

УДК 621.391.14

ПРИМЕНЕНИЕ НОРМ СИНДРОМОВ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ КРАТНОСТИ ОШИБОК ПРИ КОРРЕКЦИИ СТИРАНИЙ БЧХ-КОДАМИ

Н.А. САЛАС, В.К. КОНОПЕЛЬКО, А.И. КОРОЛЕВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 12 марта 2012

Рассматривается коррекция многократных стираний на основе идентификации кратности несогласованных стертых символов норменным методом в двух каналах (прямом и инверсном) декодирования. Показано, что использование норм синдромов для идентификации кратности несогласованных стираний БЧХ-кодами позволяет эффективно и быстро определить их кратность при кратности стираний $t_c \leq 5$. Установлено, что предложенный способ декодирования позволяет уменьшить более чем в 3 раза сложность декодирования по сравнению с известным методом коррекции стираний, основанным на решении систем уравнений в полях Галуа.

Ключевые слова: ошибки, согласованные стирания, несогласованные стирания, идентификация, декодер, синдром, норма синдромов.

Введение

В настоящее время одним из способов избежать так называемую «проблему селектора», возникающую при увеличении кратности исправляемых ошибок в телекоммуникационных системах является использование понятия «стирания». Под стиранием понимаются искаженные символы, местоположение которых известно при декодировании, но неизвестно их истинное значение. Известно, что для исправления стираний требуется вдвое меньшая избыточность, чем при исправлении ошибок той же кратности [1]. Однако реализация устройств коррекции стираний сопряжена с высокими вычислительными затратами из-за необходимости перебора значений символов в разрядах стираний для нахождения синдрома $S=0$ [2].

В данной статье предлагается способ исправления многократных стираний как ошибок на основе анализа синдромов ошибок, использование контроля четности и норм синдромов для идентификации кратности ошибок в двух каналах декодирования (прямом и инверсном). Это позволяет уменьшить аппаратную сложность декодирования.

Коррекция стираний как ошибок

Существует несколько простых методов коррекции стираний с использованием линейных кодов. Сущность данных методов состоит, как правило, в переборе всех возможных сочетаний стертых символов с последовательным вычислением синдрома до тех пор, пока синдром не будет равен нулю. Очевидно, что этот процесс требует больших временных затрат [2]. В [3] предложено решение по исправлению стираний, заключающееся в вычислении вектора согласования путем решения соответствующих уравнений, что позволяет увеличить быстродействие. Однако реализация устройства декодирования требует больших аппаратных затрат. Вместе с тем, использование понятий согласованных и несогласованных стираний при коррекции многократных стираний, позволяет за счет инверсии переводит в согласованные стирания несогласованные и наоборот. Благодаря этому появляется возможность выбирать для коррек-

ции слова, в которых имеется меньшее количество несогласованных стираний (ошибок), и корректировать их известными методами.

Необходимым условием такой идентификации многократных несогласованных стираний служат коды, словами которых являются как прямые, так и инверсные слова, например, транспарантные коды Хэмминга [1]. Нетрудно проверить, что БЧХ-код, задаваемый проверочной матрицей $H = [\alpha^z, \alpha^{3z}]^T$, где первая подматрица задает код Хэмминга, а вторая подматрица – код Хэмминга с переставленными позициями, является транспарантным, поскольку среди кодовых слов данного БЧХ-кода имеется слово, состоящее из единичных символов $A_1 = (1, 1, \dots, 1)$.

Коррекция стираний с идентификацией кратности ошибок в прямом и инверсном словах

Сложность реализации декодирующего устройства можно уменьшить, применив при его построении два регистра для хранения и одновременной обработки прямого и инверсного кодовых слов, содержащих стирания (см. рис. 1).

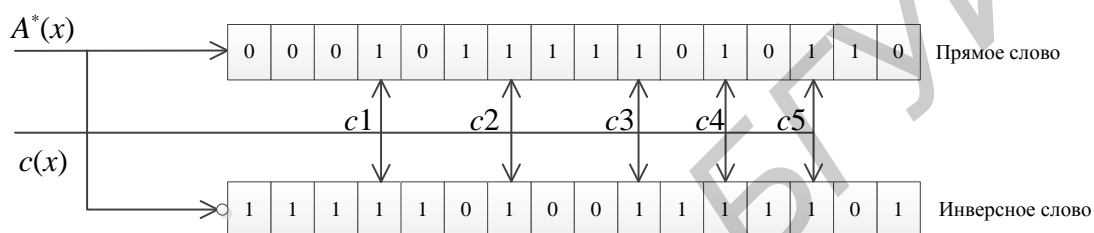


Рис. 1. Значения символов в стертых позициях прямого и инверсного слов

Из рис. 1 следует, что на стертых позициях прямого и инверсного слов содержатся одни и те же значения. Это позволяет выбирать для дальнейшей обработки слово с меньшим количеством произошедших ошибок (несогласованных стираний) и, соответственно, анализировать меньшее количество синдромов в селекторе декодера. Очевидно, что для осуществления этого решения необходимо использовать идентификацию кратности ошибок в прямом и инверсном словах. В качестве идентификационных параметров можно использовать синдромы и их нормы, а также разряд контроля четности в прямом и инверсном кодовых словах. Рассмотрим подробнее возможность использования этих идентификаторов для однозначного определения кратности несогласованных стираний при $t_c \leq 5$.

