Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра физики

Дорошевич И. Л., Морозов В. А.

МЕХАНИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА

Учебно-методический комплекс
по курсу «Физика»

для студентов всех специальностей БГУИР
заочной формы обучения

Минск 2008

УДК 531+539.1(075.8)
ББК 22.2+22.36 я 73
Д

Рецензент
доц. кафедры физики БГУИР, канд. физ.-мат. наук В. И. Мурзов

Дорошевич, И. Л.

Д Механика, молекулярная физика и термодинамика: учеб.-метод. комплекс по курсу «Физика» для студ. всех спец. БГУИР заоч. формы обуч./ И. Л. Дорошевич, В. А. Морозов. – Минск : БГУИР, 2008. – 86 с.: ил.

ISBN 978-985-488-147-8

Учебно-методический комплекс предназначен для оказания помощи студентам-заочникам в изучении следующих разделов курса физики: механика, механические колебания, молекулярная физика и термодинамика. Комплекс полностью соответствуют учебным планам по физике факультета заочного и дистанционного обучения БГУИР. Данное пособие содержит рабочую программу по указанным разделам курса физики, краткое изложение теоретического материала, примеры решения задач по каждой теме и контрольные задания. В приложении приведены значения физических констант и величин, необходимых для решения задач.

УДК 531+539.1(075.8)
ББК 22.2+22.36 я 73

ISBN 978-985-488-147-8

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Изучение курса физики студентом заочного факультета состоит из самостоятельной работы с учебными пособиями в течение семестра, выполнения контрольных работ в сроки, предусмотренные графиком выполнения контрольных работ, а также выполнения лабораторных работ в течение сессии. Общий контроль над усвоением учебного материала осуществляется в течение сессии в форме защиты контрольных работ, отчета по лабораторным работам, сдачи экзамена.

Указания к самостоятельной работе с учебными пособиями

Изучать курс систематически в течение всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

Выбрав какое-либо учебное пособие в качестве основного, следует пользоваться им при изучении всего материала (части, раздела). Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. Если основное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

При чтении учебного пособия необходимо составлять конспект, в котором следует записывать определения основных понятий, физических величин и их единиц измерения, законы и формулы, их выражающие, делать чертежи и решать типовые задачи. При решении задач необходимо пользоваться Международной системой единиц (СИ).

Самостоятельная работа по изучению физики требует систематического контроля. Поэтому после изучения очередного раздела следует ставить вопросы по тексту и отвечать на них, опираясь на рабочую программу по курсу физики.

Для студента-заочника очень важно прослушать курс лекций, воспользоваться очными консультациями преподавателей, а также задавать вопросы преподавателям по курсу физики в письменном виде и проводить анализ ответов.

Указания к решению задач

При решении задач необходимо:

– указать основные законы и формулы, на которых базируется решение, и дать словесную формулировку этих законов;

– разъяснить буквенные обозначения формул. Если при решении задач применяется формула, не являющаяся математическим выражением какого-либо физического закона или определения какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести;

– аккуратно с помощью чертежных принадлежностей выполнить чертеж, поясняющий содержание задачи;

– сопровождать решение задачи краткими, но исчерпывающими пояснениями;

– получить решение задачи в общем виде, т.е. получить конечную формулу, выражающую искомую величину в **буквенных обозначениях величин,** заданных в условии задачи. При таком способе вычисление промежуточных величин не производится;

– проверить размерность полученного результата;

– подставить в конечную формулу числовые значения величин, выраженные в единицах Международной системы единиц СИ. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату.

– оценить по возможности правдоподобность полученного численного ответа.

Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями. Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольной работы, следует после изучения очередного раздела учебника внимательно разобрать приведенные в настоящем комплексе примеры решения типовых задач.

Указания к оформлению и выполнению контрольных работ

К выполнению контрольной работы студент приступает только после изучения теоретического материала, внимательного ознакомления с примерами, помещенными в данном комплексе.

При оформлении контрольных работ необходимо знать следующее:

1. Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради**,** на обложке которой приводятся сведения по образцу:

Студент заочного факультета БГУИР
группа 700101-24 Андрейчик В. В.
Адрес: г. Орша, ул. Мира, 4-1.
Контрольная работа №1 по физике

2. Тексты условий каждой задачи **переписываются полностью** с новой страницы. Для замечаний преподавателя оставляются поля.

3. В контрольной работе студент должен решить десять задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов (см. стр. 71).

4. В конце работы указывается, какими учебными пособиями пользовался студент.

5. Если контрольная работа при рецензировании не допущена к защите, необходимо представить ее на повторную рецензию с исправленными решениями тех задач, в которых были допущены ошибки.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ КУРСА

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Кинематика материальной точки. Механическое движение. Системы отсчета. Траектория, перемещение и путь. Скорость и ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между линейными и угловыми кинематическими характеристиками движения.

Динамика. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Сила, масса. Импульс. Закон сохранения импульса. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Работа силы. Мощность. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Градиент скалярной функции координат. Закон сохранения механической энергии. Понятие о поле сил. Гравитационное поле. Напряженность и потенциал гравитационного поля.

Динамика твердого тела. Момент силы. Момент импульса. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент инерции. Расчет момента инерции твердых тел. Основной закон динамики вращательного движения. Кинетическая энергия вращающегося тела. Закон сохранения момента импульса.

Механические гармонические колебания. Основные характеристики колебаний: амплитуда, фаза, частота, период. Зависимости от времени смещения, скорости, ускорения при гармонических колебаниях и их графики. Динамика гармонических колебаний. Гармонический осциллятор. Математический и физический маятники. Кинетическая, потенциальная и полная энергия колебаний. Векторное представление колебаний. Сложение гармонических колебаний. Биения. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

Волновые процессы. Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Длина волны, волновое число. Волновое уравнение. Фазовая и групповая скорости. Интерференция волн. Стоячие волны. Энергия волны. Вектор Умова.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы. Уравнения молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Средняя кинетическая энергия молекул. Число степеней свободы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Внутренняя энергия идеального газа. Работа сил давления газа при изменении его объема. Количество теплоты. Теплоемкость. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам. Классическая теория теплоемкостей.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.

Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Тепловые двигатели и холодильные машины. Цикл Карно и его КПД для идеального газа.

Второе начало термодинамики. Энтропия. Энтропия идеального газа. Статистическое толкование второго начала термодинамики.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Вектор обозначен буквой со стрелкой: $\vec{r}$. Эта же буква, но без стрелки обозначает *модуль* вектора: r. Модуль вектора также может быть обозначен как $|\vec{r}|$. Проекция вектора $\vec{r}$ на ось (например, Ox) обозначена буквой с индексом, указывающим название оси: r_x.

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначено: $(\vec{a},\vec{b})$.

Векторное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначено: $[\vec{a},\vec{b}]$.

Среднее значение величины обозначено угловыми скобками: $\langle u \rangle$.

Приращение величины, т.е. разность между ее конечным и начальным значениями, обозначено символом Δ: $\Delta U = U_2 - U_1$.

Дифференциал (бесконечно малое приращение) обозначен символом d: dU.

Элементарное значение величины (бесконечно малое количество) обозначено символом δ: δA, δQ.

Производная по времени от некоторой функции f обозначена как $\frac{df}{dt}$ или точкой, стоящей над функцией: $\dot{f}$.

Частная производная функции нескольких переменных (например, $f = f(x,y,z)$) по некоторой переменной (например, по x) обозначена как $\frac{\partial f}{\partial x}$.

Для обозначения размерности и единицы какой-либо физической величины F применены квадратные скобки: $[F]$.

ВВЕДЕНИЕ

<u>Физика</u> – наука о наиболее общих свойствах и формах движения материи.

Материя – философская категория для обозначения объективной реальности, которая дана человеку в его ощущениях, существуя независимо от них.

Виды существования материи:

– *вещество* – атомы, молекулы и все состоящие из них тела;

– *поле* (физическое) – особый вид материи, связывающий частицы вещества в единые системы и передающий с конечной скоростью действие одних частиц на другие.

Материя может существовать только в <u>непрерывном движении.</u> *Движением материи* называют любые ее изменения в пространстве и времени.

Формы движения материи: механическая, тепловая, электромагнитная, ядерная и т. д. Как правило, изучению каждой из форм движения материи посвящен определенный раздел физики.

Физическая величина – характеристика объекта или явления природы, в которой подчеркивается интересующая нас в данном случае особенность этого объекта или явления природы, и дается способ определения численного значения этой характеристики.

Физический закон – объективно существующее соотношение между физическими величинами, выявленное из опыта и справедливое для большого круга явлений.

Основная задача физики **состоит в выявление общих законов движения материи, на основе которых можно предсказать состояние физической системы в любой момент времени.**

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Механика – раздел физики, изучающий простейшую форму движения материи – механическое движение.

Механическое движение – изменение положения тела или его частей в пространстве относительно других тел во времени.

Материальная точка (частица) – это тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Любое протяженное тело или систему таких тел можно рассматривать как *систему материальных точек*.

Система тел – это совокупность тел, выбранная для исследования в данной задаче.

Абсолютно твердое тело – это тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Основная задача механики – выявление общих законов и закономерностей механического движения, на основе которых можно предсказать характер движения механической системы и определить ее состояние (указать положение в пространстве и скорость всех ее частиц) в любой момент времени.

Механику в зависимости от того интересуют нас или нет причины изменения движения тела, условно делят на два раздела:

– *кинематика* (формальная часть механики) – раздел механики, изучающий механическое движение тел без учета причин, обусловивших данное движение.

– *динамика* (причинная часть механики) – раздел механики, изучающий механическое движение с учетом причин, обусловивших это движение. Часть динамики, изучающую условия равновесия, называют *статикой*.

Движение твердого тела, при котором любая прямая, жестко связанная с этим телом, движется параллельно самой себе, называется *поступательным*. При поступательном движении тело не изменяет свою ориентацию в пространстве.

Вращательным движением вокруг оси называют такое движение твердого тела, при котором все его точки описывают окружности, плоскости которых параллельны между собой и перпендикулярны неподвижной прямой, содержащей центры данных окружностей. Эту прямую называют *осью вращения*.

Кинематика

Механическое движение относительно. Это утверждение отражает тот факт, что многие характеристики движения одного и того же тела (траектория, путь, перемещение, скорость и т. д.) могут различаться в зависимости от того, по отношению к какому телу рассматривается данное движение. Поэтому, прежде чем приступать к описанию движения данного тела, необходимо выбрать *систему отсчета* – совокупность тела отсчета, жестко связанную с ним систему координат и отсчитывающие время часы. Как правило, систему координат выбирают в виде декартовой прямоугольной системы.

Положение частицы в пространстве однозначно можно задать следующими способами:

– *координатным*, т. е. указанием 3-х координат (x, y, z) (рис. 1);

– *векторным*, т. е. с помощью *радиус-вектора* $\vec{r}$, проведенного из начала системы координат в точку нахождения частицы.

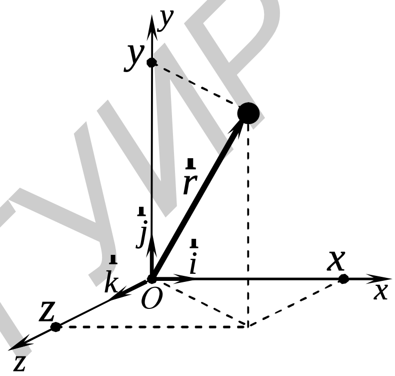

Рис. 1

Проекции радиус-вектора частицы на координатные оси являются одноименными координатами этой частицы:

$$r_x = x, \quad r_y = y, \quad r_z = z.$$

Радиус-вектор частицы можно выразить через ее координаты (проекции радиус-вектора на координатные оси) следующим образом:

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}.$$

Модуль радиус-вектора частицы связан с ее координатами:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

В СИ $[x] = [r] = 1$ м.

При движении частицы относительно данной системы отсчета ее координаты и радиус-вектор изменяются со временем. Зависимости координат частицы или ее радиус-вектора от времени называют *кинематическим законом* движения:

$$\left.\begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array}\right\} \qquad \text{или} \qquad \vec{r} = \vec{r}(t).$$

Траектория – воображаемая непрерывная линия, которую описывает движущаяся частица по отношению к данной системе отсчета. По форме траектории механическое движение бывает *прямолинейным* и *криволинейным* (частным случаем криволинейного движения является движение по окружности).

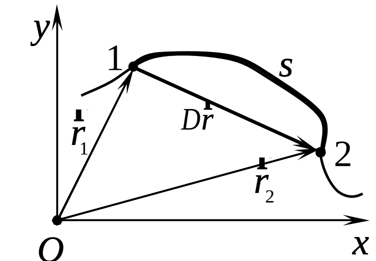

Рис. 2

Путь s – расстояние, отсчитанное вдоль траектории, между начальным и конечным положением частицы (рис. 2). В СИ $[s] = 1$ м.

Изменение положения частицы в данной системе отсчета за некоторый промежуток времени характеризуется вектором перемещения. *Перемещение* $\Delta\vec{r}$ – это вектор, проведенный из начального *1* положения частицы в ее конечное *2* положение (см. рис. 2).

Если $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ – радиус-векторы начального и конечного положения частицы соответственно, то вектор ее перемещения равен

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 .$$

В общем случае модуль вектора перемещения частицы не равен пройденному ею пути за один и тот же промежуток времени.

Скорость $\vec{u}$ – векторная физическая величина, характеризующая быстроту движения и равная производной радиус-вектора по времени:

$$\vec{u} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} .$$

В СИ $[u]$ = 1 м/с.

Вектор скорости (его часто называют мгновенной скоростью) в каждой точке траектории направлен по касательной к ней в сторону движения.

Вектор скорости $\vec{u}$ можно выразить через его проекции u_x, u_y, u_z на координатные оси следующим образом:

$$\vec{u} = u_x \cdot \vec{i} + u_y \cdot \vec{j} + u_z \cdot \vec{k} .$$

Проекции вектора скорости частицы на координатные оси равны производным одноименных ее координат по времени:

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \qquad u_y = \frac{dy}{dt}, \qquad u_z = \frac{dz}{dt}.$$

Модуль скорости частицы связан с его проекциями на координатные оси :

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} .$$

Путь s, пройденный частицей за промежуток времени от t_1 до t_2 можно вычислить по формуле

$$s = \int_{t_1}^{t_2} u(t)\, dt ,$$

где $u(t)$ – зависимость модуля скорости частицы от времени.

Ускорение $\vec{a}$ – векторная физическая величина, характеризующая изменение вектора скорости со временем и равная первой производной скорости по времени или второй производной радиус-вектора по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \dot{\vec{u}} \quad \text{или} \quad \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}.$$

В СИ $[a]$ = 1 м/с^2.

Вектор ускорения $\vec{a}$ можно выразить через его проекции a_x, a_y, a_z на координатные оси следующим образом:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} .$$

Проекции вектора ускорения частицы на координатные оси равны производным одноименных проекций ее скорости по времени:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}, \qquad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt}, \qquad a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}.$$

Модуль ускорения связан с его проекциями на координатные оси так:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\,.$$

При криволинейном движении вектор скорости изменяется по направлению и может изменяться по модулю. В случае плоской траектории движения вектор ускорения как характеристику изменения скорости можно представить в виде двух составляющих:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau\,,$$

где $\vec{a}_n$ – вектор нормального ускорения, $\vec{a}_\tau$ – вектор тангенциального ускорения.

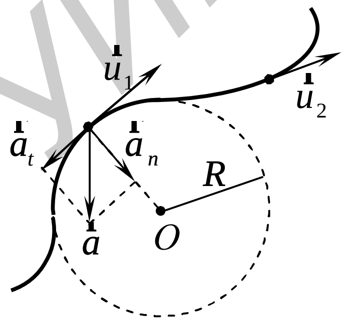

Рис. 3

Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n$ характеризует изменение направления вектора скорости со временем и направлен по радиусу к центру кривизны траектории (т. *O*, рис. 3) в каждой ее точке. Модуль нормального ускорения равен

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}\,,$$

где υ – модуль скорости, R – радиус кривизны траектории.

Вектор тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$ характеризует изменение модуля скорости со временем. Вектор $\vec{a}_\tau \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$, если модуль скорости со временем увеличивается, и $\vec{a}_\tau \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$ в случае уменьшения модуля скорости. Модуль тангенциального ускорения равен:

$$|\vec{a}_\tau| = \left|\frac{d|\vec{\upsilon}|}{dt}\right| = \left|\frac{d\upsilon}{dt}\right|.$$

Модуль ускорения a выражается через нормальное и тангенциальное ускорение следующим образом:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\,.$$

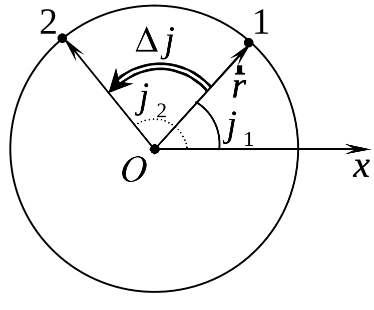

Рис. 4

Положение частицы на окружности, по которой она движется, однозначно определяется с помощью *угла поворота* φ – угла между радиус-вектором $\vec{r}$ частицы, проведенным из центра окружности, и выбранным направлением (осью *Ox*) (рис. 4). В СИ $[\varphi]$ = 1 рад.

Векторы, направление которых связывается с направлением вращения, называются *псевдовекторами*, или *аксиальными векторами*.

Угловое перемещение $\overrightarrow{\Delta\varphi}$ – псевдовектор, модуль которого равен разности углов поворота частицы конечного и начального положения:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1,$$

а направление связано с направлением вращения частицы правилом правого винта (правилом буравчика, или правилом правой руки) (рис.5).

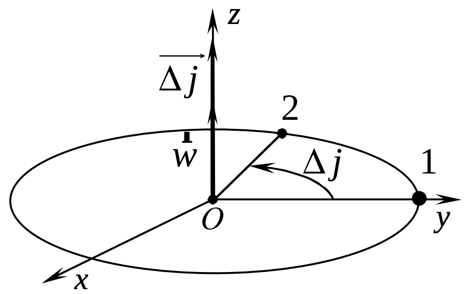

Рис. 5

Правило правого винта: если рукоятку винта с правой резьбой вращать по направлению вращения частицы, то направление поступательного движения винта совпадет с направлением углового перемещения $\overrightarrow{\Delta\varphi}$.

Угловая скорость $\vec{\omega}$ – псевдовектор, характеризующий быстроту и направление вращения, равный

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta\varphi}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{d\varphi}}{dt}.$$

В СИ [ω] = 1 рад/с = 1 с$^{-1}$.

Если частица равномерно движется по окружности, т. е. $\omega = const$, тогда

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T},$$

где ν – частота вращения, T – период вращения. В СИ [ν]=1 Гц, [T]=1 с.

Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ (или $\vec{\beta}$) – псевдовектор, характеризующий изменение угловой скорости со временем и равный

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

В СИ [ε] = 1 рад/с^2.

Если со временем модуль угловой скорости <u>увеличивается</u>, то $\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$; если со временем модуль угловой скорости <u>уменьшается</u>, то $\vec{\varepsilon} \uparrow\downarrow \vec{\omega}$.

При движении частицы по окружности радиусом R вокруг неподвижной оси Oz линейные и угловые характеристики движения частицы связаны между собой следующими соотношениями:

– связь линейного перемещения $d\vec{r}$ с угловым перемещением $\overrightarrow{d\varphi}$:

$$d\vec{r} = \left[\overrightarrow{d\varphi},\ \vec{r}\right], \qquad \left|d\vec{r}\right| = d\varphi \cdot r \cdot \sin\theta, \qquad \left|d\vec{r}\right| = d\varphi \cdot R,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор частицы, θ – угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и осью вращения Oz (рис. 6);

– связь линейной скорости $\vec{\upsilon}$ с угловой скоростью $\vec{\omega}$:

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{r}], \qquad \upsilon = \omega \cdot r \cdot \sin\theta, \qquad \upsilon = \omega \cdot R;$$

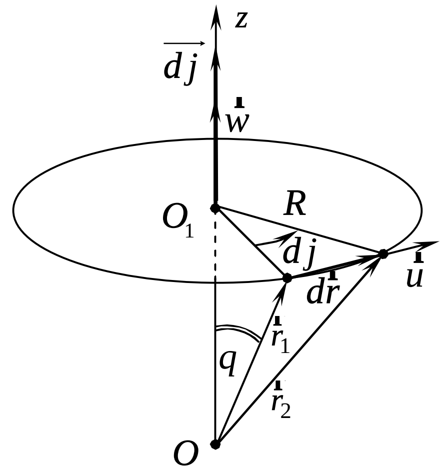

Рис. 6

– связь тангенциальной составляющей $\vec{a}_\tau$ вектора линейного ускорения с угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$:

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}], \qquad |\vec{a}_\tau| = \varepsilon \cdot r \cdot \sin\theta, \qquad |\vec{a}_\tau| = \varepsilon \cdot R;$$

– связь нормальной составляющей $\vec{a}_n$ линейного ускорения с угловой и линейной скоростью:

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}], \qquad a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R.$$

Закон сложения скоростей (Галилеевский): скорость $\vec{\upsilon}$ частицы относительно неподвижной системы отсчета равна векторной сумме скорости $\vec{\upsilon}'$ частицы относительно подвижной системы отсчета и скорости $\vec{V}$ поступательного движения подвижной системы относительно неподвижной:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{V}.$$

Динамика

I закон Ньютона (закон инерции): существует такая система отсчёта, относительно которой всякое тело, на которое не действуют другие тела, сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока действие со стороны других тел не изменит это состояние. Такая система называется <u>инерциальной</u>.

Из закона сложения скоростей следует, что любая система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно заданной инерциальной системы отсчета, является инерциальной.

