ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ В 4D ПРОСТРАНСТВЕ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Андрукович М.К. Володин И.А. Зяблов Д.В.

Столер В. А. − канд. техн. наук, доцент

Рассматриваются принципы построения графических образов в 4D пространстве: принцип наращивания размерностей, принцип аналогий, принцип многомерных массивов. Отмечаются их недостатки и преимущества, а также возможность или невозможность их совместного существования.

Принцип наращивания размерностей. Данный подход, или принцип основан на следующих простых рассуждениях. Пусть, к примеру, имеется 3D-объект – школьная тетрадь в линейку. Здесь буква «D» означает «размерность» (от англ. слова *Dimension*). Будучи трёхмерным объектом, тетрадь обладает тремя измерениями: длиной, шириной и толщиной. Простая индукция позволяет предположить, что трёхмерное пространство может быть вложено в четырёхмерное, и так далее. (рисунок 1).

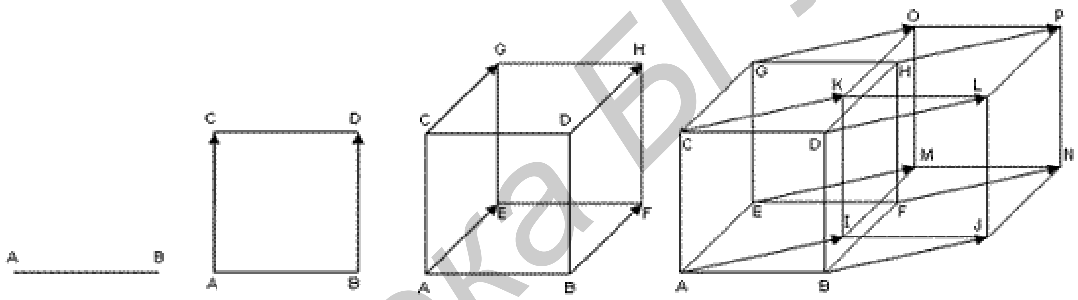

Рис. 1 - Построение «4-х мерного» гиперкуба.

Прежде всего, здесь следует отметить, что наращивание размерности пространства на этапах 0D → 1D, 1D → 2D, 2D → 3D всегда осуществлялось в направлении, *ортогональном* предыдущим направлениям. При переходе же к 4D-пространству этот принцип был нарушен, что ставит под сомнение, как допустимость такого приёма, так и справедливость полученных результатов.

Кроме того, поскольку математическая точка не обладает размерами, то «пространства» с размерностью 0, 1 и 2 являются (также как и сама точка) лишь математическими абстракциями, то есть реально существовать не могут. Таким образом, минимальная размерность реального пространства равна трём: $D_{min} = 3$. Следовательно, принцип индукции, выведенный для *абстрактных* объектов, не может быть положен в основу конструирования *реального* 4-х мерного пространства, а само 4-х мерное пространство не может быть объяснено рассмотренным выше способом.

Принцип аналогий.

Рис. 2 - Построение «4-х мерного» тетраэдра (симплекс).

Рассматривая, рисунок 2 слева направо и фиксируя, свойства геометрических объектов, придём к таблице свойств:

Таблица

Отрезок – 1D	Треугольник – 2D	Тетраэдр – 3D	Симплекс – 4D
2 вершины	3 вершины	4 вершины	5 вершин
1 ребро	3 ребра	6 рёбер	10 рёбер
	1 грань	3 грани	10 граней
		1 тетрагрань	5 тетраграней
			1 симплекс-грань

Как видно из рисунка и таблицы, в основе «принципа аналогий» лежит идея достаточности для перехода в новое измерение простого увеличения числа вершин геометрической фигуры и по-парного соединения всех вершин рёбрами.

Принцип многомерных массивов. В предыдущих разделах мы убедились, что понять и описать реальное (не абстрактное) 4-х мерное пространство оказалось совсем непросто. Однако математика, как известно, с лёгкостью оперирует так называемыми многомерными объектами, например, «многомерными» массивами и векторами.

В связи с данным обстоятельством возникает идея применить для описания многомерных пространств и объектов якобы многомерные математические конструкции, например, массивы. Задать многомерный массив можно, дав определение, но можно ввести его в рассмотрение и поэтапно, то есть путём последовательных рассуждений, аналогичных проделанным в примере со школьной тетрадкой. Пойдём вторым путём:

- Положение точки *x* на отрезке прямой задаётся одной координатой, другими словами, однокомпонентным одномерным массивом: $A_1 = (x_1)$;
- Положение точки *x* на плоскости определяется двумя координатами, то есть двухкомпонентным одномерным массивом: $A_2 = (x_1, x_2)$;
- Положение точки *x* в трёхмерном пространстве будет описано тремя координатами, или трёхкомпонентным одномерным массивом: $A_3 = (x_1, x_2, x_3)$;
- Продолжая индукцию, придём к четырёхкомпонентному одномерному массиву, описывающему положение точки *x* в четырёхмерном гиперпространстве: $A_4 = (x_1, x_2, x_3, x_4)$.

Применяя понятие массива рекурсивно, то есть, вкладывая одни массивы в другие, можно ввести иерархическую систему массивов для описания более крупных пространственных объектов:

- Точка – массив координат в текущем пространстве;
- Линия – массив точек (матрица);
- Страница – массив линий («куб»);
- Книга – массив страниц («гиперкуб»);
- Книжная полка – массив книг (массив 5-го порядка);
- Книжный шкаф – массив полок (массив 6-го порядка);
- Книгохранилище – массив шкафов (массив 7-го порядка).

В заключении можно сказать следующее:

1. На адекватное отражение реальной картины мира может претендовать не более чем только одна из рассмотренных выше моделей 4-х мерного пространства, поскольку все они между собой попарно не совместны.
2. Все проблемы с пониманием многомерного пространства существуют исключительно внутри науки, в основном, в математике.
3. Базовые математические абстракции, прежде всего, «бесконечность», «непрерывность» и «нуль» не позволяют понять и описать пространства с размерностью выше трёх, поэтому все существующие представления о якобы многомерном пространстве выглядят смешно и наивно.
4. Разработка математических моделей пространств высшей размерности невозможна без пересмотра древних (2500-летней давности) догматов трёхмерной (то есть современной) математики.