Для коррекции стираний кратности $t_c=5$ необходимо использовать код с $d=6$, т.е. БЧХ-код с $d=5$, дополненный контролем четности:

$$H = \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & 1 \\ & & & & 1 \\ & & & & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

Идентификационные признаки для стираний кратности $t_c=5$ приведены в табл. 1, где t_{ii} – количество несогласованных стираний (ошибок) в прямом и инверсном регистрах, S_1^1, S_1^2 – синдромы прямого и инверсного слов, $S_ч^1, S_ч^2$ – контроль на четность прямого и инверсного слов.

Таблица 1. Идентификационные признаки стираний кратности $t_c=5$

№	Число несогласованных стираний t_{ii} в		S_1^1	$S_ч^1$	S_1^2	$S_ч^2$	Корректируемое слово
	прямом слове	инверсном слове					
1	5	0	1	1	0	0	инверсное слово
2	4	1	1	0	1	1	-
3	3	2	1	1	1	0	-
4	2	3	1	0	1	1	-
5	1	4	1	1	1	0	-
6	0	5	0	0	1	1	прямое слово

Из табл. 1 видно, что для стираний кратности $t_n=(4, 1)$ и $t_n=(2, 3)$ идентификационные признаки одинаковы и равны (1 0 1 1), что не позволяет однозначно определить вид произошедших ошибок. Аналогично происходит для стираний $t_n=(3, 2)$ и $t_n=(1, 4)$. Отсюда следует, что для идентификации ошибок кратности $t_c=5$ требуется введение дополнительных отличительных признаков. Таким признаком может быть норма синдрома N .

Для БЧХ-кода с минимальным кодовым расстоянием $d=5$, задаваемого проверочной матрицей $H = [\alpha^z, \alpha^{3z}]^T$ и синдромом $S = [\alpha^i, \alpha^j]^T$, норма синдрома равна $N = (j - 3i) \bmod n$, где n – длина кода [1, 4, 5]. Для одиночных ошибок норма не зависит от местоположения ошибок и всегда равна нулю ($N = 0$), для двукратных ошибок – значения нормы не равны нулю и различны. Для трехкратных ошибок синдром $S_3 \neq 0$, а также некоторые нормы не вычисляются, т.к. $S_1 = 0$. Таким образом, введя нормы синдромов в качестве признака кратности ошибок, получим приведенные в табл. 2 идентификационные признаки, где N^1, N^2 – норма синдромов прямого и инверсного слов.

Таблица 2. Идентификационные признаки стираний кратности $t_c=5$ с нормами синдромов N

№	Число несогласованных стираний t_n в		S_1^1	S_4^1	S_1^2	S_4^2	N^1	N^2	Корректируемое слово
	прямом слове	инверсном слове							
1	$t_c=5$	$t_c=0$	1	1	0	0	$\neq 0$	-	инверсное слово
2	$t_c=4$	$t_c=1$	1	0	1	1	$\neq 0$	0	инверсное слово
3	$t_c=3$	$t_c=2$	1	1	1	0	$\neq 0$	$\neq 0$	инверсное слово
4	$t_c=2$	$t_c=3$	1	0	1	1	$\neq 0$	$\neq 0$	прямое слово
5	$t_c=1$	$t_c=4$	1	1	1	0	0	$\neq 0$	прямое слово
6	$t_c=0$	$t_c=5$	0	0	1	1	-	$\neq 0$	прямое слово

Анализ данных табл. 2 показывает, что по вычисленным синдромам и их нормам можно однозначно идентифицировать количество ошибок в прямом и инверсном регистрах на основании нижеследующего правила и правильно выбрать нужное слово для декодирования.

Декодирование осуществляется по информации в инверсном регистре, в следующих случаях:

1. если $(S_1^1, S_4^1) = (1, 1)$, $(S_1^2, S_4^2) = (0, 0)$;
2. при $(S_1^1, S_4^1) = (1, 0)$, $(S_1^2, S_4^2) = (1, 1)$, $N^2 = 0$;
3. если $(S_1^1, S_4^1) = (1, 1)$, $(S_1^2, S_4^2) = (1, 0)$, $(N^1, N^2) \neq (0, 0)$.

В противном случае декодирование осуществляется по информации в прямом регистре.

На основании приведенного правила декодирования разработано устройство коррекции стираний для БЧХ-кода с $d_0 = 6$ (рис. 2), где БРС – блок регистра стираний, БВС – блок вычисления синдрома, БВН – блок вычисления норм, БИА – блок идентификации и анализа, БУКД – блок управления каналами декодирования.