Принцип относительности Галилея: в любых инерциальных системах отсчёта все механические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково, т.е. во всех инерциальных системах отсчета законы механики имеют одинаковую форму.

Из опыта известно, что в инерциальной системе отсчета изменение движения тела и (или) его деформация происходит в результате взаимодействия этого тела с другими телами.

Сила $\vec{F}$ – векторная физическая величина, характеризующая механическое взаимодействие тел и являющаяся количественной мерой действия одного тела на другое. Количественное определение силы будет приведено ниже во II законе Ньютона. В СИ $[F]$=1 Н.

Сила полностью определена, если заданы: ее модуль (величина), направление, а также точка приложения этой силы.

Прямая, вдоль которой направлена сила, называется *линией действия силы*. Для абсолютно твердого тела перенос действия силы вдоль линии ее действия в пределах этого тела не влияет на результат действия этой силы.

Инертность – понятие, связанное с представлением о том, насколько трудно изменить состояние, в данном случае механическое, того или иного тела.

Свойство тела сохранять свою скорость («нежелание» изменять скорость) называют *инертностью*. *Масса* m *(инертная)* – скалярная физическая величина, являющаяся количественной мерой инертности тела. В СИ $[m]$ = 1 кг.

В ньютоновской механике считается, что:

– масса тела не зависит от состояния его движения (скорости);
– масса является *аддитивной* величиной, т. е. масса системы равна сумме масс всех тел, входящих в эту систему:

$$m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n = \sum_{i=1}^{n} m_i .$$

Закон сохранения массы: масса изолированной системы (в которой отсутствует обмен веществом с внешней средой) остается величиной постоянной при любых процессах, происходящих в этой системе.

Центр масс системы n *частиц* – это точка C, координаты которой вычисляются по формулам

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}, \qquad y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n},$$

$$z_C = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots + m_n z_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n},$$

где m_i, x_i, y_i, z_i – масса и координаты соответственно i-й частицы.

Скорость центра масс системы n частиц равна

$$\vec{\upsilon}_C = \frac{m_1 \vec{\upsilon}_1 + m_2 \vec{\upsilon}_2 + \ldots + m_n \vec{\upsilon}_n}{m_1 + m_2 + \ldots m_n},$$

где $m_i, \vec{\upsilon}_i$ – масса и скорость соответственно i-й частицы.

Аналогично определяются *центр масс тела* и *скорость центра масс тела*:

$$\vec{r}_C = \frac{1}{m} \int_{(V)} \rho \vec{r}\, dV \quad \text{и} \quad \vec{\upsilon}_C = \frac{1}{m} \int_{(V)} \rho \vec{\upsilon}\, dV ,$$

где $m = \int_{(V)} \rho\, dV$ – масса тела, ρ и $\vec{\upsilon}$ – плотность и скорость малого элемента dV тела соответственно.

Импульс частицы $\vec{p}$ – векторная физическая величина, являющаяся количественной мерой механического движения данной материальной точки и равная произведению массы этой материальной точки на ее скорость:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon} .$$

В СИ $[p]$ = 1 кг·м/с = 1 Н·с.

Импульс системы n частиц равен векторной сумме импульсов (относительно одной и той же системы отсчета) всех частиц этой системы:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i .$$

Импульс системы равен произведению массы m всей системы на скорость $\vec{\upsilon}_C$ движения ее центра масс, т. е. равен импульсу центра масс этой системы:

$$\vec{p} = \vec{p}_C = m\vec{\upsilon}_C .$$

II закон Ньютона: в инерциальных системах отсчета быстрота изменения импульса частицы равна векторной сумме всех сил, действующих на эту частицу:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \,,$$

или произведение массы частицы на ее ускорение равно векторной сумме всех сил, действующих на эту частицу:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \,.$$

Математическое выражение II закона Ньютона называют *основным уравнением динамики материальной точки* или *уравнением движения материальной точки*.

III закон Ньютона: силы, с которыми две частицы взаимодействуют друг с другом, равны по модулю, противоположны по направлению и лежат на прямой, соединяющей эти частицы:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

По отношению к системе силы делятся на *внешние* – силы взаимодействия тел системы с другими телами, не входящими в данную систему; и *внутренние* – силы, с которыми взаимодействуют между собой тела, входящие в систему.

Из III закона Ньютона следует, что в любой механической системе векторная сумма всех внутренних сил равна нулю.

Закон изменения импульса системы: в инерциальных системах отсчета изменение импульса системы в единицу времени равно векторной сумме всех внешних сил, действующих на данную систему:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{\,внешн} \,.$$

Так как импульс системы $\vec{p} = \vec{p}_C = m\vec{\upsilon}_C$ и $\vec{a}_C = \dfrac{d\vec{\upsilon}_C}{dt}$, то *закон движения центра масс* механической системы постоянной массы имеет вид:

$$\frac{d\vec{p}_C}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{\upsilon}_C) = m\vec{a}_C = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{\,внешн} \,.$$

Таким образом, *центр масс механической системы движется как материальная точка массой, равной массе системы, на которую действует сила, равная векторной сумме всех внешних сил, приложенных к этой системе.*

Если система материальных точек представляет собой твёрдое тело, движущееся поступательно, то ускорение тела равно ускорению его центра масс:

$$\vec{a} = \vec{a}_C,$$

т. к. скорость $\vec{\upsilon}_i$ каждой i-й точки тела равна скорости его центра масс $\vec{\upsilon}_C$, т.е.

$$\vec{\upsilon}_i = \vec{\upsilon}_C.$$

Замкнутая система – система, на которую не действуют внешние силы. Для замкнутой системы изменение ее импульса во времени равно нулю:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}, \qquad \text{тогда} \qquad \vec{p} = \overrightarrow{const}.$$

При этом импульсы различных частей системы могут изменяться, причем импульс всей замкнутой системы будет оставаться неизменным, что и является содержанием закона сохранения импульса.

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется во времени:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i(t) = \overrightarrow{const}.$$

Закон сохранения импульса является одним из фундаментальных принципов физики и связан с таким свойством пространства, как однородность.

Если система незамкнута, но сумма всех внешних сил, действующих на эту систему, равна нулю, т.е. $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{\,внешн} = \vec{0}$, то импульс такой системы сохраняется во времени:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i(t) = \overrightarrow{const}.$$

Если система незамкнута, но сумма проекций всех внешних сил, действующих на эту систему, на некоторую ось (например *Ox*) равна нулю, т.е. $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{i\,x}^{\,внешн} = \vec{0}$, то проекция импульса такой системы на эту ось сохраняется во времени:

$$p_x = \sum_{i=1}^{n} p_{i\,x}(t) = const.$$

Закон всемирного тяготения: любые две частицы взаимодействуют вдоль соединяющей их прямой с силами притяжения, модуль каждой из которых прямо пропорционален произведению масс этих частиц и обратно пропорционален квадрату расстояния r между ними (рис.7):

$$F_{12} = F_{21} = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

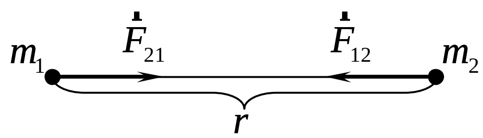

Рис. 7

где G=6,67·10^{-11} Н·м^2/кг^2 – гравитационная постоянная.

Гравитационное взаимодействие между двумя <u>телами</u> описывается данной формулой еще в двух следующих случаях:

1) распределение масс во взаимодействующих телах сферически симметрично (рис. 8);

2) одно из тел имеет бесконечно малые размеры по сравнению со вторым, рас-

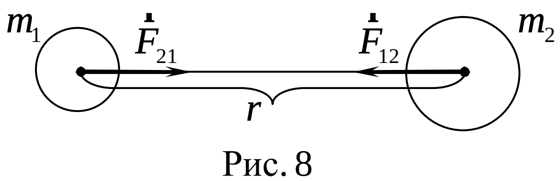

Рис. 8

пределение масс в котором сферически симметрично. При этом m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, а r – расстояние между их центрами.

Гравитационное взаимодействие осуществляется посредством *гравитационного поля*, источником которого является *гравитационная масса* (количественная мера гравитационных свойств тела). Пропорциональность инерционной и гравитационной масс проверена на опыте с относительной погрешностью до 10^{-12}. Пропорциональность инертной и гравитационной массы проявляется в том, что свободное падение всех тел в данной точке гравитационного поля (поля тяготения) происходит с одинаковым ускорением, называемым *ускорением свободного падения* $\vec{g}$.

Силой тяжести $m\vec{g}$, действующей на тело массой m, называют геометрическую сумму силы гравитационного тяготения $\vec{F}_{тяг}$, действующей на это тело со стороны Земли (планеты), и центробежной силы инерции $\vec{F}_{цб.ин}$, обусловленной неинерциальностью системы отсчета, связанной с участвующей в суточном вращении Землей (планетой) (рис. 9):

$$m\vec{g} = \vec{F}_{тяг} + \vec{F}_{цб.ин}.$$

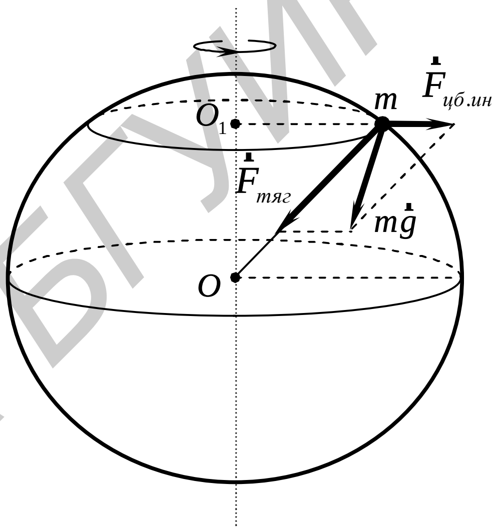

Рис. 9

Поскольку вблизи поверхности Земли (планеты) $F_{цб.ин} \ll F_{тяг}$, то в большинстве случаев $\vec{F}_{цб.ин}$ пренебрегают и считают

$$m\vec{g} = \vec{F}_{тяг}.$$

Тогда модуль ускорения свободного падения или модуль *напряженности* гравитационного поля вблизи *поверхности Земли (планеты)* равен

$$g = g_0 = \frac{GM}{R^2},$$

где M – масса Земли (планеты), R – радиус Земли (планеты).

Если тело находится на высоте h над поверхностью Земли (планеты), то ускорение свободного падения или модуль напряженности гравитационного поля зависит от h:

$$g_h = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(R+h)^2} = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2},$$

где r – расстояние от центра Земли (планеты) до тела, h – расстояние от поверхности Земли (планеты) до тела.

Деформация твердого тела – изменение его геометрической формы и размеров. При деформации тела происходит смещение его частиц (атомов, молекул) из положений равновесия, чему препятствуют силы взаимодействия между частицами. Таким образом, между соприкасающимися слоями деформированного тела, а также в месте контакта деформированного тела с телом, вызывающим деформацию, возникают *силы упругости*, относящиеся к электромагнитному типу фундаментальных взаимодействий.

Деформацию называют *абсолютно упругой*, если после прекращения действия вызвавших ее внешних сил тело полностью восстанавливает первоначальные размеры и форму.

По характеру смещения молекулярных слоев в деформированном теле выделяют следующие *виды деформации*: растяжение (сжатие), сдвиг, кручение, изгиб.

Ограничимся рассмотрением абсолютно упругой деформации растяжения (сжатия) стержня (пружины).

Количественной характеристикой деформации растяжения (сжатия) стержня (пружины) является *вектор деформации*

$$\Delta\vec{\mathbf{l}} = \vec{\mathbf{l}} - \vec{\mathbf{l}}_0,$$

где $\vec{\mathbf{l}}_0$ – вектор, направленный вдоль стержня (пружины), модуль которого равен длине стержня (пружины) в недеформированном состоянии (рис.10); $\vec{\mathbf{l}}$ – вектор, направленный вдоль стержня (пружины), модуль которого равен длине стержня (пружины) в деформированном состоянии.

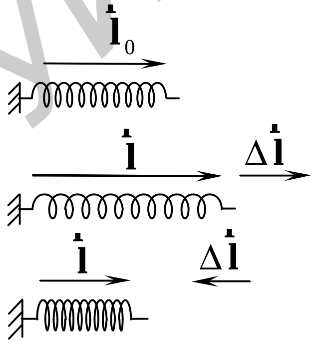

Рис. 10

Модуль абсолютной деформации

$$\Delta\mathbf{l} = \left|\mathbf{l} - \mathbf{l}_0\right|.$$

Закон Гука (абсолютно упругая деформация растяжения или сжатия): сила упругости, возникающая при абсолютно упругой деформации тела, прямо пропорциональна модулю и противоположна направлению вектору деформации:

$$\vec{F}_{упр.} = -k \cdot \Delta\vec{\mathbf{l}},$$

где k – коэффициент упругости (или коэффициент жесткости, упругость), значение которого зависит как от упругих свойств вещества тела, так и от геометрических размеров этого тела. В СИ $[k]$=1 Н/м.

При растяжении (сжатии) однородного стержня вдоль его оси под действием сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 11), приложенных к противоположным торцам стержня, возникают упругие силы, с которыми каждая часть стержня действует на ту часть, с которой она граничит. Например, часть a стержня действует на его часть b с силой $\vec{F}_{упр.2}$, а часть b стержня действует на его часть a с силой $\vec{F}_{упр.1}$. Такие же силы действуют в любом поперечном сечении S стержня.

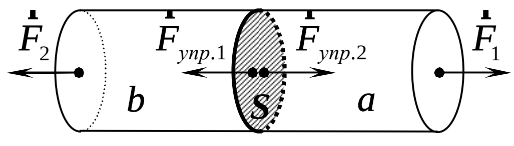

Рис. 11

Механическое напряжение σ – физическая величина, характеризующая состояние деформированного вдоль своей оси стержня и равная силе упругости $F_{упр}$, приходящейся на единицу площади поперечного сечения этого стержня:

$$\sigma = \frac{F_{упр}}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения стержня. В рассматриваемом случае $\vec{F}_{упр} \perp S$, поэтому напряжение называют *нормальным*. В СИ [σ]=1 Па.

Относительная деформация ε – скалярная физическая величина, являющаяся мерой деформации и равная отношению абсолютной деформации Δl к длине l_0 стержня в недеформированном состоянии:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Закон Гука (абсолютно упругая деформация растяжения или сжатия): напряжение σ упруго деформированного тела прямо пропорционально его относительной деформации ε:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon,$$

где E – *модуль Юнга*, значение которого зависит только от упругих свойств вещества данного тела. В СИ [E] = 1 Па.

Трением называется взаимодействие между различными соприкасающимися телами, препятствующее их относительному движению или его возникновению.

Сила трения – количественная характеристика трения, которая относится к электромагнитному типу фундаментальных взаимодействий. Силы трения направлены по касательной к трущимся (соприкасающимся) поверхностям.

Трение покоя – трение, возникающее при отсутствии относительного движения соприкасающихся тел и препятствующее возникновению этого движения.

Сила трения покоя $\vec{F}_{тр.0}$ – сила трения, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого. Модуль силы трения покоя может принимать значения от 0 до максимального значения силы трения покоя $F_{тр.0}^{\max}$:

$$0 \le F_{тр.0} \le F_{тр.0}^{\max},$$

где $F_{тр.0}^{\max} = \mu_0 N$, μ_0 – коэффициент трения покоя, N – модуль силы нормальной реакции опоры, действующей на тело со стороны поверхности перпендикулярно к ней.

Трение скольжения – трение, возникающее при относительном движении соприкасающихся тел.

Сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$ – сила трения, возникающая при относительном движении соприкасающихся тел и препятствующая этому движению. Сила трения скольжения, действующая на тело со стороны поверхности, всегда направлена против скорости движения этого тела относительно данной поверхности, а её модуль практически не зависит от скорости и равен (по эмпирическому закону Амонтона-Кулона):

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения, N – модуль силы нормальной реакции опоры, действующей на тело со стороны поверхности перпендикулярно к ней. При малых скоростях $\mu_0 \approx \mu$.

На рис. 12 изображена зависимость модуля силы трения от модуля силы F, приложенной к первоначально покоящемуся на некоторой поверхности телу вдоль поверхности соприкосновения. При $F \le F_{тр.0}^{\max}$ тело ещё будет находиться в покое относительно поверхности и модуль силы трения покоя определяется из условия равновесия этого тела. Предельный случай, когда $F = F_{тр.0}^{\max}$ соответствует не только состоянию покоя, но и началу движения тела по поверхности. При $F > F_{тр.0}^{\max}$ тело будет двигаться по поверхности и модуль силы трения скольжения равен $F_{тр} = \mu N$.

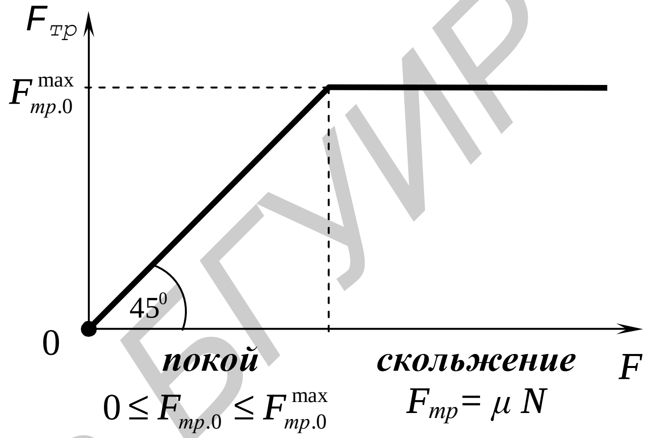

Рис.

Работа и энергия

Энергия W – скалярная физическая величина, являющаяся универсальной количественной мерой различных форм движения и взаимодействия материи. В СИ $[W]$ = 1 Дж.

Механическая энергия W – энергия механического движения и взаимодействия.

Изменение движения и (или) деформация тела в инерциальной системе отсчета происходит в результате силового взаимодействия этого тела с другими телами. При этом, как правило, происходит переход одного вида энергии в другой. Для характеристики процесса перехода энергии из одного вида в другой и его количественного описания вводится скалярная физическая величина – *работа силы*.

Элементарной работой dA силы $\vec{F}$ на малом перемещении $d\vec{r}$ называется скалярное произведение вектора силы $\vec{F}$ и вектора $d\vec{r}$:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F\,|d\vec{r}|\cos\alpha = F_r\,|d\vec{r}|,$$

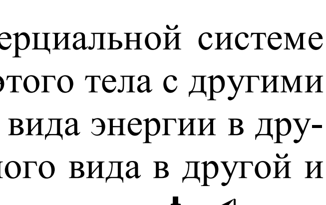

Рис. 13

где α – угол между вектором силы $\vec{F}$ и вектором $d\vec{r}$, $F_r = F\cos\alpha$ – проекция вектора силы $\vec{F}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{r}$ (рис. 13).

В СИ [A] = 1 Дж.

Так как на каждом малом участке траектории точки приложения силы $\vec{F}$

$$|d\vec{r}| = ds,$$

где $|d\vec{r}|$ – модуль элементарного перемещения, ds – элементарная длина пути, то выражение для элементарной работы можно представит в виде

$$dA = F_r\ ds.$$

Работа А силы $\vec{F}$ на конечном участке L траектории точки приложения этой силы равна

$$A = \int\limits_{(L)} \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = \int\limits_{(L)} F_r\ ds.$$

Из геометрического смысла определенного интеграла следует, что работа A силы численно равна площади криволинейной трапеции, образованной графиком функции $F_r(s)$, осью абсцисс (Os) и прямыми, соответствующими пределам интегрирования (рис. 14).

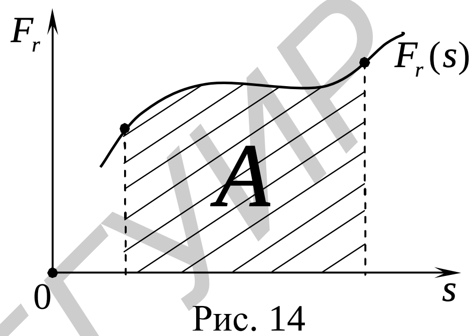

Рис. 14

Мощность P – скалярная физическая величина, характеризующая скорость совершения работы и численно равная отношению элементарной работы dA к малому промежутку времени dt, в течение которого эта работа совершается:

$$P = \frac{dA}{dt} = \left(\vec{F}, \frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \left(\vec{F}, \vec{u}\right),$$

где dA – работа силы $\vec{F}$ на малом перемещении $d\vec{r}$, $\vec{u}$ – мгновенная скорость точки приложения силы. В СИ [Р] = 1 Вт.

Кинетическая энергия W^k *частицы* – часть механической энергии, зависящая от скорости движения этой частицы:

$$W^k = \frac{mu^2}{2} = \frac{p^2}{2m},$$

где m – масса частицы, u – модуль ее скорости, p – модуль импульса частицы.

Кинетическая энергия W^k *механической системы* равна сумме кинетических энергий всех частей этой системы. Так, для системы n частиц

$$W^k = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i u_i^2}{2},$$

где m_i и u_i – масса и модуль скорости соответственно i-й частицы.

Теорема об изменении кинетической энергии: изменение кинетической энергии ΔW^k частицы равно алгебраической сумме работ A всех сил, действующих на эту частицу:

$$\Delta W^k = W_2^k - W_1^k = A.$$

Изменение кинетической энергии ΔW^k *механической системы* равно алгебраической сумме работы $A_{внешн}$ всех внешних сил, действующих на систему, и работы $A_{внутр}$ всех внутренних сил взаимодействия:

$$\Delta W^k = W_2^k - W_1^k = A_{внешн} + A_{внутр}.$$

Консервативной называется сила, работа которой не зависит от формы траектории, по которой движется точка приложения этой силы, а определяется начальным и конечным положением данной точки. Работа консервативной силы при движении частицы по замкнутой траектории (при возвращении частицы в начальное положение) всегда равна нулю.

