фирма М выставляет на продажу свои товары, как правило, следующим образом:

Вариант 1 – товар $П_3$ в три раза реже, чем $П_1$, и в четыре раза реже, чем $П_2$;
Вариант 2 – товар $П_2$ в три раза реже, чем $П_1$, и в четыре раза реже, чем $П_3$;
Вариант 3 – товар $П_1$ в три раза реже, чем $П_2$, и в четыре раза реже, чем $П_3$;
Вариант 4 – товар $П_3$ в три раза реже, чем $П_2$, и в четыре раза реже, чем $П_1$;
Вариант 5 – товар $П_1$ в три раза реже, чем $П_3$, и в четыре раза реже, чем $П_2$.

Выбор товара обоснуйте расчетом по всем приведенным в описании критериям эффективности.

Таблица А.3 – Прибыль фирмы К для сочетаний товаров (ден. ед.)

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
$Т_1$	8	18	40
$Т_2$	18	15	14

Задача 3. Предприятие может выпускать продукцию одного из следующих шести видов: $П_1$ – зонтики, $П_2$ – куртки, $П_3$ – плащи, $П_4$ – сумки, $П_5$ – туфли, $П_6$ – шляпы. Эти товары предполагается производить и продавать в течение предстоящего летнего сезона. Прибыль предприятия зависит от того, каким будет лето – дождливым (Д), жарким (Ж) или умеренным (У), и определяется по таблице А.4. На основании статистических наблюдений за погодой в данной местности вероятность дождливого, жаркого и умеренного лета равна значениям, приведенным в таблице А.5 по вариантам.

Выбор какого варианта производства продукции будет оптимальным?

Аргументируйте выбор расчетами по всем вышеприведенным критериям эффективности.

Таблица А.4 – Прибыль от продажи товаров П1 – П6 для вариантов летнего сезона

$П_i$	Д	Ж	У
$П_1$	80	60	40
$П_2$	70	40	80
$П_3$	70	50	60
$П_4$	50	50	70
$П_5$	75	50	50
$П_6$	35	75	60

Таблица А.5 – Значение вероятности дождливого, жаркого и умеренного лета

Вар.	Д	Ж	У
1	0,2	0,5	0,3
2	0,3	0,5	0,2
3	0,5	0,1	0,4
4	0,4	0,3	0,3
5	0,2	0,3	0,5

Задача 4. Создается новое гибкое автоматизированное производство (ГАП). Выявлены три концепции (альтернативы) создания такого производства $К_i,\ i = \overline{1, 3}$:

$К_1$ – ГАП на основе завода-автомата;

$К_2$ – ГАП на основе автоматизированных цехов;

$К_3$ – ГАП на основе отдельных быстро заменяемых модулей.

При проектировании и повседневной эксплуатации ГАП нужно ориентироваться на передовые технологии производства. Допустим, возможны варианты $Т_j,\ j = 1, 2$:

$Т_1$ – доминирующее значение при обработке деталей сохранит в обозримом будущем механообработка;

T_2 – механообработка будет вытеснена какими-то более прогрессивными технологическими процессами.

На цену выпускаемых деталей влияют показатели: производительность труда, фондоотдача, экономический эффект от эксплуатации ГАП. Пусть в результате анализа получена матрица эффективности (таблица А.6), состоящая из комплексных показателей, учитывающих в денежном выражении все перечисленные частные показатели, сведенные к 100 %:

Здесь элемент матрицы эффективности a_{ij} представляет собой, например, эффективность применения в i-м типе ГАП ($i \in \overline{1,3}$) j-го вида технологического процесса ($j \in \overline{1,2}$).

Вероятность предпочтения того или иного варианта технологии может быть либо предсказана (определена), либо быть неизвестной. Предположим, что вероятность события j = 1 (механообработка сохранит в обозримом будущем свое доминирующее положение) равна S_1, а вероятность события j = 2 (механообработка будет вытеснена какими-то более прогрессивными технологическими процессами) равна S_2. Значения S_1 и S_2 по вариантам приведены в таблице А.7.

Таблица А.6 – Матрица эффективности решений

	a_{ij}	
	T_1	T_2
K_1	100	25
K_2	90	65
K_3	75	75

Таблица А.7 – Значения вероятности событий T_1 и T_2 по вариантам

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7
S_1	0,85	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
S_2	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7

Выбор какого варианта ГАП будет оптимальным? Аргументируйте выбор расчетами по всем вышеприведенным критериям эффективности.

Учебное издание

Кириллов Владимир Иванович

КВАЛИМЕТРИЯ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Учебно-методическое пособие

В 2-х частях

Часть 1

Редактор *Т. П. Андрейченко*
Корректор *Е. Н. Батурчик*
Компьютерная верстка *Е. С. Чайковская*

Подписано в печать 29.04.2009. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Печать ризографическая. Усл. печ. л. 4,42. Уч.-изд. л. 4,2. Тираж 100 экз. Заказ 126.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0494371 от 16.03.2009. ЛП №02330/0494175 от 03.04.2009.
220013, Минск, П. Бровки, 6