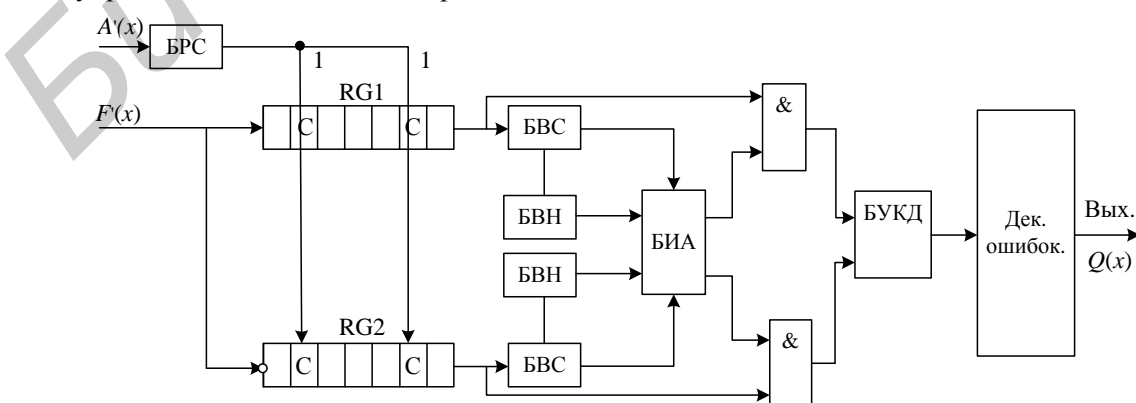


Рис. 2. Декодер стираний с прямым, инверсным каналами и нормами синдромов для БЧХ-кода с $d = 6$

Известно [1, 4], что применение норм синдромов для идентификации ошибок позволяет многократно уменьшить количество анализируемых при декодировании синдромов и значительно уменьшить вычислительные затраты на исправление стираний. Аппаратурная сложность устройства исправления (декодера) стираний, основанного на решении систем уравнений предложенного в [2, 3] определяется из выражения:

$$Q = n \cdot 5 \cdot \log n \left[+ \left(5 + \frac{5}{8} \right) \cdot 5 \cdot 2^5 \cdot \log n \right],$$

где n – длина кодового слова.

Например, при исправлении пятикратных стираний аппаратурная сложность декодера составляет $Q = 5300$. Сложность декодера, рассматриваемого в данной статье, определяется выражением

$$Q_c \approx 2 \cdot n + n \cdot r + 2^{r/2} + (C_n^1 + C_n^2) + 2^i,$$

где $2 \cdot n$ – сложность регистров хранения прямого и инверсного слов; $2 \cdot n \cdot r$, $2^{r/2}$ – сложность блоков вычисления синдромов и их норм в прямом и инверсном словах, $(C_n^1 + C_n^2)$ – сложность селектора двухкратных ошибок и 2^i – сложность блока анализа и идентификации, i – число идентификационных параметров.

Таким образом, для приведенного примера исправления пятикратных стираний аппаратурная сложность предложенного декодера равна $Q = 1456$, что примерно в 3,4 раза меньше сложности декодера, предложенного в [2, 3].

Заключение

Для коррекции пятикратных стираний предлагается использовать BCH-коды с кодовым расстоянием $d = 6$ для коррекции ошибок с применением норм синдромов и разряда контроля четности в двух каналах декодирования (прямом и инверсном). Установлено, что применение в двух каналах декодеров для исправления двухкратных ошибок при коррекции пятикратных стираний позволяет существенно уменьшить временные затраты по сравнению с известными переборными методами коррекции стираний, и кроме того, уменьшить в более чем три раза аппаратурную сложность по сравнению с устройством коррекции стираний, основанном на решении систем уравнения по нахождению вектора согласования.

EMPLOYMENT SYNDROME NORMS FOR IDENTIFICATION OF MULTIPLICITY OF ERROR, IN ERASURE CORRECTION BY BCH-CODES

N.A. SALAS, V.K. KONOPELKO, A.I. KOROLEV

Abstract

Correction of multiple erasures based on identification of multiplicity of unmatched erased symbols by norm method in two channels (forward and reverse) decoding is examined. It is shown that the use of norm syndromes for the identification of multiplicity of unmatched erasures by BCH codes can effectively and quickly identify their multiplicity for erasures of multiplicity $t_c \leq 5$. It is found that the proposed decoding method can reduce more than 3 times the decoding complexity compared to the known method for correcting erasures, based on the solution of systems of equations in Galois fields.

Литература

1. Конопелько В.К. Теория прикладного кодирования. Минск, 2004.
2. Фам Хак Хоан, Конопелько В.К. // Докл. БГУИР. 2006. №6. С. 19-22.
3. Фам Хак Хоан, Конопелько В.К. пат. №3901 U. РБ, МПК (2006).
4. Липницкий В.А., Конопелько В.К. Норменное декодирование помехоустойчивых кодов и алгебраические уравнения. Мн., 2007.
5. Конопелько В.К., Борсикевич А.А. Цветков В.Ю. Многомерные технологии сжатия, защиты и коммутации изображений. Мн., 2008.