Консервативными являются силы, действующие на частицы со стороны однородного стационарного поля и центрального стационарного поля. К консервативным силам относятся: сила тяготения (сила тяжести); сила упругости, возникающая при абсолютно упругой деформации; сила, действующая на заряд со стороны электростатического поля.

К *неконсервативным* силам относятся силы трения скольжения, силы сопротивления, силы, возникающие при неупругой деформации, и т. д.

Поле, работа сил которого не зависит от формы траектории частицы, а определяется ее начальным и конечным положением, называют *стационарным потенциальным* полем. Поскольку работа сил стационарного потенциального поля, действующих на частицу, определяется ее начальным и конечным положением и не зависит от формы траектории этой частицы, то каждой точке такого поля можно однозначно поставить в соответствие значение некоторой скалярной функции $U(x, y, z)$ так, что разность значений этой функции в точках *1* и *2* будет равна работе сил поля при перемещении частицы из точки *1* в точку *2* (рис. 15):

$$U_1 - U_2 = A_{12}.$$

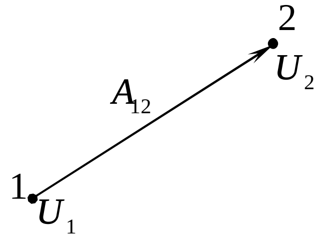

Рис. 15

Определенную таким образом функцию $U(x, y, z)$ называют *потенциальной энергией* частицы. Из данного определения потенциальной энергии U следует, что эта величина определена с точностью до прибавления произвольной постоянной, часто обозначаемой как U_0. Обычно выбирается точка (или уровень), которой соответствует $U_0 = 0$, и значения $U(x, y, z)$ во всех других точках отсчитывают по отношению к нему.

Из определения потенциальной энергии следует, что *работа консервативных сил, действующих на частицу, равна убыли потенциальной энергии этой частицы*:

$$A^{конс} = -\Delta U = U_1 - U_2.$$

Связь консервативной силы с потенциальной энергией: консервативная сила равна градиенту потенциальной энергии с обратным знаком:

$$\vec{F} = -grad\, U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\cdot\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\cdot\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\cdot\vec{k}\right).$$

Потенциальную энергию U также обозначают W^p.

Потенциальная энергия W^p частицы массой m_1 в гравитационном поле неподвижной частицы массой m_2 на расстоянии r от нее, если $W_0^p = W^p(r \to \infty) = 0$, будет равна

$$W^p = -\frac{Gm_1m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия W^p упругой деформации сжатия (растяжения) стержня (пружины) жесткостью k:

$$W^p = \frac{kx^2}{2},$$

где x – абсолютная деформации стержня (пружины). При этом полагается, что $W_0^p = W^p(x=0) = 0$.

Механической энергией W *частицы,* находящейся в стационарном потенциальном поле, называют сумму ее кинетической W^k и потенциальной W^p энергии:

$$W = W^k + W^p.$$

Сторонними называют силы, действующие на находящуюся в стационарном потенциальном поле частицу, но не являющиеся силами этого поля.

Закон изменения механической энергии частицы: изменение механической энергии ΔW частицы при ее переходе из одного механического состояния в другое равно работе $A^{сторон}$ всех сторонних сил, действующих на эту частицу:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = A^{сторон}.$$

Закон сохранения механической энергии частицы: если на частицу, находящуюся в стационарном потенциальном поле, не действуют сторонние силы или суммарная работа этих сил в течение некоторого времени равна нулю, то механическая энергия данной частицы остается постоянной в течение этого времени:

$$W = W^k(t) + W^p(t) = const.$$

Потенциальная энергия взаимодействия двух частиц. Пусть две частицы *1* и *2* взаимодействуют между собой только с силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленными вдоль прямой, проходящей через данные частицы, модули которых зависят лишь от расстояния между этими частицами (центральными силами). Тогда независимо от системы отсчета алгебраическая сумма работ $A_{1,2}$ этой пары сил взаимодействия может быть представлена как убыль некоторой скалярной функции W_{12}^p, зависящей при данном характере взаимодействия только от расстояния между частицами:

$$A_{1,2} = -\Delta W_{12}^p.$$

Функцию W_{12}^p называют потенциальной энергией взаимодействия двух частиц.

Потенциальная энергия взаимодействия системы n *частиц.* Если между частицами системы действуют одни лишь центральные силы (зависящие только от расстояния между частицами и направленные вдоль прямой, проходящей через эти частицы), то алгебраическая сумма работ $A_{внутр}$ всех этих внутренних сил при переходе системы частиц из одного положения *1* в другое *2* может быть представлена как убыль некоторой скалярной функции $W^p_{вз.\,внутр}$, зависящей только от расположения частиц системы относительно друг друга:

$$A_{внутр} = -\Delta W^p_{вз.\,внутр} = W^p_{вз.\,внутр.1} - W^p_{вз.\,внутр.2}.$$

Эту функцию называют *потенциальной энергией взаимодействия системы частиц (собственной потенциальной энергией системы).*

Потенциальную энергию $W^p_{вз.\,внутр}$ взаимодействия системы n частиц можно вычислить по формуле

$$W^p_{вз.\,внутр} = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n} W^p_{ij},$$

где W^p_{ij} – потенциальная энергия взаимодействия i-й и j-й частиц системы.

Потенциальная энергия $W^p_{внешн}$ *системы* n *частиц во внешнем стационарном потенциальном поле* – это сумма потенциальных энергий всех частиц системы во внешнем стационарном потенциальном поле:

$$W^p_{внешн} = \sum_{i=1}^{n} W^p_{внешн.i},$$

где $W^p_{внешн.\,i}$ – потенциальная энергия во внешнем стационарном потенциальном поле i-й частицы.

Полная механическая энергия W *системы* n взаимодействующих между собой частиц, находящихся во внешнем стационарном потенциальном поле, равна

$$W = W^k + W^p_{вз.внутр} + W^p_{внешн},$$

где $W^k = \sum_{i=1}^{n}\frac{m_i u_i^2}{2}$ – кинетическая энергия системы, где m_i и u_i – масса и скорость соответственно i-й частицы;

$W^p_{вз.\,внутр} = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n} W^p_{ij}$ – потенциальная энергия взаимодействия частиц системы между собой (собственная потенциальная энергия системы), где W^p_{ij} – потенциальная энергия взаимодействия i-й и j-й частиц системы;

$W^p_{внешн} = \sum_{i=1}^{n} W^p_{внешн.i}$ – потенциальная энергия системы во внешнем стационарном потенциальном поле, где $W^p_{внешн.i}$ – потенциальная энергия во внешнем стационарном потенциальном поле i-й частицы.

Закон изменения полной механической энергии системы: изменение полной механической энергии ΔW системы частиц, находящихся во внешнем стационарном потенциальном поле, равно сумме работы $A_{внешн}^{сторон}$ всех внешних сторонних сил и работы $A_{внутр}^{неконс}$ внутренних неконсервативных сил:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = A_{внешн}^{сторон} + A_{внутр}^{неконс} .$$

Закон сохранения полной механической энергии системы частиц: полная механическая энергия системы частиц, находящихся во внешнем стационарном потенциальном поле, на которую не действуют внешние сторонние силы и отсутствуют внутренние неконсервативные силы, сохраняется с течением времени:

$$W = W^k(t) + W_{вз.\,внутр}^{p}(t) + W_{внешн}^{p}(t) = const .$$

Закон сохранения энергии является одним из фундаментальных принципов физики и связан с таким свойством времени, как однородность.

Динамика вращательного движения

Для характеристики внешнего действия на тело, приводящего к изменению его вращательного движения, вводится понятие *момента силы*.

Моментом силы относительно некоторой точки O называется векторная величина $\vec{M}$, равная векторному произведению радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку приложения силы $\vec{F}$, и вектора этой силы:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right].$$

В СИ [M]=1 Н·м.

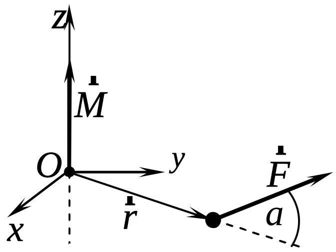

Рис. 16

Из данного определения следует:

– вектор $\vec{M}$ перпендикулярен плоскости, содержащей векторы $\vec{r}$ и $\vec{F}$. Если считать, что на рис. 16 векторы $\vec{r}$ и $\vec{F}$ лежат в плоскости *xOy*, то вектор $\vec{M}$ параллелен оси *Oz*;

– направление вектора $\vec{M}$ связано с кратчайшим поворотом вектора $\vec{r}$ к вектору $\vec{F}$ *правилом правого винта*: вращение правого винта по кратчайшему повороту вектора $\vec{r}$ к вектору $\vec{F}$ обуславливает поступательное перемещение винта в направлении вектора $\vec{M}$. Поскольку направление вектора $\vec{M}$ связано с направлением вращения $\vec{r}$ к $\vec{F}$, то он является псевдовектором;

– модуль момента силы равен:

$$M = F\, r \sin a ,$$

где a – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Если сила $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$, то момент $\vec{M}$ этой силы относительно некоторой точки O равен

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i ,$$

где $\vec{M}_i$ – момент каждой силы $\vec{F}_i$ относительно точки *O*.

Моментом импульса частицы относительно некоторой точки O называется векторная величина $\vec{L}$, равная векторному произведению радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки *O* в место нахождения этой частицы, и вектора ее импульса $\vec{p}$:

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}],$$

где m и $\vec{\upsilon}$ – масса и скорость частицы соответственно. В СИ $[L]$ = 1 кг·м^2/с.

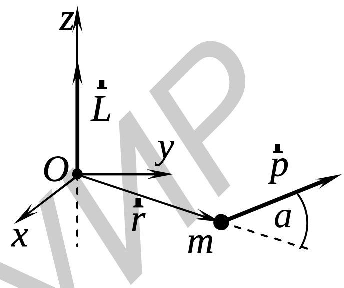

Рис. 17

Из данного определения следует:

– вектор $\vec{L}$ перпендикулярен плоскости, содержащей векторы $\vec{r}$ и $\vec{p}$. Если считать, что на рис. 17 векторы $\vec{r}$ и $\vec{p}$ лежат в плоскости *xOy*, то вектор $\vec{L}$ параллелен оси *Oz*;

– направление вектора $\vec{L}$ связано с направлением вращения частицы вокруг точки *O правилом правого винта*: вращение правого винта по направлению вращения частицы обуславливает поступательное перемещение винта в направлении вектора $\vec{L}$. Вектор $\vec{L}$ является псевдовектором.

– модуль момента импульса равен

$$L = p\,r \sin\alpha = m\upsilon\, r \sin\alpha ,$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

Дифференцирование по времени момента импульса $\vec{L}$ частицы относительно *неподвижной* точки *O* с учетом $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ (по II закону Ньютона) приводит к следующему соотношению:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p}\right] + \left[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt}\right] = \left[\vec{r}, \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\right] = \sum_{i=1}^{n} [\vec{r}, \vec{F}_i] = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i ,$$

где также учтено, что поскольку $\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\upsilon}$ (точка *O* неподвижна) совпадает по направлению с вектором $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$, то векторное произведение коллинеарных векторов равно нулю, т.е. $\left[\dfrac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p}\right] = 0$.

Таким образом, производная по времени момента импульса частицы относительно некоторой точки *O* равна векторной сумме моментов всех сил, действующих на эту частицу, относительно этой же точки:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i .$$

Данное соотношение называется *уравнением моментов*.

Момент импульса $\vec{L}$ *системы* n *частиц относительно некоторой точки* равен

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\vec{r}_i, m_i \vec{\upsilon}_i],$$

где $\vec{L}_i = [\vec{r}_i, m_i \vec{\upsilon}_i]$ – момент импульса относительно данной точки i-й частицы.

Закон изменения момента импульса механической системы: в произвольной инерциальной системе отсчета производная по времени момента импульса механической системы относительно некоторой точки равна сумме моментов всех *внешних* сил, действующих на эту систему относительно той же точки:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i^{внешн} .$$

Если система *замкнута*, тогда изменение ее момента импульса со временем равно нулю: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0}$, т. е. $\vec{L} = \overrightarrow{const}$. При этом моменты импульса различных частей системы могут изменяться, но так, что момент импульса всей системы будет неизменным. В этом состоит содержание закона сохранения момента импульса.

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы тел относительно любой точки в произвольной инерциальной системе отсчета сохраняется с течением времени:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i(t) = \overrightarrow{const} .$$

Закон сохранения момента импульса является одним из фундаментальных принципов физики и связан с таким свойством пространства, как изотропность.

Если система незамкнута, но суммарный момент всех внешних сил относительно некоторой неподвижной точки равен нулю, т.е. $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i^{внешн} = \vec{0}$, то момент импульса этой системы относительно данной точки со временем сохраняется:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i(t) = \overrightarrow{const} .$$

Если система незамкнута, но сумма проекций моментов всех внешних сил на какую-либо ось (например Oz) равна нулю, т.е. $\sum_{i=1}^{n} M_{zi}^{внешн} = 0$, то проекция момента импульса системы на эту ось сохраняется с течением времени:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} L_{iz}(t) = const .$$

Моментом силы относительно неподвижной оси Oz называется скалярная величина M_z, равная проекции на эту ось вектора момента $\vec{M}$ силы относительно точки O, принадлежащей данной оси:

$$M_z = \left[\vec{M}\right]_{пр.Oz}.$$

Моментом импульса относительно неподвижной оси Oz называется скалярная величина L_z, равная проекции на эту ось вектора момента импульса $\vec{L}$ относительно точки O, принадлежащей данной оси:

$$L_z = \left[\vec{L}\right]_{пр.Oz}.$$

При вращении частицы вокруг неподвижной оси *момент импульса частицы относительно оси вращения* равен

$$L_z = m\upsilon r,$$

где m – масса частицы, υ – ее скорость, r – радиус окружности, плоскость которой перпендикулярна оси (рис. 18). Учитывая, что $\upsilon = \omega r$, где ω – угловая скорость частицы, а также направления векторов $\vec{L}$ и $\vec{\omega}$ *момент импульса частицы относительно некоторой оси* равен

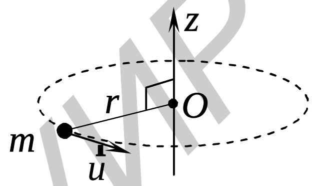

Рис. 18

$$L_z = mr^2\omega_z,$$

где ω_z – проекция угловой скорости на данную ось.

Момент импульса относительно некоторой оси системы n частиц, вращающихся вокруг этой оси с одной и той же угловой скоростью, проекция которой на данную ось равна ω_z, равен

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \omega_z = \omega_z \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где m_i и r_i – масса и расстояние до оси вращения соответственно i-й частицы.

Величину I, равную

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

называют *моментом инерции системы n частиц относительно этой оси*. В СИ $[I]$=1 кг·м^2. Тогда момент импульса относительно некоторой оси системы n частиц, вращающихся вокруг этой оси с одной и той же угловой скоростью, проекция которой на данную ось равна ω_z можно представить в виде

$$L_z = I\omega_z.$$

Моментом инерции твердого тела относительно некоторой оси OO′ (рис. 19) называют величину

$$I = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \rho_i r_i^2 \Delta V_i,$$

где Δm_i – масса i-й частицы, одной из тех, на которые мысленно разбито тело ($1 \le i \le n$); r_i – расстояние от этой частицы до выбранной оси; ΔV_i – элементарный объем, в котором сосредоточена масса Δm_i; ρ_i – плотность вещества в окрестности рассматриваемой точки тела ($\Delta m_i = \rho_i \Delta V_i$).

Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси можно вычислить следующим образом:

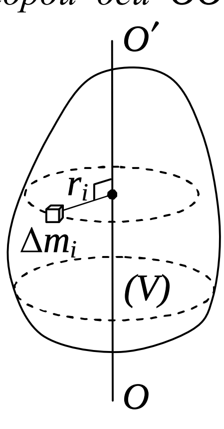

Рис. 19

$$I = \int\limits_{(m)} r^2 dm = \int\limits_{(V)} r^2 r \ dV ,$$

где dm и dV – масса и объем соответственно малого элемента тела, r – расстояние от элемента тела до данной оси, r – плотность вещества в этом элементе ($dm=\rho\cdot dV$).

Момент инерции твердого тела зависит от распределения его массы относительно выбранной оси, т.е. от массы тела, его геометрической формы и размеров, а также от взаимного расположения оси и данного тела.

Теорема Штейнера: момент инерции I тела относительно произвольной неподвижной оси равен сумме момента инерции I_C этого тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс этого тела, и произведения массы m данного тела на квадрат расстояния a между этими осями (рис. 20):

$$I = I_C + ma^2 .$$

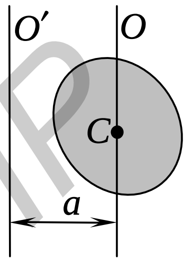

Рис. 20

Таблица 1

Моменты инерций некоторых однородных тел

Однородное тело	**Расположение оси относительно тела**	**Момент инерции**
Тонкое кольцо массой m и радиусом R	Проходит через центр масс кольца перпендикулярно его плоскости	$I_C = mR^2$
Полый тонкостенный цилиндр массой m и радиусом R	Совпадает с осью цилиндра	$I_C = mR^2$
Сплошной диск массой m и радиусом R	Проходит через центр масс диска перпендикулярно его плоскости	$I_C = \frac{1}{2} mR^2$
Сплошной диск массой m и радиусом R	Проходит через центр масс диска и лежит в его плоскости	$I_C = \frac{1}{4} mR^2$
Сплошной цилиндр массой m и радиусом R	Совпадает с осью цилиндра	$I_C = \frac{1}{2} mR^2$
Прямой тонкий стержень массой m и длиной $\mathbf{l}$	Проходит через центр масс стержня перпендикулярно к нему	$I_C = \frac{1}{12} m\mathbf{l}^2$
Тонкостенная сфера массой m и радиусом R	Проходит через центр масс сферы	$I_C = \frac{2}{3} mR^2$
Шар массой m и радиусом R	Проходит через центр масс шара	$I_C = \frac{2}{5} mR^2$

При вращении твердого тела вокруг *неподвижной оси Oz* с угловой скоростью $\vec{\omega}$ проекция момента импульса этого тела на данную ось равна

$$L_z = I\omega_z,$$

где I – момент инерции этого тела относительно данной оси, ω_z – проекция угловой скорости на ось Oz.

При вращении твердого тела, обладающего осевой симметрией, вокруг неподвижной *оси симметрии тела* или *оси, параллельной оси симметрии тела*, с угловой скоростью $\vec{\omega}$ момент импульса этого тела равен

$$\vec{L} = I\,\vec{\omega},$$

где I – момент инерции этого тела относительно данной оси.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела вокруг некоторой оси Oz:

$$I\frac{d\omega_z}{dt} = \sum_{i=1}^{n} M_{iz}^{внеш},$$

где I – момент инерции тела относительно данной оси, ω_z – проекция угловой скорости тела на эту ось, $\sum_{i=1}^{n} M_{iz}^{внеш}$ – суммарный момент всех внешних сил относительно оси Oz.

Элементарная работа dA силы $\vec{F}$ при вращательном движении относительно неподвижной оси равна

$$dA = (\vec{M}, \overrightarrow{d\varphi}) = M_\omega\, d\varphi,$$

где $\vec{M}$ – момент силы $\vec{F}$, $\overrightarrow{d\varphi}$ – элементарное угловое перемещение, M_ω – проекция вектора момента силы на направление $\vec{\omega}$.

Работа A силы $\vec{F}$ при повороте тела на конечный угол $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ относительно неподвижной оси равна

$$A = \int\limits_{(\Delta\varphi)} \left(\vec{M}, \overrightarrow{d\varphi}\right) = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_\omega\, d\varphi,$$

где $\vec{M}$ – момент силы $\vec{F}$, $\overrightarrow{d\varphi}$ – элементарное угловое перемещение, M_ω – проекция вектора момента силы на направление $\vec{\omega}$.

Кинетическая энергия тела, вращающегося относительно неподвижной оси с угловой скоростью ω, равна

$$W^k = \frac{I\omega^2}{2},$$

где I – момент инерции тела относительно данной оси.

Кинетическая энергия тела при плоском движении (движении, при котором все точки тела движутся в параллельных плоскостях, перпендикулярных оси вращения) равна

$$W^k = \frac{m\upsilon_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2},$$

где m – масса тела, u_C – скорость движения его центра масс, I_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, w – угловая скорость вращения тела вокруг этой оси.

Таблица 2

Сопоставление основных величин и уравнений, описывающих движение материальной точки и вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси

Характеристика величины или название уравнения	**Движение материальной точки**	**Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси**
Характеристика положения	Радиус-вектор $\vec{r}$	Угол поворота j
Характеристика изменения положения	Перемещение $\Delta\vec{r}$	Угловое перемещение $\overrightarrow{\Delta j}$
Характеристика быстроты изменения положения со временем	Скорость $\vec{u}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая скорость $\vec{w}=\dfrac{\overrightarrow{dj}}{dt}$
Характеристика изменения скорости со временем	Ускорение $\vec{a}=\dfrac{d\vec{u}}{dt}$	Угловое ускорение $\vec{e}=\dfrac{d\vec{w}}{dt}$
Характеристика инертных свойств к изменению движения	Масса m	Момент инерции I
Причина изменения движения	Сила $\vec{F}$	Момент силы $\vec{M}=\left[\vec{r},\vec{F}\right]$
Количественная мера движения	Импульс $\vec{p}=m\vec{u}$	Момент импульса (если ось вращения является осью симметрии) $\vec{L}=I\vec{w}$
Уравнение движения	$\dfrac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}$	$\dfrac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$
Работа силы	$A=\int\limits_{(L)}\left(\vec{F},d\vec{r}\right)=\int\limits_{(L)}F_s\,ds$	$A=\int\limits_{(\Delta j)}\left(\vec{M},\overrightarrow{dj}\right)=\int\limits_{j_1}^{j_2}M_w\,dj$
Кинетическая энергия	$W^k=\dfrac{mu^2}{2}$	$W^k=\dfrac{Iw^2}{2}$

Механические колебания

Колебания – это процессы движения или изменения состояния, повторяющиеся в той или иной степени во времени.

Колебательная система – это физическая система, в которой все (или некоторые) величины, определяющие ее состояние, изменяются не монотонно, а претерпевают переменные увеличения и уменьшения.

<u>По физической природе</u> колебания бывают: механические, электромагнитные, электромеханические, термодинамические и т.д. Колебания различной физической природы обладают общностью закономерностей и свойств. Поэтому часто любые колебательные системы называют *осцилляторами*.

<u>По характеру внешнего воздействия</u> колебания делятся на:

– *свободные (собственные)* – колебания, возникающие в результате кратковременного внешнего возбуждения. В свою очередь различают свободные незатухающие колебания и свободные затухающие колебания;

– *вынужденные* – колебания, при которых для поддержания незатухающих колебаний к системе непрерывно или периодически подводится энергия от внешнего источника. В зависимости от способа поддержания незатухающих колебаний различают: вынужденные колебания под действием периодической силы, автоколебания, параметрические колебания и т. д.

<u>По промежуткам времени, через которые состояние колебательной системы повторяется</u>, колебания делятся на периодические и непериодические.

Периодическими называют колебания, при которых состояние колебательной системы повторяется через одинаковые промежутки времени, т.е. значения всех величин, определяющих состояние колебательной системы, повторяются через равные промежутки времени.

Период T колебаний – промежуток времени, в течение которого колебательная система совершает одно полное колебание, т.е. приходит в начальное состояние:

$$T = \frac{\Delta t}{N},$$

где Δt – промежуток времени, за который колебательная система совершила N полных колебаний. В СИ $[T]$ = 1 с.

Частота n колебаний – число колебаний, совершаемых колебательной системой в единицу времени (за 1 секунду):

$$n = \frac{N}{\Delta t} = \frac{1}{T}.$$

В СИ $[n]$ = 1 Гц.

Циклическая (круговая) частота ω колебаний – число колебаний, совершаемых колебательной системой за $2p$ единиц времени (за $2p$ секунд):

$$w = 2pn = \frac{2p}{T}.$$

В СИ $[\omega]$ = 1 рад/с.

При периодических колебаниях для всех величин, определяющих состояние колебательной системы, должно выполняться условие

$$B(t_1) = B(t_1 + T).$$

Самым простыми периодическими колебаниями являются *гармонические колебания* – колебания, при которых величины, определяющие состояние колебательной системы, зависят от времени по гармоническому закону, т. е. по закону синуса или косинуса.

Гармонический осциллятор – колебательная система, совершающая свободные гармонические колебания. Простейшими примерами линейного (имеющего одну степень свободы) гармонического осциллятора в механике являются пружинный, математический и физический маятник при малых отклонениях от состояния устойчивого равновесия.

Несмотря на различие физической природы колебательных процессов, происходящих в разных колебательных системах, законы движения и динамические уравнения любых гармонических колебаний имеют одинаковый вид, а сами колебательные системы обладают следующими одинаковыми отличительными свойствами:

1. Наличие состояния устойчивого равновесия.
2. В любых других возможных состояниях колебательной системы возникают условия, при которых колебательная система стремится возвратиться в состояние устойчивого равновесия. Эти условия обусловлены наличием так называемой *квазиупругой силы*. *Квазиупругая сила* – это сила или аналогичная ей величина, зависимость которой от смещения x колебательной системы относительно положения равновесия имеет такой же вид, что и сила упругости $F_x = -kx$ (k – коэффициент упругости), т. е. квазиупругая сила всегда прямо пропорциональна смещению колебательной системы от положения равновесия и направлена противоположно этому смещению.
3. Наличие инертности, которая не позволяет колебательной системе, выведенной из состояния равновесия, остановиться в этом положении, а обуславливает ее отклонение в противоположную сторону.

Если равнодействующая всех сил, действующих на отведенную от положения равновесия колебательную систему, является квазиупругой силой, то в проекции на направление смещения (ось Ox) согласно II закону Ньютона уравнение движения можно записать в виде

$$ma_x = -kx,$$

откуда

$$a_x + \frac{k}{m}x = 0.$$

Учитывая, что проекция ускорения – это вторая производная смещения x колебательной системы от положения равновесия по времени

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x},$$

и введя обозначение

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m},$$

получим следующее однородное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

которое называется *динамическим уравнением свободных незатухающих гармонических колебаний*.

Если уравнение движения некоторой системы приводится к виду

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

то данное движение представляет собой свободные незатухающие гармонические колебания, циклическая частота ω_0 которых равна квадратному корню из коэффициента при x в уравнении движения.

Поскольку значение ω_0 (а следовательно, и периода $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ и частоты $\nu_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$) полностью определяется характеристиками самой колебательной системы, то ω_0 называют *собственной циклической частотой*.

Решением динамического уравнения свободных незатухающих гармонических колебаний является гармоническая функция $x(t)$ смещения относительно положения равновесия от времени, называемая *кинематическим уравнением (законом) свободных незатухающих гармонических колебаний*:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \alpha_0)$$

или $$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \alpha_0'),$$

где A – *амплитуда смещения* – максимальное смещение колебательной системы от положения равновесия; $\varphi(t) = \omega_0 t + \alpha_0$ – *фаза* колебаний, в СИ $[\varphi]$ = 1 рад; α_0 – *начальная фаза* – значение фазы в начальный момент времени ($t_0 = 0$), т.е. $\alpha_0 = \varphi(0)$.

При последующем изложении материала будем полагать, что кинематическое уравнение свободных незатухающих колебаний выражается с помощью функции косинуса:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \alpha_0).$$

Тогда зависимость проекции скорости на ось *Ox* колебательной системы от времени $\upsilon_x(t)$ при свободных незатухающих гармонических колебаниях имеет вид

$$\upsilon_x(t) = \frac{dx}{dt} = -A\,\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha_0) = -A_\upsilon \sin(\omega_0 t + \alpha_0),$$

где $A_\upsilon = \omega_0 A$ – *амплитуда скорости* – максимальное значение модуля скорости колебательной системы.

Зависимость проекции ускорения на ось *Ox* колебательной системы от времени $a_x(t)$ при свободных незатухающих гармонических колебаниях имеет вид

$$a_x(t) = \frac{d\upsilon_x}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) = -A_\upsilon \omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) = -A_a \cos(\omega_0 t + \alpha_0),$$

где $A_a = \omega_0 A_\upsilon = \omega_0^2 A$ – *амплитуда ускорения* – максимальное значение модуля ускорения колебательной системы.

Зависимость проекции на ось *Ox* силы упругости (квазиупругой силы) от времени при свободных незатухающих гармонических колебаниях имеет вид

$$F_x(t) = -k\,x(t) = -kA\cos(\omega_0 t + \alpha_0) = -F_{\max}\cos(\omega_0 t + \alpha_0),$$

где $F_{\max} = kA$ – максимальное значение силы упругости (квазиупругой силы).

Пружинный маятник – идеальная колебательная система, состоящая из тела, рассматриваемого в виде материальной точки, закрепленного на одном конце легкой пружины, другой конец которой неподвижен в некоторой инерциальной системе отсчета.

Период малых колебаний пружинного маятника (как вертикального, так и горизонтального) равен

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса тела, k – коэффициент упругости пружины.

Математический маятник – идеальная колебательная система, состоящая из легкой нерастяжимой нити, один конец которой фиксирован (точка подвеса), а на другом ее конце закреплено тело, рассматриваемое в виде материальной точки.

Период малых колебаний математического маятника, совершающего колебания только под действием силы тяжести и силы натяжения нити, причем точка подвеса маятника находится в покое относительно инерциальной системы отсчета, равен

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

где ℓ – длина нити маятника, g – ускорение свободного падения.

Физический маятник – идеальная колебательная система в виде абсолютно твердого тела, насаженного на горизонтальную неподвижную относительно некоторой инерциальной системы отсчета ось (ось подвеса), не проходящей через центр тяжести этого тела. Сила трения в оси подвеса (*Oz*, рис. 21) тела отсутствует.

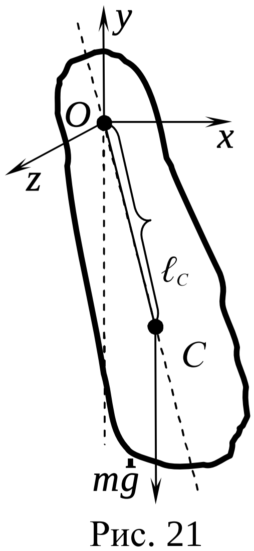

Рис. 21

Период малых колебаний физического маятника равен

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell_C}},$$

где I – момент инерции твердого тела относительно оси подвеса, m – масса твердого тела, g – ускорение свободного падения, $\mathbf{l}_C$ – расстояние между центром тяжести (центром масс) твердого тела и осью подвеса.

При свободных незатухающих гармонических колебаниях энергия W колебательной системы, равная в любой момент времени сумме значений кинетической W^k и потенциальной W^p энергий, согласно закону сохранения энергии, остается постоянной с течением времени:

$$W = W^k(t) + W^p(t) = const.$$

Значения кинетической и потенциальной энергии изменяются со временем по следующим законам соответственно:

$$W^k(t) = \frac{mu_x^2(t)}{2} = \frac{mA_u^2}{2}\sin^2(w_0 t + a_0) = W_{\max}^k \sin^2(w_0 t + a_0),$$

$$W^p(t) = \frac{k\,x^2(t)}{2} = \frac{kA^2}{2}\cos^2(w_0 t + a_0) = W_{\max}^p \cos^2(w_0 t + a_0),$$

где $W_{\max}^k = \dfrac{mA_u^2}{2}$ – максимальное значение кинетической энергии;

$W_{\max}^p = \dfrac{kA^2}{2}$ – максимальное значение потенциальной энергии.

Учитывая связь между амплитудами скорости A_u и смещения A:

$$A_u = w_0 A,$$

а также выражение собственной циклической частоты через массу m и коэффициент упругости k:

$$w_0^2 = \frac{k}{m},$$

легко доказать равенство максимальных значений кинетической и потенциальной энергии:

$$W_{\max}^k = \frac{mA_u^2}{2} = \frac{mw_0^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = W_{\max}^p.$$

Энергия колебательной системы равна каждому из максимальных значений кинетической или потенциальной энергии:

$$W = W_{\max}^k = W_{\max}^p.$$

С учетом этого, а также тригонометрических формул преобразования квадратов синуса и косинуса, зависимости значений кинетической и потенциально энергии от времени принимают следующий вид:

$$W^k(t) = \frac{1}{2}W\left[1 - \cos(2w_0 t + 2a_0)\right],$$

$$W^p(t) = \frac{1}{2}W\left[1 + \cos(2w_0 t + 2a_0)\right].$$

Из этих выражений следует, что значения кинетической и потенциальной энергии в отдельности не остаются постоянными, а изменяются по гармоническим законам с удвоенной циклической частотой $2w_0$.

На рис. 22 представлены графики зависимости от времени:

а) смещения

$$x(t) = A\ \cos(w_0 t)\,;$$

б) проекции скорости

$$u_x(t) = -A_u\ \sin(w_0 t)\,;$$

в) кинетической энергии

$$W^k(t) = \frac{1}{2}W\left[1 - \cos(2w_0 t)\right];$$

г) потенциальной энергии

$$W^p(t) = \frac{1}{2}W\left[1 + \cos(2w_0 t)\right].$$

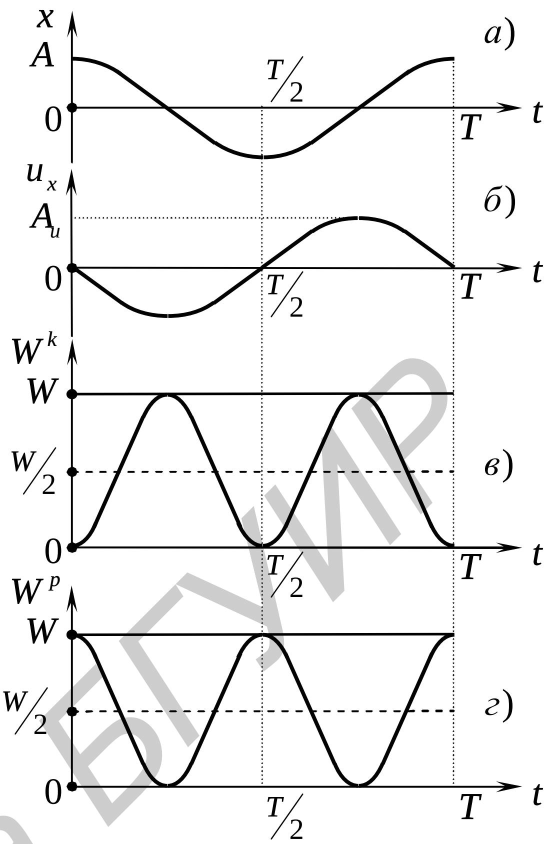

Рис. 22

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Согласно *основным положениям молекулярно-кинетической теории*, все вещества состоят из атомов и молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении (*тепловая форма движения материи*), между которыми существуют силы взаимодействия (притяжения и отталкивания), зависящие от расстояния между ними.

Молекулярная физика и термодинамика – разделы физики, изучающие тепловую форму движения материи.

Макросистема – это система, состоящая из огромного числа частиц (молекул, атомов и др.).

Совокупность огромного множества частиц, их движение и взаимодействие приводят к появлению у макросистем принципиально новых качеств и свойств, которыми не может обладать каждая частица в отдельности, характеризуемых такими физическими величинами, как температура, давление, удельный объем (их определения будут приведены ниже), коэффициент диффузии, теплопроводность, вязкость и др.

Микросостояние – это состояние макросистемы, которое задается указанием ее микропараметров – координат и импульсов (скоростей) каждой частицы этой системы.

Макросостояние – это состояние макросистемы, заданное значениями ее макропараметров (которые еще называют термодинамическими параметрами или параметрами состояния), которые в большинстве случаев можно непосредственно измерить приборами. К ним относятся температура, давление, объем, плотность, концентрация и др.

Появление в огромной совокупности составляющих макросистему частиц качественно новых как свойств самой системы, так и закономерностей в поведении частиц обуславливает применение двух взаимно дополняющих методов изучения макросистем – термодинамического и статистического.

Термодинамический метод – метод изучения макросистем на основе эмпирически полученных законов (начал), с помощью которого устанавливаются количественные соотношениях между макропараметрами этих систем без рассмотрения их внутреннего строения.

Статистический метод – метод изучения макросистем на основе их модельного представления как совокупности большого числа частиц и объяснения термодинамических закономерностей как результата их общего действия.

Термодинамический и статистический методы изучения макросистем дополняют друг друга. Термодинамический метод характеризуется своей общностью и позволяет изучать явления без модельных представлений об их внутренней структуре. Статистический же метод позволяет понять суть явлений, установить связь поведения и свойств макросистемы в целом с поведением и свойствами отдельных частиц. Их комбинированное применение способствует наиболее эффективному решению той или иной научной проблемы.

Термодинамическая система – совокупность рассматриваемых макросистем (макроскопических тел), которые могут обмениваться энергией и веществом как друг с другом, так и с внешней средой.

Термодинамические параметры (или *параметры состояния*) – физические величины, с помощью которых можно описать состояние макросистемы. Термодинамические параметры в большинстве случаев можно непосредственно измерить с помощью приборов. В качестве термодинамических параметров обычно выбирают температуру, давление и удельный объем.

Удельный объем v – физическая величина, обратная плотности r:

$$v = \frac{1}{r}.$$

В СИ [v] = 1 м^3/кг. Если тело массой m однородно, т.е. $r = const$ по всему его объему V, то

$$v = \frac{V}{m}.$$

Давление p – физическая величина, равная отношению модуля силы dF_n, действующей на малый элемент поверхности по нормали к ней, к площади dS этого элемента поверхности:

$$p = \frac{dF_n}{dS}.$$

В СИ $[p]$ = 1 Па. Если нормально действующая сила F_n равномерно распределена по поверхности площадью S, то давление p равно

$$p = \frac{F_n}{S}.$$

Температура T – физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макросистемы и являющаяся мерой интенсивности теплового движения молекул этой системы.

Термодинамическое равновесие (состояние *равновесия*) – состояние термодинамической системы, в которое она самопроизвольно переходит через некоторый промежуток времени, и которое характеризуется постоянством во времени термодинамических параметров. Температура – единственный термодинамический параметр, который одинаков для всех частей изолированной термодинамической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия. Изменение значений термодинамических параметров макросистемы, находящейся в состоянии равновесия, возможно только при изменении внешних условий. *Изолированной* называется термодинамическая система, в которой отсутствует обмен энергией и веществом с внешней средой.

В СИ температура измеряется по абсолютной термодинамической шкале (или шкале Кельвина), градуированной в кельвинах (К). Цена деления абсолютной шкалы и шкалы Цельсия одинакова. Температура T по шкале Кельвина и температура t по шкале Цельсия связаны равенством:

$$T = t + 273{,}15.$$

Относительная атомная масса A_r вещества – безразмерная физическая величина, равная отношению массы m_0 атома к $\frac{1}{12}$ массы $m_{0\mathrm{C}}$ атома изотопа углерода ${}^{12}_{6}C$:

$$A_r = \frac{m_0}{(1/12)\, m_{0\mathrm{C}}}.$$

Относительные атомные массы химических элементов приведены в Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева.

Относительная молекулярная масса M_r вещества – безразмерная физическая величина, равная отношению массы m_0 молекулы к $\frac{1}{12}$ массы $m_{0\mathrm{C}}$ атома изотопа углерода ${}^{12}_{6}C$:

$$M_r = \frac{m_0}{(1/12)\, m_{0\mathrm{C}}}.$$

1 моль – это такое количество вещества, в котором содержится столько же частиц (атомов, молекул или других структурных единиц), сколько атомов содержится в 0,012 кг изотопа углерода ${}^{12}_{6}C$.

По определению в 1 моле любого вещества содержится одинаковое число частиц, называемое *числом Авогадро* N_A:

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}.$$

Количество вещества (число молей в данной порции вещества) – это отношение числа N молекул, содержащихся в данной порции вещества, к постоянной Авогадро N_A:

$$n = \frac{N}{N_A}.$$

В СИ $[n]$ = 1 моль.

Молярная масса M вещества – это масса одного моля данного вещества. В СИ $[M]$ = 1 кг/моль.

Молярная масса M вещества равна:
отношению массы m этого вещества к содержащемуся в нем числу n молей:

$$M = \frac{m}{n};$$

произведению массы m_0 одной молекулы (или атома) на число Авогадро N_A:

$$M = m_0 N_A;$$

произведению относительной молекулярной массы M_r вещества на множитель 10^{-3} кг/моль:

$$M = M_r \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}.$$

Концентрация n молекул – это число молекул в единице объема:

$$n = \frac{N}{V},$$

где N – число молекул, содержащихся в объеме V. В СИ $[n]$ = 1 м$^{-3}$.

Идеальный газ – физическая модель, в которой:

1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда, в котором находится этот газ;
2) между молекулами газа отсутствует силовое взаимодействие на расстоянии;
3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда, в котором они находятся, носят характер абсолютно упругих ударов.

Опыт показывает, что в состоянии термодинамического равновесия параметры состояния (объем V, давление p и температура T) макросистемы находятся в функциональной зависимости, которая называется *уравнением состояния*:

$$f(p, V, T) = 0.$$

Для данного количества идеального газа, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, уравнением состояния является *уравнение Менделеева-Клапейрона*, связывающее давление p газа, его объем V и температуру T:

$$pV = n RT \qquad \text{или} \qquad pV = \frac{m}{M} RT,$$

где n – количество вещества (число молей), m – масса газа, M – его молярная масса, $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Уравнение состояния идеального газа также можно записать в следующем виде:

$$p = nkT\,,$$

где n – концентрация молекул газа, T – его абсолютная температура, $k = \dfrac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Закон Дальтона: давление p смеси химически не взаимодействующих идеальных газов равно сумме парциальных давлений p_i всех газов этой смеси:

$$p = p_1 + p_2 + \mathbf{K} + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i\,.$$

Парциальное давление данного компонента газовой смеси, занимающей объем V при температуре T, – это давление, которое оказывал бы этот газ в отсутствие остальных компонентов смеси в том же объеме и при той же температуре.

Термодинамический процесс – переход термодинамической системы из одного состояния в другое.

Термодинамический процесс называется *квазистатическим* (*равновесным*), если внешние условия меняются так медленно, что в любой момент времени систему можно считать равновесной.

Термодинамический процесс называется *обратимым*, если при изменении внешних условий в обратном порядке система проходит в обратном порядке те же состояния, что и в прямом процессе. В противном случае процесс называется *необратимым*. Обратимыми могут быть только равновесные процессы.

Равновесное состояние физически однородной и изотропной макросистемы полностью определяется заданием двух параметров (например объемом V и давлением p), а третий параметр (температура T) может быть найден из уравнения состояния. Поэтому состояние системы графически можно изобразить точкой на координатной плоскости, по осям которой откладываются значения параметров состояния. На плоскости Vp (которую еще называют Vp-диаграммой) по оси абсцисс (горизонтальной оси) откладываются значения объема V, а по оси ординат (вертикальной оси) – значения давления p. Кроме плоскости Vp пользуются плоскостью Tp, плоскостью TV и др. При протекании в системе равновесного процесса точка, изображающая ее состояние, описывает на плоскости непрерывную линию. Таким образом, равновесные процессы изображаются непрерывными линиями. Направление процесса указывается стрелкой.

Изопроцессами называют равновесные термодинамические процессы, протекающие в идеальном газе с неизменным количеством вещества при фиксированном (постоянном) значении одного из параметров состояния (температуры, давления или объема).

Изотермический процесс – равновесный термодинамический процесс, протекающий в данном количестве идеального газа при постоянной температуре.

Изотермический закон (*закон Бойля-Мариотта*): для данного количества идеального газа при постоянной температуре произведение давления p газа на его объем V остается неизменным:

$$pV = const \qquad (\text{при } n = const \text{ и } T = const).$$

Изотерма – непрерывная линия, которую на плоскости *Vp* (*Tp*, *TV* и др.) описывает точка, изображающая состояние макросистемы (физически однородной и изотропной), совершающей изотермический процесс. На плоскости *Vp* (*Vp*-диаграмме) изотерма представляет собой гиперболу (рис. 23). Для любых точек, принадлежащих одной изотерме (например, *1* и *2*), должно выполняться следующее равенство:

$$p_1V_1 = p_2V_2 .$$

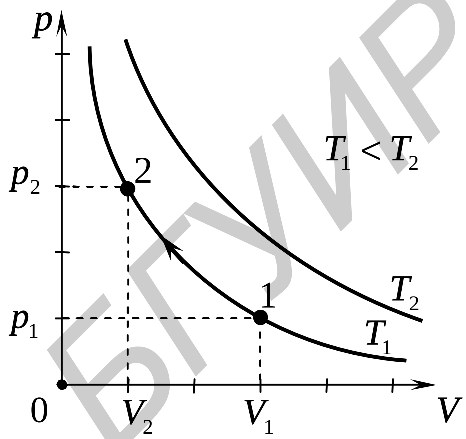

Рис. 23

Чем выше фиксированная температура при изотермическом процессе, тем дальше от координатных осей на плоскости *Vp* располагается соответствующая изотерма.

Изобарный процесс – равновесный термодинамический процесс, протекающий в данном количестве идеального газа при постоянном давлении.

Изобарный закон (*закон Гей-Люссака*): для данного количества идеального газа при постоянном давлении отношение объема *V* газа к его температуре *T* остается неизменным:

$$\frac{V}{T} = const \qquad (\text{при } n = const \text{ и } p = const).$$

Изобара – непрерывная линия, которую на плоскости *TV* (*Vp*, *Tp* и др.) описывает точка, изображающая состояние макросистемы (физически однородной и изотропной), совершающей изобарный процесс. На плоскости *TV* (*TV*-диаграмме) изобара представляет собой прямую, продолжение которой проходит через начало координат (рис. 24, а)), а на плоскости *Vp* (на *Vp*-диаграмме) – прямую, перпендикулярную оси *Op* (рис. 24, б)). Для любых точек, принадлежащих одной изобаре (например, *1* и *2*), выполняется следующее

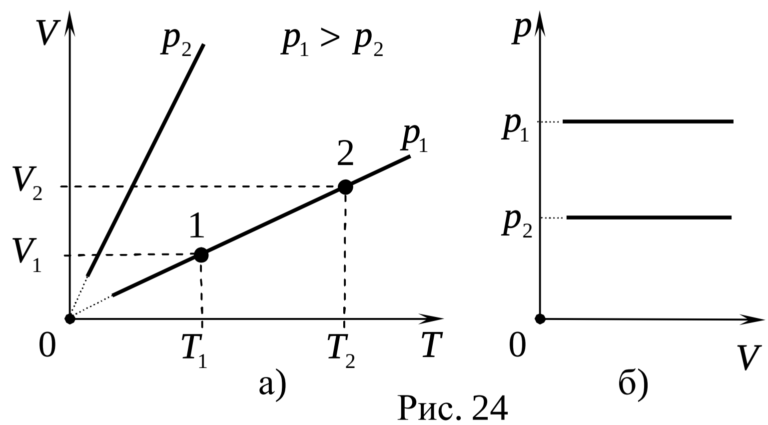

Рис. 24

равенство:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Чем выше фиксированное значение давления при изобарном процессе, тем меньше угол наклона соответствующей изобары к оси OT на плоскости TV.

Изохорный процесс – равновесный термодинамический процесс, протекающий в данном количестве идеального газа при постоянном объеме.

Изохорный закон (*закон Шарля*): для данного количества идеального газа при постоянном объеме отношение давления p газа к его температуре T остается неизменным:

$$\frac{p}{T} = const \qquad (\text{при } n = const \text{ и } V = const).$$

Изохора – непрерывная линия, которую на плоскости Tp (Vp, TV и др.) описывает точка, изображающая состояние макросистемы (физически однородной и изотропной), совершающей изохорный процесс. На плоскости Tp (Tp-диаграмме) изохора представляет собой прямую, продолжение которой проходит через начало координат (рис. 25, а)), а на плоскости Vp (на Vp-диаграмме) – прямую, перпендикулярную оси OV (рис. 25, б)). Для любых точек, принадлежащих одной изохоре (например, *1* и *2*), выполнятся следующее равенство:

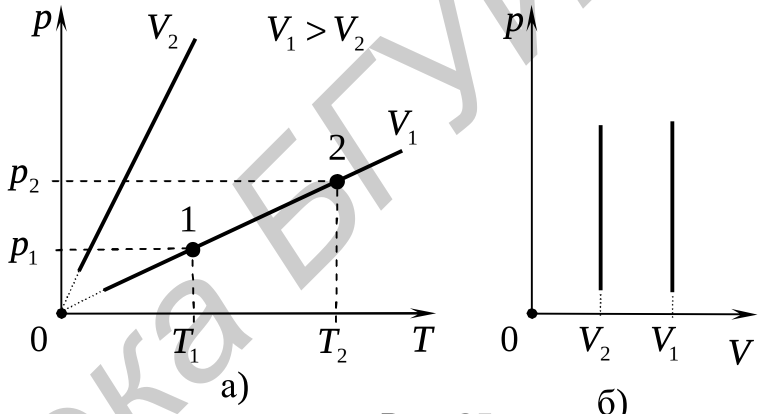

Рис. 25

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Чем выше фиксированное значение объема газа при изохорном процессе, тем меньше угол наклона соответствующей изохоры к оси OT на плоскости Tp.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории давление газа на стенки сосуда, в котором он заключен, есть результат совокупного действия множества молекул газа на стенки сосуда, оказываемого при их соударениях. Уравнение, связывающее макропараметр давление p идеального газа, находящегося в термодинамическом равновесии, и среднюю кинетическую энергию <u>поступательного</u> движения $\left\langle W^k_{пост} \right\rangle$ его молекул, называют *основным уравнением кинетической теории идеального газа*:

$$p = \frac{2}{3} n \left\langle W^k_{пост} \right\rangle,$$

где n – концентрация молекул газа.

Средняя кинетическая энергия <u>поступательного</u> движения $\langle W^k_{пост} \rangle$ одной молекулы газа равна

$$\langle W^k_{пост} \rangle = \frac{m_0 \langle \upsilon^2 \rangle}{2},$$

где m_0 – масса одной молекулы, $\langle \upsilon^2 \rangle$ – среднее значение квадрата скорости молекул газа.

В любой макроскопической системе, находящейся в термодинамическом равновесии, скорости отдельных молекул в любой момент времени неодинаковы. Из-за столкновений молекул их скорости хаотически меняются, однако в равновесном состоянии устанавливается стационарное распределение молекул по скоростям, не зависящее от времени. Число dN молекул, модули скоростей которых заключены в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$, можно представить в виде

$$dN = N \cdot F(\upsilon)\, d\upsilon,$$

где N – общее число молекул макросистемы, $F(\upsilon)$ – функция распределения по абсолютным значениям скоростей молекул. Вид этой функции был найден Дж. К. Максвеллом и называется *законом распределения Максвелла по модулю скоростей молекул*:

$$F(\upsilon) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \upsilon^2 \exp\left(-\frac{m_0 \upsilon^2}{2kT} \right),$$

где m_0 – масса одной молекулы, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура макросистемы. Тогда *средним значением* $\langle f \rangle$ величины $f = f(\upsilon)$ называют

$$\langle f \rangle = \int_0^\infty f(\upsilon) F(\upsilon)\, d\upsilon .$$

Графики функции $F(\upsilon)$, соответствующие различным температурам T_1 и T_2, приведены на рис. 26.

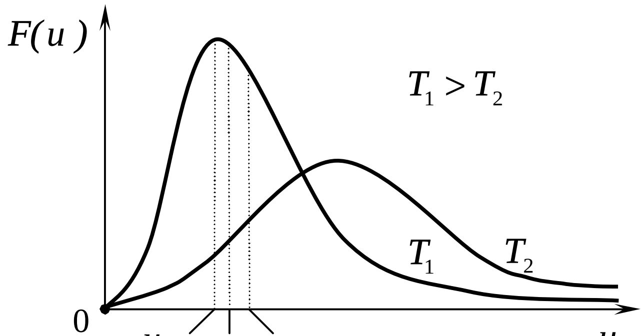

Рис. 26

С помощью функции распределения $F(\upsilon)$ можно рассчитать характерные скорости молекул, к которым относятся:

1) *Наиболее вероятная скорость* $\upsilon_{н.в}$ – скорость, которой соответствует максимум функции распределения $F(\upsilon)$ (рис. 26). Значение этой скорости определяется из условия $\frac{dF}{d\upsilon} = 0$, откуда следует, что

$$u_{н.в} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} ,$$

где m_0 – масса одной молекулы, T – абсолютная температура, k – постоянная Больцмана, R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса. В равенстве учтено, что

$$\frac{k}{m_0} = \frac{k\, N_A}{m_0\, N_A} = \frac{R}{M} .$$

2) *Средняя (или средняя арифметическая) скорость* $\langle u \rangle$ – среднее по всем молекулам значение модуля скорости, определяемое из условия:

$$\langle u \rangle = \int_0^{\infty} u\, F(u)\, du = \sqrt{\frac{8kT}{p\ m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{p\ M}} .$$

3) *Средняя квадратичная скорость* $\upsilon_{кв}$ – скорость, значение которой вычисляется как

$$u_{кв} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} ,$$

где $\langle u^2 \rangle$ – среднее значение квадрата скорости молекул газа, которое находится из условия:

$$\langle u^2 \rangle = \int_0^{\infty} u^2\, \mathrm{F}(u)\, du = \frac{3kT}{m_0} = \frac{3RT}{M} ,$$

тогда

$$u_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} .$$

С учетом определения $\upsilon_{кв.}$ выражение для средней кинетической энергии <u>поступательного</u> движения одной молекулы можно представить в виде

$$\langle W^k_{пост} \rangle = \frac{m_0 \langle u^2 \rangle}{2} = \frac{m_0 u^2_{кв.}}{2} = \frac{m_0\ 3kT}{2\, m_0} = \frac{3}{2} kT .$$

Число степеней свободы – это количество независимых переменных (координат), с помощью которых можно однозначно задать положение механической системы в пространстве. Число степеней свободы также равно числу независимых движений, которые может совершать механическая система.

Положение материальной точки в пространстве полностью определяется с помощью 3 независимых координат (например x, y и z), следовательно, материальная точка имеет три степени свободы. Так как *одноатомная* молекула газа в большинстве задач может рассматриваться как материальная точка, то ее число степеней свободы равно трем:

$$i_{одноат} = 3 .$$

Двухатомная жесткая молекула (с неизменным относительным расстоянием между атомами молекулы) газа имеет три поступательные степени свободы, однозначно определяющие в пространстве положение центра масс этой молекулы, и еще две *вращательные* степени свободы, так как может совершать вращение вокруг двух взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр масс этой молекулы. Вращением двухатомной молекулы вокруг третьей оси, проходящей через центры ее атомов, можно пренебречь. Таким образом, двухатомная жесткая молекула имеет пять степеней свободы:

$$i_{\substack{двухат. \\ жест}} = i_{пост} + i_{вращ} = 3 + 2 = 5.$$

Если двухатомная молекула упругая, т.е. возможны колебания ее атомов относительно центра масс, то в число степеней свободы этой молекулы надо добавить еще одну степень свободы – *колебательную*, связанную с расстоянием между атомами. Молекулы, состоящие из трех или более атомов с жесткой связью, имеют шесть степеней свободы: три поступательные и три вращательные.

Закон о равном распределении средней энергии по степеням свободы Больцмана: в состоянии теплового равновесия на каждую степень свободы (кроме колебательной) молекулы приходится в среднем одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$. На колебательную степень свободы приходится в среднем энергия $2 \cdot \frac{1}{2}kT$ (сумма равных средних значений кинетической и потенциальной энергий). Этот закон получен на основе <u>классических</u> представлений о характере движения молекул, поэтому он справедлив тогда, когда квантовые эффекты несущественны (в области комнатных температур).

Из закона о равном распределении средней энергии по степеням свободы следует, что средняя энергия $\langle W \rangle$ теплового движения молекулы равна

$$\langle W \rangle = \frac{i}{2}kT,$$

где число $i = i_{пост} + i_{вращ} + 2 \cdot i_{колеб}$. Число i совпадает с числом степеней свободы только для молекул с <u>жесткой</u> связью между их атомами.

Средняя энергия $\langle W \rangle$ теплового движения двухатомной жесткой молекулы может быть представлена в виде

$$\langle W \rangle = \langle W^k_{пост} \rangle + \langle W^k_{вращ} \rangle,$$

где $\langle W^k_{пост} \rangle = \frac{i_{пост}}{2}kT = \frac{3}{2}kT$ – средняя кинетическая энергия *поступательного* движения молекулы,

$\langle W^k_{вращ} \rangle = \frac{i_{вращ}}{2}kT = \frac{2}{2}kT = kT$ – средняя кинетическая энергия *вращательного* движения молекулы.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории *внутренняя энергия* U равновесной макросистемы состоит из суммарной кинетической энергии теплового движения всех ее молекул и их потенциальной энергии взаимодействия. Внутренняя энергия является величиной аддитивной, т.е. внутренняя энергия макросистемы равна сумме внутренних энергий всех частей этой системы.

Согласно молекулярно-кинетическим представлениям *внутренняя энергия U идеального газа* включает в себя энергии теплового движения всех молекул этого газа, т.е.

$$U = N \cdot \langle W \rangle,$$

где $N = N_A n$ – число молекул газа, N_A – число Авогадро, n – количество вещества, содержащегося в газе;

$\langle W \rangle = \frac{i}{2} kT$ – средняя энергия молекулы газа, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, i – число степеней свободы молекулы (жесткой).

Учитывая, что $N_A \cdot k = R$ – универсальная газовая постоянная, выражение для внутренней энергии идеального газа можно записать в виде

$$U = \frac{i}{2} n RT = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT,$$

где m – масса газа, M – его молярная масса. Принимая во внимание уравнение Менделеева-Клапейрона $pV = n RT$, внутренняя энергия идеального газа равна

$$U = \frac{i}{2} pV,$$

где p – давление газа, V – занимаемый им объем.

Элементарное приращение dU внутренней энергии идеального газа:

$$dU = \frac{i}{2} n R\, dT.$$

Изменение (приращение) внутренней энергии идеального газа при переходе из состояния *1* (при температуре T_1, давлении p_1 и объеме V_1) в состояние *2* (при температуре T_2, давлении p_2 и объеме V_2):

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} n R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1).$$

При повышении температуры газа приращение его внутренней энергии $\Delta U > 0$, при понижении температуры – $\Delta U < 0$. Если $T_2 = T_1$, то $\Delta U = 0$.

Внутренняя энергия макросистемы зависит только от термодинамического состояния этой системы. Внутренняя энергия является однозначной функцией состояния термодинамической системы и не зависит от способа перехода этой системы в данное состояние.

Количество теплоты Q (*теплота*)– энергия, переданная макросистеме путем теплообмена, т.е. в результате процесса передачи энергии от одного тела другому без совершения работы. Количество теплоты Q – величина алгебраическая, т.е. условились, что если система получает теплоту, то $Q > 0$; если теплота отводится от системы, то $Q < 0$. Количество теплоты Q является функцией процесса, т.е. ее значение зависит от типа процесса, в ходе которого макросистема достигла данного состояния. Поэтому элементарное количество теплоты принято обозначать dQ.

Элементарная работа dA сил давления газа при малом изменении dV его объема равна

$$dA = pdV,$$

где p – давление газа.

Работу A сил давления газа при конечном изменении его объема от V_1 до V_2 можно вычислить как

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V)\, dV,$$

где $p(V)$ – зависимость давления газа от его объема в данном процессе.

Из геометрического смысла определенного интеграла следует, что работа A сил давления газа численно равна (с точностью до знака) площади криволинейной трапеции, образованной на плоскости Vp графиком функции $p(V)$, осью абсцисс (OV) и прямыми, соответствующими пределам интегрирования (рис. 27).

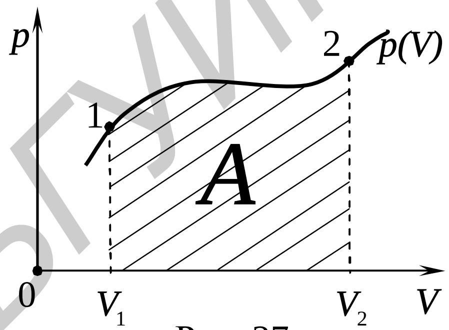

Рис. 27

Поскольку вид функции $p = p(V)$ зависит от типа процесса, в ходе которого изменяется объем газа, то работа, совершаемая силами давления газа, зависит от типа процесса. Поэтому работа A сил давления газа является <u>функцией процесса</u>.

Работа A сил давления газа является алгебраической величиной: если объем газа увеличивается , то $A > 0$; если объем газа уменьшается, то $A < 0$. Если $V_2 = V_1$, то $A = 0$.

Анализ огромного числа экспериментальных фактов показывает, что изменение внутренней энергии макросистемы с фиксированным значением количества вещества ($n = const$) возможно при сообщении этой системе некоторого количества теплоты Q и (или) совершении работы A силами давления данной системы. При этом разность $Q - A$ не зависит от типа процесса, а ее значение однозначно определяется термодинамическими параметрами начального и конечного состояний макросистемы. Этот факт называется *I началом термодинамики*, которое является одним из фундаментальных законов физики и представляет собой по сути обобщенный на совокупность механических и тепловых процессов закон сохранения энергии.

Поэтому обычно *I начало термодинамики* формулируют в виде закона сохранения энергии: количество теплоты Q, переданное макросистеме с фиксированным значением количества вещества ($n = const$), идет на приращение ее внутренней энергии ΔU и на совершение работы A силами давления этой системы:

$$Q = \Delta U + A.$$

Математическое выражение *I начала термодинамики* в дифференциальной форме (для элементарного термодинамического процесса) имеет вид

$$dQ = dU + dA \qquad \text{или} \qquad dQ = dU + pdV .$$

Теплоемкостью $C_{тела}$ тела называется скалярная физическая величина, равная отношению элементарного количества теплоты dQ, сообщенного телу, к соответствующему приращению dT его температуры в данном термодинамическом процессе:

$$C_{тела} = \frac{dQ}{dT} .$$

В СИ $[C_{тела}]$ = 1Дж/К.

Молярная теплоемкость C – теплоемкость одного моля вещества ($n = 1$ моль):

$$C = \frac{C_{тела}}{n} = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT} .$$

В СИ $[C]$ = 1Дж/(моль·К)

Поскольку dQ является функцией процесса, то теплоемкость $C_{тела}$ тела и молярная теплоемкость C также являются <u>функциями процесса</u>.

Особое значение имеют молярные теплоемкости для двух процессов:

при постоянном давлении C_p: $$C_p = \frac{i+2}{2} R ,$$

при постоянном объеме C_V: $$C_V = \frac{i}{2} R .$$

<u>Применение I начала термодинамики к изопроцессам</u>

1. *Изотермический процесс* ($n = const$ и $T = const$).

Изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$.

Зависимость давления p газа от его объема V имеет вид

$$p(V) = \frac{n RT}{V} .$$

Поэтому работа A сил давления газа при изменении его объема от V_1 до V_2 будет равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{n RT}{V} dV = n RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = n RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = n RT (\ln V_2 - \ln V_1) = n RT \ln \frac{V_2}{V_1} .$$

Количество теплоты Q, переданное газу при изотермическом процессе, идет только на совершение работы A силами давления этого газа:

$$Q = A .$$

2. *Изобарный процесс* ($n = const$ и $p = const$).

Изменение внутренней энергии ΔU газа при переходе из состояния *1* в состояние *2*:

$$\Delta U = \frac{i}{2} n R \Delta T = \frac{i}{2} p \Delta V .$$

Работа A сил давления газа при изменении его объема от V_1 до V_2 будет равна

$$A=\int\limits_{V_1}^{V_2}\text{p}\,dV=p\int\limits_{V_1}^{V_2}dV=pV\Big|_{V_1}^{V_2}=p(V_2-V_1)=p\Delta V=n\,RT_2-nRT_1=n\,R\Delta T\,.$$

Сравнивая выражения для работы A и изменения внутренней энергии ΔU газа при изобарном процессе, получаем следующее соотношение:

$$\Delta U=\frac{i}{2}A\,.$$

Количество теплоты Q, переданное газу при изобарном процессе, идет на приращение внутренней энергии ΔU газа и на совершение работы A его силами давления:

$$Q=\Delta U+A=\frac{i}{2}n\,R\Delta T+n\,R\Delta T=\frac{i+2}{2}n\,R\Delta T=\frac{i+2}{2}\,p\Delta V\,.$$

3. *Изохорный процесс* ($n=const$ и $V=const$).

Изменение внутренней энергии ΔU газа при переходе из состояния *1* в состояние *2*:

$$\Delta U=\frac{i}{2}n\,R\Delta T=\frac{i}{2}V\Delta p\,.$$

Работа A сил давления газа: $A=0$.

Количество теплоты Q, переданное газу при изохорном процессе, идет только на приращение внутренней энергии ΔU газа:

$$Q=\Delta U\,.$$

4. *Адиабатический процесс* – термодинамический процесс, протекающий в данной макросистеме без теплообмена с внешней средой, т.е. $Q=0$. *Уравнение равновесного адиабатического процесса*, протекающего в идеальном газе, (уравнение Пуассона) связывает параметры его состояния и имеет вид

$$pV^{g}=const,$$

где $g=\dfrac{C_p}{C_V}=\dfrac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты (адиабатическая постоянная или коэффициент Пуассона). Уравнение адиабатического процесса можно представить в других параметрах, например:

$$TV^{g-1}=const\,.$$

Поскольку по определению $g>1$, то из этого уравнения следует, что при равновесном адиабатическом расширении газ охлаждается, а при равновесном адиабатическом сжатии – нагревается.

Адиабата (рис. 28, кривая *1*) на координатной плоскости *Vp* идет круче изотермы (рис. 28, кривая *2*).

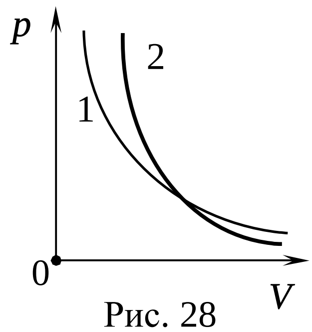

Рис. 28

Поскольку при адиабатическом процессе $Q=0$, тогда в соответствии с I началом термодинамики, работа сил давления газа совершается за счет убыли его внутренней энергии:

$$A=-\Delta U\,.$$

II начало термодинамики – закон, запрещающий некоторые термодинамические процессы, не нарушающие закон сохранения энергии, т.е. он позволяет устанавливать направление процессов, которые могут происходить в действительности.

II начало термодинамики (формулировка Р. Клаузиуса, 1850 г.): невозможен процесс, единственным конечным результатом которого был бы переход теплоты от менее нагретого тела к телу более нагретому.

II начало термодинамики (формулировка У.Томсона (Кельвина), 1851 г.): невозможны круговые процессы, единственным и конечным результатом которых было бы превращение всего полученного тепла целиком в работу.

Тепловой двигатель (машина) – периодически действующее устройство, преобразующее теплоту в механическую работу. Любой тепловой двигатель работает по круговому процессу (циклу) (рис. 29). Основные части теплового двигателя: нагреватель, рабочее тело (газ или другое вещество) и холодильник. Находясь в начальном состоянии *1*, газ (рабочее тело) от нагревателя получает некоторое количество теплоты Q_1 и переходит в состояние 2 по кривой *a*. При этом газ расширяется, и его силы давления совершают положительную работу A_1. По I началу термодинамики:

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1.$$

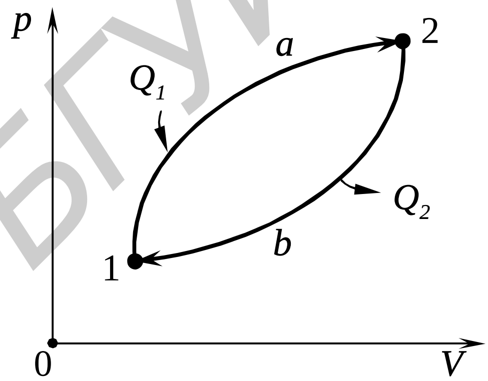

Рис. 29

Затем газ возвращается в исходное состояние по кривой *2b1*. При этом силы давления газа совершают отрицательную работу A_2, абсолютная величина которой была бы меньше A_1. В ходе этого процесса газ отдает холодильнику количество теплоты $Q_2 < 0$, которое согласно I началу термодинамики:

$$Q_2 = U_1 - U_2 + A_2.$$

Работа A, которую совершают силы давления газа за цикл *1a2b1*, равна

$$A = A_1 + A_2 = Q_1 - (U_2 - U_1) + Q_2 - (U_1 - U_2) = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|.$$

КПД теплового двигателя η – характеристика эффективности его работы, равная отношению работы A сил давления газа за цикл к количеству теплоты Q_1, поглощаемому при этом газом:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}.$$

КПД часто выражается в процентах:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\,\% = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \cdot 100\,\%.$$

Цикл Карно – циклический обратимый процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат (рис. 30):

$1 \to 2$ – газ изотермически ($T_1 = const$) расширяется, получая от нагревателя с температурой T_1 количество теплоты Q_1;

$2 \to 3$ – газ, изолированный от нагревателя, адиабатически расширяется, при этом температура газа уменьшается до T_2;

$3 \to 4$ – газ изотермически ($T_2 = const$) сжимается, отдавая холодильнику с температурой T_2 количество теплоты $Q_2 < 0$;

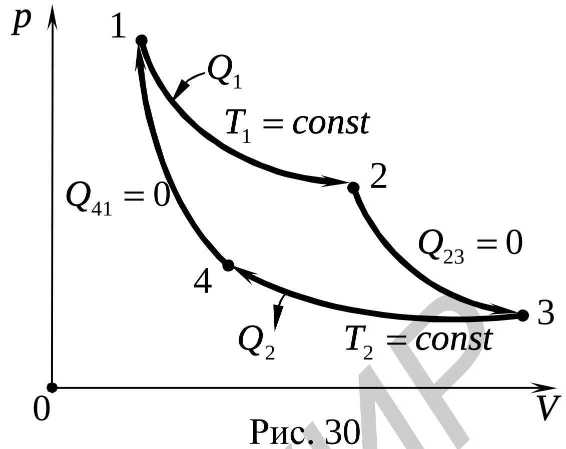

Рис. 30

$4 \to 1$ – газ, изолированный от холодильника, адиабатически сжимается, при этом температура газа увеличивается до T_1.

Тепловую машину, работающую по циклу Карно, называют *идеальным тепловым двигателем*, или *идеальной тепловой машиной* Карно.

Теорема Карно:

1) КПД обратимых тепловых двигателей, работающих по циклу Карно, зависит только от температур T_1 нагревателя и T_2 холодильника, и не зависит ни от устройства двигателя, ни от рода рабочего вещества:

$$h_К = \frac{T_1 - T_2}{T_1};$$

2) КПД любого теплового двигателя не может превышать КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно в том же интервале температур:

$$h \le h_К.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени $t_0 = 0$ частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

Дано:

$\vec{u}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с)

t_0=0, x_0= 1 м, y_0=z_0= 0

t_1=1,0 с

1) $u(t)$ – ?
2) $\vec{a}(t),\ a(t)$ – ?
3) $\vec{r}(t)$ – ?
4) $\vec{r}(t_1)$ – ?
5) Δr – ?

Решение:

Физическая система состоит из одной частицы, скорость которой изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с).

Так как вектор скорости $\vec{u}$ частицы связан с его проекциями u_x, u_y, u_z на координатные оси

$$\vec{u} = u_x \cdot \vec{i} + u_y \cdot \vec{j} + u_z \cdot \vec{k},$$

то зависимости от времени проекций вектора скорости данной частицы на координатные оси имеют вид

$$u_x(t) = t^2 \text{ (м/с)}, \qquad u_y(t) = -3t \text{ (м/с)}, \qquad u_z = 2 \text{ (м/с)}.$$

1) Модуль скорости частицы связан с его проекциями на координатные оси как $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$, тогда искомая зависимость модуля скорости частицы от времени имеет вид $u(t) = \sqrt{t^4 + 9t^2 + 4}$ (м/с).

2) Вектор ускорения $\vec{a}$ можно выразить через его проекции a_x, a_y, a_z на координатные оси следующим образом: $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$.

Из определения вектора ускорения $\vec{a} = \dfrac{d\vec{u}}{dt}$ следует, что проекции вектора ускорения частицы на координатные оси равны производным одноименных проекций ее скорости по времени: $a_x = \dfrac{du_x}{dt}$, $a_y = \dfrac{du_y}{dt}$, $a_z = \dfrac{du_z}{dt}$.

Учитывая, что $u_x(t) = t^2$ (м/с), $u_y(t) = -3t$ (м/с), $u_z = 2$ (м/с), найдем проекции a_x, a_y, a_z вектора ускорения частицы на координатные оси:

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = 2t \text{ (м/с}^2\text{)}, \qquad a_y = \frac{du_y}{dt} = -3 \text{ (м/с}^2\text{)}, \qquad a_z = \frac{du_z}{dt} = 0$$

Тогда зависимость от времени вектора ускорения частицы имеет вид

$$\vec{a}(t) = 2t \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j} \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Модуль ускорения связан с его проекциями на координатные оси как $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$, тогда модуль ускорения частицы зависит от времени:

$$a(t) = \sqrt{4t^2 + 9} \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

3) Кинематический закон движения частицы – это зависимость от времени ее радиуса-вектора $\vec{r}(t)$. Так как радиус-вектор движущейся частицы можно выразить через ее координаты (проекции радиуса-вектора на координатные оси) как $\vec{r}(t) = x(t)\cdot\vec{i} + y(t)\cdot\vec{j} + z(t)\cdot\vec{k}$, то для ответа на вопрос задачи необходимо найти зависимости от времени координат $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ частицы. Из определения вектора скорости $\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ следует, что проекции вектора скорости частицы на координатные оси равны производным ее одноименных координат по времени:

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \qquad u_y = \frac{dy}{dt}, \qquad u_z = \frac{dz}{dt}.$$

Так как $u_x(t) = t^2$ (м/с) и $u_x = \frac{dx}{dt}$, то получаем, что

$$\frac{dx}{dt} = t^2.$$

Умножив левую и правую часть этого уравнения на dt, имеем

$$dx = t^2 dt.$$

Полученное уравнение является дифференциальным уравнением с разделенными переменными, решение которого получают интегрированием левой и правой части равенства: $\int dx = \int t^2 dt$,

$$x = \frac{t^3}{3} + C_1.$$

Поскольку интегралы неопределенные, то полученное выражение содержит константу C_1, значение которой найдем из начальных условий:

$$x_0 = \frac{t_0^3}{3} + C_1;$$

подставляя значения $x_0 = 1$ м и $t_0 = 0$, получаем $C_1 = 1$ м. Тогда зависимость от времени координаты $x(t)$ частицы имеет вид

$$x(t) = \frac{t^3}{3} + 1 \text{(м)}.$$

Аналогично найдем зависимость от времени $y(t)$ и $z(t)$.

Так как $u_y = \frac{dy}{dt}$ и $u_y(t) = -3t$ $(м/с)$, то $\frac{dy}{dt} = -3t$,

$$dy = -3t\,dt,$$

$$\int dy = \int (-3t)\,dt,$$

$$y = -\frac{3t^2}{2} + C_2 .$$

Так как при $t_0 = 0$ координата $y_0 = 0$, то $C_2 = 0$. Тогда зависимость от времени координаты *y(t)* частицы имеет вид $y(t) = -\frac{3t^2}{2}$ (м).

Так как $u_z = \frac{dz}{dt}$ и $u_z = 2$ (м/с), то $\frac{dz}{dt} = 2$,

$$dz = 2dt ,$$

$$\int dz = \int 2dt ,$$

$$z = 2t + C_3 .$$

Так как при $t_0 = 0$ координата $z_0 = 0$, то $C_3 = 0$. Тогда зависимость от времени координаты z*(t)* частицы имеет вид

$$z(t) = 2t \text{ (м).}$$

Определив зависимости от времени координат $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ частицы, запишем кинематический закон ее движения:

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{t^3}{3} + 1\right) \cdot \vec{i} - \frac{3t^2}{2} \cdot \vec{j} + 2t \cdot \vec{k} \text{ (м).}$$

4) Для нахождения радиус-вектора частицы в определенный момент времени t_1 подставим в кинематический закон движения частицы значение t_1=1,0 с:

$$\vec{r}(t_1) = \left(\frac{t_1^3}{3} + 1\right) \cdot \vec{i} - \frac{3t_1^2}{2} \cdot \vec{j} + 2t_1 \cdot \vec{k} = \left(\frac{1^3}{3} + 1\right) \cdot \vec{i} - \frac{3 \cdot 1^2}{2} \cdot \vec{j} + 2 \cdot 1 \cdot \vec{k} \text{ (м).}$$

Проведя вычисления, получаем

$$\vec{r}(t_1) = \frac{4}{3}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k} \text{ (м).}$$

5) По определению вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$ равен $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_0)$. Так как $\vec{r}(t_0) = x_0 \cdot \vec{i} + y_0 \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k}$, то с учетом начальных условий $x_0 = 1$ м и $y_0 = z_0 = 0$ радиус-вектор частицы в начальный момент времени равен $\vec{r}(t_0) = 1\vec{i}$ (м). Тогда вектор перемещения составляет

$$\Delta\vec{r} = \frac{4}{3}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k} - 1\vec{i} = \frac{1}{3}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k} ,$$

а его модуль равен

$$\Delta r = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{9}{4} + 4} = \sqrt{6{,}36} = 2{,}5 \text{ (м).}$$

Ответ: 1) $u(t) = \sqrt{t^4 + 9t^2 + 4}$ (м/с);

2) $\vec{a}(t) = 2t \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j}$ (м/с^2), $a(t) = \sqrt{4t^2 + 9}$ (м/с^2);

3) $\vec{r}(t) = \left(\frac{t^3}{3} + 1\right) \cdot \vec{i} - \frac{3t^2}{2} \cdot \vec{j} + 2t \cdot \vec{k}$ (м);

4) $\vec{r}(t_1) = \frac{4}{3}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k}$ (м);

5) $\Delta r = 2{,}5$ (м).

Пример 2. Однородный диск массой m и радиусом R вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости с угловой скоростью ω_0 . К ободу диска приложили касательную силу, под действием которой диск начал останавливаться. В какой момент времени t после начала действия силы диск остановился, если модуль силы зависит от времени как $F = at^2$, где a – некоторая положительная постоянная.

Дано:

m

R

$t_0=0$, ω_0

$F = at^2$, где $a = const$

$\omega(t) = 0$

t – ?

Решение:

Физическая система состоит из вращающегося однородного диска, на который действуют сила $\vec{F}$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции $\vec{N}$ оси (рис. 31). Поскольку центр масс диска неподвижен, то

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}.$$

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения диска вокруг неподвижной оси Oz, совпадающей по направлению с вектором начальной угловой скорости $\vec{\omega}_0$:

$$I\frac{d\omega_z}{dt} = M_z + M_{mg\,z} + M_{N\,z}, \qquad (1)$$

где

$$I = \frac{mR^2}{2} \qquad (2)$$

– момент инерции диска относительно оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости диска (см. табл. 1); ω_z – проекция угловой скорости диска на ось Oz; M_z – момент силы $\vec{F}$ относительно оси Oz, $M_{mg\,z}$ и $M_{N\,z}$ – момент силы тяжести $m\vec{g}$ и момент силы реакции оси $\vec{N}$ относительно оси Oz соответственно. Поскольку точка O является точкой приложения сил $m\vec{g}$ и $\vec{N}$, то

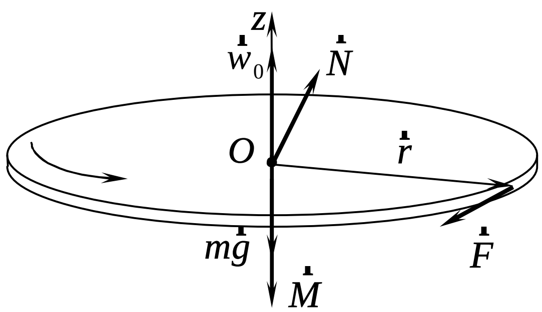

Рис. 31

$$M_{mg\,z} = M_{N\,z} = 0. \qquad (3)$$

Согласно определению момента силы вектор $\vec{M}$ направлен противоположно оси Oz, тогда момент силы $\vec{F}$ относительно оси Oz равен

$$M_z = -F\,r\sin\beta,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки приложения силы $\vec{F}$; β – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$. Так как модуль радиуса-вектора равен радиусу диска $r = R$, угол $\beta = 90^0$, а модуль силы зависит от времени как $F = at^2$, то момент силы $\vec{F}$ относительно оси Oz в зависимости от времени имеет вид

$$M_z = -Ra\,t^2 . \quad (4)$$

Подставим выражения (2), (3) и (4) в уравнение (1):

$$\frac{mR^2}{2}\frac{dw_z}{dt} = -Rat^2 , \quad (5)$$

Перепишем полученное уравнение в виде дифференциального уравнения с разделенными переменными:

$$dw_z = -\frac{2a}{mR}t^2 dt .$$

Интегрируя левую и правую часть этого уравнения:

$$\int dw_z = \int\left(-\frac{2a}{mR}\right)t^2 dt ,$$

получим

$$w_z = -\frac{2a}{3mR}t^3 + C . \quad (6)$$

Постоянную интегрирования C найдем из начальных условий: в начальный момент времени $t_0 = 0$ угловая скорость диска $w_z(t_0) = w_0$. Подставляя эти значения в выражение (6), получим

$$w_0 = -\frac{2a}{3mR}0^3 + C ,$$

откуда $$C = w_0 .$$

Подставляя в (6) значение постоянной $C = w_0$, находим зависимость проекции угловой скорости вращения диска от времени:

$$w_z(t) = w_0 - \frac{2a}{3mR}t^3 . \quad (7)$$

В момент t остановки диска его угловая скорость равна нулю, т.е. $w_z(t) = 0$, тогда из (7) имеем

$$0 = w_0 - \frac{2a}{3mR}t^3 .$$

Из этого уравнения выразим момент остановки диска:

$$t = \sqrt[3]{\frac{3mRw_0}{2a}} .$$

Ответ: $t = \sqrt[3]{\frac{3mRw_0}{2a}}$.

Пример 3. На равномерно движущейся железнодорожной платформе жестко закреплено орудие, из которого произведен выстрел в сторону, противоположную движению платформы. Определить скорость платформы до выстрела, если после выстрела ее скорость стала равной 9,0 м/с, а снаряд вылетает со скоростью 100,0 м/с под углом 30^0 к горизонту относительно платформы. Масса платформы с орудием 950 кг, масса снаряда 50 кг.

Дано:

$m_1 = 950$ кг
$m_2 = 50$ кг
$\upsilon_1 = 9{,}0$ м/с
$\upsilon = 100{,}0$ м/с
$\alpha = 30^0$

$\upsilon - ?$

Решение:

Физическая система состоит из двух тел: платформы с орудием массой m_1 и снаряда массой m_2.

В первом состоянии (до выстрела) импульс $\vec{p}_1$ системы относительно земли был равен

$$\vec{p}_1 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}\,, \tag{1}$$

где $\vec{\upsilon}$ – скорость относительно земли платформы с орудием и снарядом до выстрела (рис. 32).

Во втором состоянии (после выстрела) импульс $\vec{p}_2$ системы относительно земли стал равным

$$\vec{p}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2\,, \tag{2}$$

где $\vec{\upsilon}_1$ – скорость относительно земли платформы с орудием после выстрела;
$\vec{\upsilon}_2$ – скорость относительно земли снаряда после выстрела.

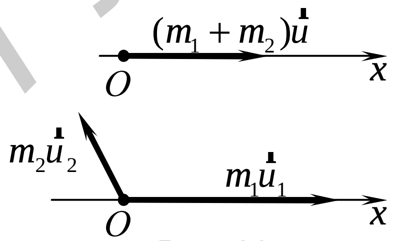

Рис. 32

Согласно закону сложения скоростей скорость $\vec{\upsilon}_2$ снаряда относительно земли равна геометрической сумме скорости $\vec{\upsilon}$ снаряда относительно платформы и скорости $\vec{\upsilon}_1$ платформы относительно земли (рис. 33):

$$\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon} + \vec{\upsilon}_1\,. \tag{3}$$

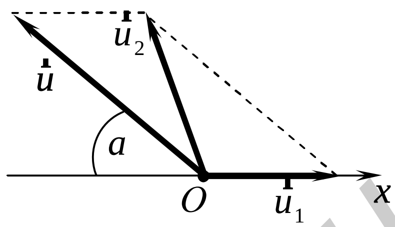

Рис. 33

Подставив выражение (3) в уравнение (2), получим

$$\vec{p}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2(\vec{\upsilon} + \vec{\upsilon}_1) = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon} + m_2\vec{\upsilon}_1\,. \tag{4}$$

Система «платформа+снаряд» незамкнута, но сумма проекций всех внешних сил (сил тяжести и силы реакции опоры), действующих на эту систему, на ось *Ox* (рис. 32) равна нулю, а сила трения пренебрежимо мала, следовательно, проекция импульса данной системы на ось *Ox* сохраняется:

$$p_{1x} = p_{2x}\,, \tag{5}$$

где p_{1x} – проекция на ось *Ox* импульса $\vec{p}_1$ системы до выстрела; p_{2x} – проекция на ось *Ox* импульса $\vec{p}_2$ системы после выстрела.

Спроектировав выражения (1) и (4) на ось *Ox*, получим

$$p_{1x} = (m_1 + m_2)\upsilon\,, \tag{6}$$

$$p_{2x} = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon\cos\alpha + m_2\upsilon_1\,. \tag{7}$$

Уравнения (6) и (7) подставим в равенство (5):

$$(m_1+m_2)u = m_1u_1 - m_2u\cos a + m_2u_1.$$

Выражая скорость платформы до выстрела, получим

$$u = \frac{(m_1+m_2)u_1 - m_2u\cos a}{m_1+m_2}.$$

Подставляя числовые значения, вычислим скорость платформы до выстрела:

$$u = \frac{(950+50)\cdot 9{,}0 - 50\cdot 100{,}0\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{950+50} = 4{,}7 \text{ (м/с).}$$

Ответ: $u = \dfrac{(m_1+m_2)u_1 - m_2u\cos a}{m_1+m_2} = 4{,}7$ м/с.

Пример 4. В центре скамьи Жуковского массой 15 кг и радиусом 1 м, вращающейся с угловой скоростью 1,5 рад/с, стоит человек и держит на вытянутых руках две гири по 1 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения составляет 85 см. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси вращения станет равным 30 см? Считать, что момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

Дано:

m_c = 15 кг
R = 1 м
w_1 =1,5 рад/с
$m_{г1} = m_{г2} = m_г$ =1 кг
r_1 = 85 см = 0,85 м
r_2 = 30 см = 0,30 м

w_2 -?

Решение:

Скамья Жуковского представляет собой однородный диск, который может свободно вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости. Момент инерции скамьи относительно этой оси равен (см. табл. 1):

$$I_c = \frac{m_cR^2}{2}. \qquad (1)$$

Физическая система состоит из скамьи с человеком и двух гирь. По условию момент инерции человека относительно оси вращения равен нулю, т.е. $I_ч = 0$. Гири можно считать материальными точками и, т.к. они находятся на одном и том же расстоянии r до оси вращения (рис. 34), то момент инерции гирь относительно этой оси равен

$$I_г = m_{г1}r^2 + m_{г2}r^2 = 2m_гr^2, \qquad (2)$$

где r – расстояние от каждой гири до оси вращения. Поскольку момент инерции I всей системы относительно оси вращения равен сумме моментов инерции всех тел системы относительно этой же оси, с учетом (1) и (2) имеем

$$I = I_c + I_г = \frac{m_cR^2}{2} + 2m_гr^2 = \frac{m_cR^2 + 4m_гr^2}{2}.$$

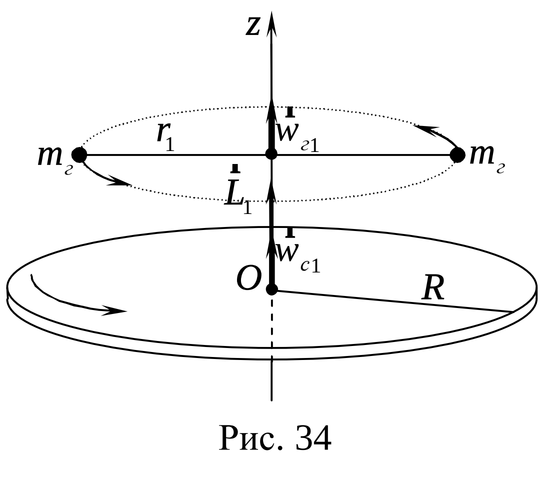

Рис. 34

Момент инерции системы относительно оси вращения в первом состоянии (каждая гиря находится на расстоянии r_1 от оси) равен

$$I_1 = \frac{m_с R^2}{2} + 2m_г r_1^2 = \frac{m_с R^2 + 4m_г r_1^2}{2}.$$

Так как в первом случае скамья и гири вращаются относительно оси с одинаковой угловой скоростью $\vec{w}_{с1} = \vec{w}_{г1} = \vec{w}_1$ (рис. 34), тогда момент импульса системы относительно оси Oz будет равен

$$L_{1z} = I_1 w_1 = \frac{m_с R^2 + 4m_г r_1^2}{2} \cdot w_1. \qquad (3)$$

Во втором состоянии (каждая гиря находится на расстоянии r_2 от оси вращения) момент инерции системы относительно оси вращения равен

$$I_2 = \frac{m_с R^2}{2} + 2m_г r_2^2 = \frac{m_с R^2 + 4m_г r_2^2}{2},$$

а поскольку скамья и гири вращаются относительно оси с одинаковой угловой скоростью $\vec{w}_{с2} = \vec{w}_{г2} = \vec{w}_2$, тогда момент импульса L_{2z} системы относительно оси Oz будет равен:

$$L_{2z} = I_2 w_2 = \frac{m_с R^2 + 4m_г r_2^2}{2} \cdot w_2. \qquad (4)$$

Так как моменты внешних сил (сил тяжести и реакции опоры), действующих на систему относительно оси вращения Oz, равны нулю, то момент импульса системы относительно этой оси сохраняется:

$$L_{1z} = L_{2z}. \qquad (5)$$

Подставим в (5) выражения (3) и (4):

$$\frac{m_с R^2 + 4m_г r_1^2}{2} \cdot w_1 = \frac{m_с R^2 + 4m_г r_2^2}{2} \cdot w_2,$$

откуда угловая скорость w_2 выражается как

$$w_2 = w_1 \cdot \frac{m_с R^2 + 4m_г r_1^2}{m_с R^2 + 4m_г r_2^2}.$$

Подставляя числовые значения, вычислим угловую скорость w_2:

$$w_2 = 1{,}5 \cdot \frac{15 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 0{,}85^2}{15 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 0{,}30^2} = 1{,}7 \text{ (рад/с)}.$$

Ответ: $w_2 = w_1 \cdot \dfrac{m_с R^2 + 4m_г r_1^2}{m_с R^2 + 4m_г r_2^2} = 1{,}7$ рад/с.

Пример 5. После вертикального запуска с поверхности Земли и выключения двигателя скорость ракеты на высоте $1{,}5\cdot10^6$ м равна 6 км/с. На какой высоте над поверхностью Земли скорость ракеты уменьшится до 2 км/с при условии, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной? Масса Земли и ее радиус известны.

Дано:
$h_1 = 1{,}5\cdot10^6$ м
$\upsilon_1 = 6\cdot10^3$ м/с
$\upsilon_2 = 2\cdot10^3$ м/с
h_2 - ?

Решение:

Механическая энергия W ракеты, находящейся в гравитационном поле Земли, которое является потенциальным, складывается из кинетической W^k и потенциальной W^p энергий:

$$W = W^k + W^p. \qquad (1)$$

Кинетическая энергия ракеты массой m, движущейся со скоростью υ, равна

$$W^k = \frac{m\upsilon^2}{2}. \qquad (2)$$

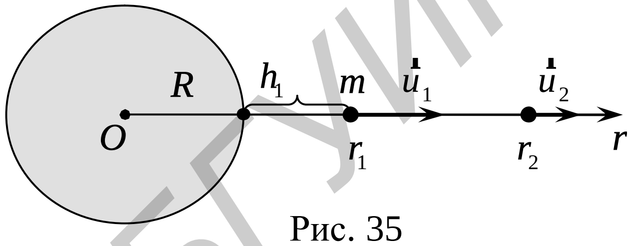

Рис. 35

Потенциальная энергия ракеты в гравитационном поле Земли:

$$W^p = -\frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{R+h}, \qquad (3)$$

где $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2) – гравитационная постоянная (см. «Основные физические константы и величины»), $M = 5{,}98\cdot10^{24}$ кг – масса Земли, $r = R + h$ – расстояние от центра Земли до ракеты, $R = 6{,}37\cdot10^6$ м – радиус Земли, h – высота ракеты над поверхностью Земли.

На высоте h_1 (рис. 35) ракета обладает скоростью υ_1, тогда согласно (1) с учетом (2) и (3) ее механическая энергия W_1 равна

$$W_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{2} - \frac{GMm}{R+h_1}. \qquad (4)$$

На высоте h_2 ракета обладает скоростью υ_2, тогда ее механическая энергия W_2 равна

$$W_2 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{GMm}{R+h_2}. \qquad (5)$$

Поскольку на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, являющаяся консервативной силой, то согласно закону сохранения энергии механическая энергия ракеты не изменяется, т.е. $W_1 = W_2$, а с учетом (4) и (5):

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} - \frac{GMm}{R+h_1} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{GMm}{R+h_2}.$$

Выразив из данного уравнения искомую высоту h_2, получим

$$h_2 = \frac{2GM(R+h_1)}{2GM - (\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2)(R+h_1)} - R.$$

Произведем вычисления:

$$h_2 = \frac{2\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot10^{24}(6{,}37\cdot10^6 + 1{,}5\cdot10^6)}{2\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot10^{24} - (36\cdot10^6 - 4\cdot10^6)\cdot(6{,}37\cdot10^6 + 1{,}5\cdot10^6)} - 6{,}37\cdot10^6 \approx$$
$\approx 5{,}13\cdot10^6$ (м).

Ответ: $h_2 = \dfrac{2GM(R+h_{1)}}{2GM - (u_1^2 - u_2^2)(R+h_1)} - R \approx 5{,}13\cdot 10^6$ (м).

Пример 6. Один конец тонкого однородного стержня длиной $\mathbf{l}$ жестко закреплен на поверхности однородного шара так, что центры масс стержня и шара, а также точка крепления находятся на одной прямой. Массы шара и стержня равны, а радиус шара в 4 раза меньше длины стержня. Определить период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на четверть длины стержня от его свободного конца.

Дано:

$\mathbf{l}$

$m_1 = m_2$

$R = \dfrac{\mathbf{l}}{4}$

$\mathbf{l}_1 = \dfrac{\mathbf{l}}{4}$

$T - ?$

Решение:

Система «шар+стержень» представляет собой физический маятник, период малых колебаний которого определяется выражением

$$T = 2p\sqrt{\frac{I}{m\,g\,\mathbf{l}_C}}\,, \tag{1}$$

где I – момент инерции системы относительно оси подвеса, проходящей через точку подвеса т. O перпендикулярно стержню (рис. 36), m – масса системы, $\mathbf{l}_C$ – расстояние от центра тяжести системы до оси подвеса. Масса системы

$$m = m_1 + m_2 = 2m_1\,. \tag{2}$$

Момент инерции I системы относительно оси подвеса равен сумме моментов инерций стержня I_1 и шара I_2 относительно этой оси:

$$I = I_1 + I_2\,. \tag{3}$$

Для нахождения I_1 и I_2 воспользуемся теоремой Штейнера:

$$I_1 = I_{C1} + m_1 a_1^2\,, \tag{4}$$

$$I_2 = I_{C2} + m_2 a_2^2\,, \tag{5}$$

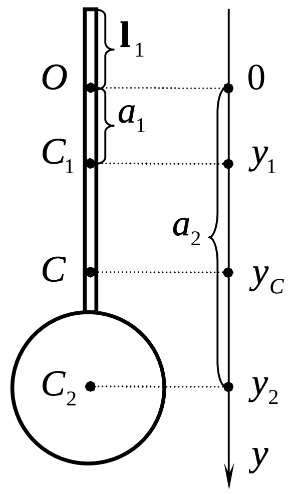

Рис. 36

где $I_{C1} = \dfrac{m_1\mathbf{l}^2}{12}$ – момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его центр масс (т. C_1) перпендикулярно стержню (рис. 36);

$a_1 = \dfrac{\mathbf{l}}{2} - \mathbf{l}_1 = \dfrac{\mathbf{l}}{2} - \dfrac{\mathbf{l}}{4} = \dfrac{\mathbf{l}}{4}$ – расстояние между осью подвеса и параллельной ей осью, проходящей через т. C_1;

$I_{C2} = \dfrac{2m_2R^2}{5}$ – момент инерции шара относительно оси, проходящей через его центр масс (т. C_2);

$a_2 = R + \dfrac{3\mathbf{l}}{4} = \dfrac{\mathbf{l}}{4} + \dfrac{3\mathbf{l}}{4} = \mathbf{l}$ – расстояние между осью подвеса и параллельной ей осью, проходящей через т. C_2 (по условию $R=\dfrac{\ell}{4}$). С учетом этого и равенства масс стержня и шара $m_1=m_2$ выражения (4) и (5) принимают вид

$$I_1=\frac{m_1\ell^2}{12}+\frac{m_1\ell^2}{16}=\frac{7m_1\ell^2}{48} \quad \text{и} \tag{6}$$

$$I_2=\frac{2m_2R^2}{5}+m_2\ell^2=\frac{2m_2\ell^2}{5\cdot 16}+m_2\ell^2=\frac{41m_2\ell^2}{40}=\frac{41m_1\ell^2}{40}. \tag{7}$$

Подставив (6) и (7) в (3), находим момент инерции системы относительно оси подвеса:

$$I=\frac{7m_1\ell^2}{48}+\frac{41m_1\ell^2}{40}=\frac{281m_1\ell^2}{240}. \tag{8}$$

Так как центр тяжести и центр масс системы совпадают, то расстояние a_C от центра тяжести системы до оси подвеса равно координате y_C центра масс системы. Согласно определению центра масс системы:

$$\ell_C=y_C=\frac{m_1y_1+m_2y_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1a_1+m_1a_2}{2m_1}=\frac{a_1+a_2}{2}=\frac{\frac{\ell}{4}+\ell}{2}=\frac{5\ell}{8}. \tag{9}$$

Период малых колебаний системы получим, подставив выражения (2), (8) и (9) в формулу (1):

$$T=2\pi\sqrt{\frac{281m_1\ell^2\cdot 8}{240\cdot 2m_1\cdot g\cdot 5\ell}}=2\pi\sqrt{\frac{281\ell}{300g}}.$$

Ответ: $T=2\pi\sqrt{\dfrac{281\ell}{300g}}$.

Пример 7. Частица массой 10 г совершает колебания вдоль оси Ox по закону $x(t)=0{,}2\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,4 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

Дано:

m = 10 г = 10^{-2} кг

$x(t)=0{,}2\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}t\right)$ (м)

t_1= 0,4 с

1) T – ?
2) W – ?
3) $\upsilon_x(t_1)$ – ?
4) $F_x(t_1)$ – ?

Решение:

Закон движения частицы, совершающей гармонические колебания вдоль оси Ox, имеет вид

$$x(t)=A\cos(\omega_0t+\alpha_0).$$

Сравнивая этого уравнение с заданным законом движения, получаем, что амплитуда смещения равна

$$A=0{,}2 \text{ м},$$

собственная циклическая частота колебаний составляет

$$w_0 = \frac{5p}{6} \text{ рад/с},$$

а начальная фаза колебаний $\alpha_0 = 0$.

1) Период колебаний T найдем из его связи с собственной циклической частотой ω_0:

$$T = \frac{2p}{w_0} = \frac{2p \cdot 6}{5p} = 2{,}4 \text{ (с)}.$$

2) Энергия колебаний W частицы равна максимальному значению потенциальной энергии $W^p_{\max}$:

$$W = W^p_{\max} = \frac{k A^2}{2},$$

где k – коэффициент упругости.

Коэффициент упругости k, масса частицы m и собственная циклическая частота связаны соотношением

$$w_0^2 = \frac{k}{m},$$

откуда $k = m w_0^2$, тогда энергия колебаний W частицы равна

$$W = \frac{m w_0^2 A^2}{2}.$$

Подставим числовые значения и вычислим:

$$W = \frac{10^{-2} \cdot 25 \cdot p^2 \cdot 0{,}04}{2 \cdot 36} \approx 1{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)} = 1{,}37 \text{ (мДж)}.$$

3) Зависимость $u_x(t)$ проекции на ось Ox скорости частицы от времени найдем как производную смещения x по времени:

$$u_x(t) = \frac{dx}{dt} = -A\, w_0 \sin(w_0 t),$$

тогда в момент времени t_1 проекция вектора скорости равна

$$u_x(t_1) = -A\, w_0 \sin(w_0\, t_1).$$

Подставим числовые значения и вычислим:

$$u_x(t_1) = -0{,}2 \cdot \frac{5p}{6} \cdot \sin\left(\frac{5p}{6} \cdot 0{,}4\right) = -\frac{p}{6} \cdot \sin\frac{p}{3} = -\frac{3{,}14 \cdot \sqrt{3}}{6 \cdot 2} = -0{,}45 \text{ (м/с)}.$$

4) Зависимость проекции на ось Ox силы упругости $F_x(t)$ от времени при гармонических колебаниях имеет вид

$$F_x(t) = -k\, x(t) = -k\, A \cos(w_0 t) = -m w_0^2\, A \cos(w_0 t),$$

тогда в момент времени t_1 проекция силы упругости равна

$$F_x(t_1) = -m w_0^2\, A \cos(w_0\, t_1).$$

Подставим числовые значения и вычислим:

$$F_x(t_1) = -10^{-2} \cdot \frac{25p^2}{36} \cdot 0{,}2 \cdot \cos\left(\frac{5p}{6} \cdot 0{,}4\right) = -\frac{5 \cdot 10^{-2} p^2}{36} \cdot \cos\frac{p}{3} = -\frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 3{,}14^2}{36} \cdot \frac{1}{2} \approx$$

$$\approx -6{,}85 \cdot 10^{-3} \text{ (Н)} = -6{,}85 \text{ (мН)}.$$

Ответ: 1) $T = \frac{2p}{w_0} = 2{,}4$ с; 2) $W = \frac{m w_0^2 A^2}{2}$ =1,37 мДж;

3) $u_x(t_1) = -A\, w_0 \sin(w_0\, t_1) = -0{,}45$ м/с; 4) $F_x(t_1) = -m w_0^2\, A\, \cos(w_0\, t_1) = -6{,}85$ мН.

Пример 8. Азот (N_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя кинетическая энергия поступательного движения одной его молекулы составляет $6{,}21 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы; 2) среднюю энергию теплового движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекула жесткая.

Дано:

$i = 5$

$\langle W^k_{пост} \rangle = 6{,}21 \cdot 10^{-21}$ Дж

1) $\langle W^k_{вращ} \rangle$ – ?

2) $\langle W \rangle$ – ?

3) $u_{кв}$ – ?

Решение:

Согласно закону о равном распределении средней энергии по степеням свободы в состоянии теплового равновесия на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая энергия, равная $kT/2$, где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура газа. /Для двухатомной молекулы с жесткой связью между атомами общее число степеней свободы $i = 5$, из них число степеней свободы поступательного движения $i_{пост} = 3$ и число степеней вращательного движения $i_{вращ} = 2$.

Тогда средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы:

$$\langle W^k_{пост} \rangle = \frac{i_{пост}}{2} kT = \frac{3}{2} kT\,; \tag{1}$$

средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы:

$$\langle W^k_{вращ} \rangle = \frac{i_{вращ}}{2} kT = \frac{2}{2} kT = kT\,; \tag{2}$$

средняя энергия теплового движения молекулы:

$$\langle W \rangle = \frac{i}{2} kT = \frac{5}{2} kT\,. \tag{3}$$

Из уравнения (1) выразим

$$kT = \frac{2\langle W^k_{пост} \rangle}{3} \tag{4}$$

и, подставив в уравнение (2), получим выражение для средней кинетической энергии вращательного движения молекулы:

$$\langle W^k_{вращ} \rangle = \frac{2\langle W^k_{пост} \rangle}{3}\,.$$

Подставим числовые значения:

$$\left\langle W^k_{вращ} \right\rangle = \frac{2 \cdot 6{,}21 \cdot 10^{-21}}{3} = 4{,}14 \cdot 10^{-21} \text{ (Дж)}.$$

Подставив (4) в уравнение (3), получим выражение для средней энергии теплового движения молекулы:

$$\left\langle W \right\rangle = \frac{5}{2} \cdot \frac{2\left\langle W^k_{пост} \right\rangle}{3} = \frac{5\left\langle W^k_{пост} \right\rangle}{3}.$$

Подставим числовые значения:

$$\left\langle W \right\rangle = \frac{5 \cdot 6{,}21 \cdot 10^{-21}}{3} = 10{,}35 \cdot 10^{-21} \text{ (Дж)}.$$

Средняя квадратичная скорость $u_{кв}$ молекулы массой m_0 газа, находящегося при температуре T, равна

$$u_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \tag{5}$$

Массу m_0 одной молекулы можно выразить через молярную массу M этого газа:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}, \tag{6}$$

где $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро.

В «Основных физических константах и величинах» находим значение молярной массы M азота (N_2) (M равна произведению относительной молекулярной массы $M_r = 2 \cdot 14 = 28$ азота на множитель 10^{-3} кг/моль):

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Подставив в (5) выражения (6) и (4), выражение для средней квадратичной скорости молекулы примет вид:

$$u_{кв} = \sqrt{\frac{3kT\,N_A}{M}} = \sqrt{\frac{3N_A}{M} \cdot \frac{2\left\langle W^k_{пост} \right\rangle}{3}} = \sqrt{\frac{2N_A\left\langle W^k_{пост} \right\rangle}{M}}.$$

Подставим числовые значения:

$$u_{кв} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 6{,}21 \cdot 10^{-21}}{28 \cdot 10^{-3}}} = 517 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 1) $\left\langle W^k_{вращ} \right\rangle = \frac{2\left\langle W^k_{пост} \right\rangle}{3} = 4{,}14 \cdot 10^{-21}$ Дж;

2) $\left\langle W \right\rangle = \frac{5\left\langle W^k_{пост} \right\rangle}{3} = 10{,}35 \cdot 10^{-21}$ Дж;

3) $u_{кв} = \sqrt{\frac{2N_A\left\langle W^k_{пост.} \right\rangle}{M}} = 517$ м/с.

Пример 9. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 100 кПа, занимая при этом объем V_1 = 100 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изотермическое сжатие до объема $V_2 = \dfrac{V_1}{5}$; $2 \to 3$ – изобарное увеличение объема до $V_3 = \dfrac{4}{5}V_1$; $3 \to 4$ – изохорное понижение давления до $p_4 = 3\,p_1$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

Дано:

$i = 5$

p_1 = 100 кПа = 10^5 Па

V_1 = 100 л = 0,1 м^3

$T_2 = T_1$, $V_2 = \dfrac{V_1}{5}$

$p_3 = p_2$, $V_3 = \dfrac{4}{5}V_1$

$V_4 = V_3$, $p_4 = 3\,p_1$

---

1) ΔU – ?

2) A – ?

3) Q – ?

Решение:

Физическая система представляет собой идеальный двухатомный газ (каждая двухатомная жесткая молекула имеет число степеней свободы i = 5), который последовательно подвергается изотермическому сжатию ($1 \to 2$), изобарному расширению ($2 \to 3$) и изохорному уменьшению давления ($3 \to 4$).

На *Vp*-диаграмме (рис. 37) изображены графики этих процессов: изотерма ($1 \to 2$), изобара ($2 \to 3$) и изохора ($3 \to 4$).

Выразим давление p_2 газа в состоянии *2* через давление p_1 в состоянии *1*. Так как процесс $1 \to 2$ изотермический, то $p_1V_1 = p_2V_2$, откуда

$$p_2 = p_1\frac{V_1}{V_2} = 5p_1. \qquad (1)$$

Изменение внутренней энергии ΔU идеального газа не зависит от типа процесса, поскольку внутренняя энергия является функцией состояния. Поэтому изменение внутренней энергии газа в ходе процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$ будет равно

$$\Delta U = \frac{i}{2} n\,R(T_4 - T_1) = \frac{i}{2}(n\,RT_4 - n\,RT_1), \qquad (2)$$

где n – количество вещества газа, T_4 и T_1 – температура газа в состоянии *4* (конечном) и *1* (начальном) соответственно, R – универсальная газовая постоянная.

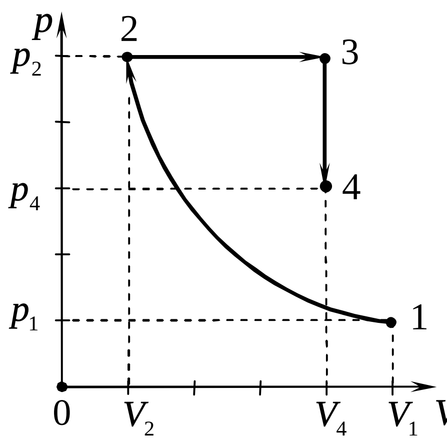

Рис. 37

Параметры газа в состояниях *4* и *1* связаны уравнением Менделеева-Клапейрона:

$$p_4V_4 = n\,RT_4 \quad \text{и} \quad p_1V_1 = n\,RT_1,$$

тогда выражение (2) можно записать так:

$$\Delta U = \frac{i}{2}(p_4V_4 - p_1V_1).$$

Учитывая, что $p_4 = 3\,p_1$ и $V_4 = V_3 = \frac{4}{5}V_1$, для изменения внутренней энергии ΔU газа в ходе процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$ получаем следующее выражение:

$$\Delta U = \frac{i}{2}(3p_1 \cdot \frac{4}{5}V_1 - p_1V_1) = \frac{i}{2} \cdot \frac{7p_1V_1}{5} = \frac{7 \cdot i}{10}\,p_1V_1. \tag{3}$$

Элементарная работа dA сил давления газа при малом изменении его объема dV равна

$$dA = p\,dV\,, \tag{4}$$

тогда работу A сил давления газа при конечном изменении его объема от V_1 до V_2 можно вычислить как

$$A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV\,, \tag{5}$$

где $p = p(V)$ – зависимость давления газа от его объема. Поскольку вид функции $p = p(V)$ зависит от типа процесса, в ходе которого изменяется объем газа, то работа, совершаемая газом, также зависит от типа процесса. Поэтому работу A сил давления газа в ходе процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$ необходимо представить в виде алгебраической суммы работ, совершаемых силами давления газа в каждом отдельном процессе: A_{12} – при изотермическом сжатии, A_{23} – при изобарном расширении, A_{34} – при изохорном процессе:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34}. \tag{6}$$

Вид функции $p = p(V)$ в каждом отдельном процессе можно получить из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$pV = n\,RT\,.$$

При изотермическом процессе $1 \to 2$ (количество вещества газа $n = const$ и его температура $T_1 = const$) зависимость давления p газа от его объема V имеет вид

$$p(V) = \frac{n\,RT_1}{V}\,,$$

тогда работа A_{12} сил давления газа при его изотермическом сжатии от объема V_1 до объема V_2 будет равна

$$A_{12} = \int\limits_{V_1}^{V_2} \frac{n\,RT_1}{V}\,dV = n\,RT_1 \int\limits_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = n\,RT_1 \ln V\Big|_{V_1}^{V_2} = n\,RT_1(\ln V_2 - \ln V_1) = n\,RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Учитывая, что $p_1V_1 = n\,RT_1$ и $V_2 = \frac{V_1}{5}$, получаем

$$A_{12} = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln\frac{1}{5} = -p_1V_1 \ln 5. \tag{7}$$

При изобарном процессе $2 \to 3$ давление газа остается постоянным $p_2 = const$, поэтому работа A_{23} сил давления газа при его изобарном расширении от объема V_2 до объема V_3 будет равна

$$A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p_2\, dV = p_2(V_3 - V_2) = p_2V_3 - p_2V_2 .$$

С учетом выражения (1) $p_2 = 5p_1$, а также условия задачи $V_2 = \dfrac{V_1}{5}$ и $V_3 = \dfrac{4}{5}V_1$

получаем
$$A_{23} = 5p_1\left(\frac{4V_1}{5} - \frac{V_1}{5}\right) = 3p_1V_1. \qquad (8)$$

При изохорном процессе $3 \to 4$ объем газа не изменяется, поэтому работы силы давления газа не совершают:

$$A_{34} = 0 . \qquad (9)$$

Подставляя выражения (7), (8) и (9) в выражение (3), найдем работу A сил давления газа в ходе процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$:

$$A = -p_1V_1 \ln 5 + 3p_1V_1 = p_1V_1(-\ln 5 + 3). \qquad (10)$$

Согласно I началу термодинамики количество теплоты Q, переданное газу в процессе $1 \to 2 \to 3 \to 4$, равно сумме изменения внутренней энергии ΔU газа и работы A, совершаемой его силами давления этом процессе:

$$Q = \Delta U + A.$$

Учитывая выражения (3) и (10), количество теплоты Q, переданное газу в процессе $1 \to 2 \to 3 \to 4$, будет равно

$$Q = \frac{7 \cdot i}{10} p_1V_1 + p_1V_1(-\ln 5 + 3) = p_1V_1\left(\frac{7 \cdot i}{10} - \ln 5 + 3\right). \qquad (11)$$

Подставляя в (3), (10) и (11) числовые значения, получаем

$$\Delta U = \frac{7 \cdot 5}{10} \cdot 10^5 \cdot 0{,}1 = 3{,}5 \cdot 10^4\,(\text{Дж}) = 35\,(\text{кДж}),$$

$$A = 10^5 \cdot 0{,}1 \cdot (-\ln 5 + 3) = 10^4 \cdot (-1{,}6 + 3) = 1{,}4 \cdot 10^4\,(\text{Дж}) = 14\ (\text{кДж}),$$

$$Q = 10^5 \cdot 0{,}1 \cdot \left(\frac{7 \cdot 5}{10} - \ln 5 + 3\right) = 10^4 \cdot (3{,}5 - 1{,}6 + 3) = 4{,}9 \cdot 10^4\,(\text{Дж}) = 49\,(\text{кДж}).$$

Ответ: 1) $\Delta U = \dfrac{7 \cdot i}{10} p_1V_1 = 35\,\text{кДж}$; 2) $A = p_1V_1(-\ln 5 + 3) = 14\,\text{кДж}$;

3) $Q = p_1V_1\left(\dfrac{7 \cdot i}{10} - \ln 5 + 3\right) = 49\,\text{кДж}$.

Пример 10. Идеальный газ совершает цикл Карно. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя равна 608 К, а количество теплоты, подводимое к газу за цикл, в 1,9 раза больше работы, совершаемой при этом силами давления газа.

Дано:

T_1= 608 К

$\frac{Q_1}{A} = n = 1{,}9$

T_2 – ?

Решение:

Физическая система представляет собой идеальный газ, совершающий цикл Карно, КПД которого равен

$$h = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \tag{1}$$

где T_1 и T_2 – температура нагревателя и холодильника соответственно.

В то же время КПД любого циклического процесса показывает, какая доля количества теплоты, подводимого к газу за цикл, преобразуется в механическую работу, т.е.

$$h = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}, \tag{2}$$

где Q_1 – количество теплоты, подводимое газу за цикл, Q_2 – количество теплоты, отводимое от газа за цикл, $A = Q_1 - |Q_2|$ – работа, совершаемая силами давления газа за цикл.

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{A}{Q_1}.$$

Выразим из полученного уравнения температуру холодильника T_2, учитывая, что $\frac{Q_1}{A} = n$:

$$T_2 = T_1\left(1 - \frac{A}{Q_1}\right) = T_1\left(1 - \frac{1}{n}\right) = T_1 \cdot \frac{n-1}{n}.$$

Произведем вычисления:

$$T_2 = 608 \cdot \frac{1{,}9 - 1}{1{,}9} = 608 \cdot \frac{0{,}9}{1{,}9} = 288\ (\text{К}).$$

Ответ: $T_2 = T_1 \cdot \frac{n-1}{n} = 288$ К.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Таблица распределения задач по вариантам

Вариант	НОМЕРА ЗАДАЧ									
1	101	111	121	131	141	151	161	171	181	191
2	102	112	122	132	142	152	162	172	182	192
3	103	113	123	133	143	153	163	173	183	193
4	104	114	124	134	144	154	164	174	184	194
5	105	115	125	135	145	155	165	175	185	195
6	106	116	126	136	146	156	166	176	186	196
7	107	117	127	137	147	157	167	177	187	197
8	108	118	128	138	148	158	168	178	188	198
9	109	119	129	139	149	159	169	179	189	199
0	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

101. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = 3t^2 \cdot \vec{i} + t \cdot \vec{j} - 2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (0; 1 м; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

102. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = t^3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j} - t^2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (0; 0; 1 м). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

103. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = t \cdot \vec{i} - 3t^2 \cdot \vec{j} + \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

104. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = 5 \cdot \vec{i} + 3t^2 \cdot \vec{j} - 2t \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (0; 1 м; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

105. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = 3t \cdot \vec{i} - t^2 \cdot \vec{j} + 4 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (0; 0; 1 м). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

106. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = 4t \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} - t^2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

107. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = 2t^2 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j} + t \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (0; 1 м; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

108. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = 4t^3 \cdot \vec{i} + 2t \cdot \vec{j} - 5 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (0; 0; 1 м). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

109. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = 2 \cdot \vec{i} - 3t^2 \cdot \vec{j} + t \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти: 1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

110. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{u}(t) = t^2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} - 2t \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени t_0= 0 частица находилась в точке с координатами (0; 1 м; 0). Найти:

1) зависимость от времени модуля скорости частицы; 2) зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения; 3) кинематический закон движения частицы; 4) радиус-вектор в момент времени t_1=1,0 с; 5) модуль перемещения частицы за время $\Delta t = t_1 - t_0$.

111. Однородный диск массой m и радиусом R начинает вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости, под действием касательной силы, приложенной к ободу диска. Модуль силы зависит от времени как $F = at^2$, где a – некоторая положительная постоянная. Найти угловую скорость w_1 диска в момент времени t_1 после начала действия силы.

112. Маховик в виде однородного кольца массой m и радиусом R с невесомыми спицами раскрутили до угловой скорости w_0 вокруг неподвижной оси, проходящей через центр маховика перпендикулярно его плоскости. К ободу кольца приложили касательную силу, под действием которой маховик начал останавливаться. В какой момент времени t после начала действия силы маховик остановился, если модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная.

113. Горизонтальный однородный стержень массой m и длиной ℓ начинает вращаться в горизонтальной плоскости относительно неподвижной вертикальной оси, проходящей через один из концов стержня под действием силы, приложенной к другому его концу перпендикулярно к стержню. Модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная. Найти момент времени t_1, в который угловая скорость стержня равна w_1.

114. Сплошной однородный вертикальный цилиндр массой m и радиусом R вращается вокруг своей неподвижной оси с угловой скоростью w_0. К боковой поверхности цилиндра приложили горизонтальную касательную силу, под действием которой он начал останавливаться. В какой момент времени t после начала действия силы цилиндр остановился, если модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная.

115. Маховик в виде однородного кольца массой m и радиусом R с невесомыми спицами начинает вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через центр маховика перпендикулярно его плоскости, под действием касательной силы, приложенной к ободу маховика. Модуль силы зависит от времени как $F = at^2$, где a – некоторая положительная постоянная. Найти угловую скорость w_1 маховика в момент времени t_1 после начала действия силы.

116. Горизонтальный однородный стержень массой m и длиной ℓ начинает вращаться в горизонтальной плоскости относительно неподвижной вертикальной оси, проходящей через центр стержня под действием силы, приложенной к одному из его концов перпендикулярно к стержню. Модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная. Найти угловую скорость w_1 стержня в момент времени t_1 после начала действия силы.

117. Маховик в виде однородного кольца массой m и радиусом R с невесомыми спицами начинает вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через центр маховика перпендикулярно его плоскости, под действием касательной силы, приложенной к ободу маховика. Модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная. Найти момент времени t_1, в который угловая скорость маховика равна w_1.

118. Сплошной однородный вертикальный цилиндр массой m и радиусом R начинает вращаться вокруг своей неподвижной оси под действием горизонтальной касательной силы, приложенной к боковой поверхности цилиндра. Модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная. Найти угловую скорость w_1 цилиндра в момент времени t_1 после начала действия силы.

119. Горизонтальный однородный стержень массой m и длиной ℓ начинает вращаться в горизонтальной плоскости относительно неподвижной вертикальной оси, проходящей через центр стержня под действием силы, приложенной к одному из его концов перпендикулярно к стержню. Модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная. Найти момент времени t_1, в который угловая скорость стержня равна w_1.

120. Однородный диск массой m и радиусом R вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости с угловой скоростью w_0 . К ободу диска приложили касательную силу, под действием которой диск начал останавливаться. В какой момент времени t после начала действия силы диск остановился, если модуль силы зависит от времени как $F = at$, где a – некоторая положительная постоянная.

121. С тележки, свободно движущейся по горизонтальной поверхности со скоростью 2,0 м/с, в сторону, противоположную движению тележки, прыгает человек, после чего скорость тележки становится равной 3,5 м/с. Найти модуль скорости человека относительно тележки в момент отрыва от нее, если вектор этой скорости составляет с горизонтом угол 30^0. Масса человека равна 60 кг, масса тележки – 35 кг.

122. На железнодорожной платформе, равномерно движущейся со скоростью 10,0 м/с, жестко закреплено орудие, из которого произведен выстрел в сторону ее движения. Определить модуль скорости платформы после выстрела, если направление ее движения не изменилось, а снаряд вылетает со скоростью 400,0 м/с относительно платформы под углом 60^0 к горизонту. Масса платформы с орудием 990 кг, масса снаряда 10 кг.

123. С лодки, плывущей равномерно по озеру, охотник произвел выстрел против движения лодки, после чего ее скорость стала равной 1,0 м/с. Определить модуль скорости лодки до выстрела, если пуля вылетает со скоростью 500,0 м/с относительно лодки под углом 45^0 к горизонту. Масса пули 20 г, масса лодки с охотником – 100 кг.

124. С тележки, свободно движущейся по горизонтальной поверхности со скоростью 4,0 м/с, в сторону, противоположную ее движению, прыгает человек. Найти модуль скорости тележки после прыжка, если скорость человека относительно тележки в момент отрыва от нее равна 2,5 м/с и составляет с горизонтом угол 30^0. Масса человека равна 65 кг, масса тележки 50 кг.

125. На железнодорожной платформе, равномерно движущейся со скоростью 14,5 м/с, жестко закреплено орудие, из которого произведен выстрел в сторону ее движения, после чего скорость платформы стала равной 12,0 м/с, а направление ее движения не изменилось. Определить модуль скорости снаряда относительно платформы, если вектор этой скорости составляет с горизонтом угол 60^0. Масса снаряда 15 кг, масса платформы с орудием 885 кг.

126. С лодки, движущейся по озеру со скоростью 2,0 м/с, охотник произвел выстрел по направлению ее движения. Определить модуль скорости лодки после выстрела, если направление ее движения не изменилось, а пуля вылетает со скоростью 600,0 м/с относительно лодки под углом 30^0 к горизонту. Масса пули 20 г, масса лодки с охотником 110 кг.

127. С тележки, свободно движущейся по горизонтальной поверхности, в сторону, противоположную ее движению, прыгает человек. После этого скорость тележки стала равной 5,0 м/с. Определить модуль скорости тележки до прыжка, если скорость человека относительно тележки в момент отрыва от нее равна 2,1 м/с и с горизонтом составляет угол 30^0. Масса человека равна 70 кг, масса тележки 45 кг.

128. На железнодорожной платформе, равномерно движущейся со скоростью 9,8 м/с, жестко закреплено орудие, из которого произведен выстрел в сторону, противоположную ее движению, после чего скорость платформы стала равной 14,1 м/с. Определить модуль скорости снаряда относительно платформы, если вектор этой скорости составляет с горизонтом угол 45^0. Масса снаряда 25 кг, масса платформы с орудием 1000 кг.

129. С лодки, движущейся по озеру со скоростью 1,5 м/с, охотник произвел выстрел в сторону, противоположную ее движению, после чего скорость лодки стала равной 1,7 м/с. Определить модуль скорости пули относительно лодки, если вектор этой скорости составляет с горизонтом угол 30^0. Масса пули 35 г, масса лодки с охотником 95 кг.

130. На равномерно движущейся железнодорожной платформе жестко закреплено орудие, из которого произведен выстрел в сторону ее движения, после чего скорость платформы стала равной 7,0 м/с. Определить модуль скорости платформы до выстрела, если направление ее движения не изменилось, а снаряд вылетает со скоростью 250,0 м/с под углом 60^0 к горизонту относительно платформы. Масса платформы с орудием 1050 кг, масса снаряда 50 кг.

131. В центре скамьи Жуковского массой 10 кг и радиусом 1 м, вращающейся с угловой скоростью 2,00 рад/с, стоит человек и держит в руках вертикальный стержень массой 2 кг и длиной 3 м, расположенный по оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек повернет стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Считать, что центр масс стержня находится на оси вращения скамьи, а момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

132. На краю скамьи Жуковского массой 100 кг, вращающейся с угловой скоростью 1,5 рад/с, стоит человек массой 70 кг. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

133. В центре скамьи Жуковского массой 10 кг и радиусом 2 м, вращающейся с угловой скоростью 1,00 рад/с, стоит человек и держит в согнутых руках две гири по 1 кг каждая. При этом гири находятся на оси вращения. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек вытянет руки так, что расстояние от каждой гири до оси вращения станет равным 80 см? Считать, что момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

134. В центре скамьи Жуковского массой 5 кг и радиусом 1 м, вращающейся с угловой скоростью 3,3 рад/с, стоит человек и держит на вытянутых вверх руках горизонтально расположенное колесо массой 2 кг и радиусом 50 см. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек повернет колесо так, чтобы оно заняло вертикальное положение? Считать, что центр масс колеса находится на оси вращения скамьи, а момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

135. На краю скамьи Жуковского массой 80 кг, вращающейся с угловой скоростью 1,0 рад/с, стоит человек. Определить массу человека, если при его переходе в центр скамьи угловая скорость ее вращения увеличилась до 2,5 рад/с. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

136. В центре скамьи Жуковского массой 10 кг и радиусом 2 м, вращающейся с угловой скоростью 1,5 рад/с, стоит человек и держит на вытянутых руках две гири по 1 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения составляет 80 см. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек сожмет руки так, что гири окажутся на оси вращения? Считать, что момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

137. В центре скамьи Жуковского массой 10 кг и радиусом 1 м, вращающейся с угловой скоростью 2,0 рад/с, стоит человек и держит в руках горизонтально расположенный стержень массой 2 кг и длиной 3 м. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек повернет стержень так, чтобы он занял вертикальное положение вдоль оси вращения? Считать, что центр масс стержня находится на оси вращения скамьи, а момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

138. На краю скамьи Жуковского, вращающейся с угловой скоростью 1,5 рад/с, стоит человек массой 80 кг. Определить массу скамьи, если при переходе человека в ее центр угловая скорость вращения увеличилась до 3,5 рад/с. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

139. В центре скамьи Жуковского массой 5 кг и радиусом 1 м, вращающейся с угловой скоростью 2,5 рад/с, стоит человек и держит на вытянутых вверх руках вертикально расположенное колесо массой 2 кг и радиусом 50 см. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек повернет колесо так, чтобы оно заняло горизонтальное положение? Считать, что центр масс колеса находится на оси вращения скамьи, а момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

140. В центре скамьи Жуковского массой 100 кг, вращающейся с угловой скоростью 3,3 рад/с, стоит человек массой 60 кг. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек перейдет на ее край? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

141. После вертикального запуска с поверхности Земли и выключения двигателя скорость ракеты на высоте $1,3\cdot10^6$ м равна 5,9 км/с. Определить скорость ракеты на высоте $3,5\cdot10^6$ м над поверхностью Земли. Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

142. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой скорости, сообщенной ракете при запуске, и выключении двигателя на высоте $3,2\cdot10^6$ м над поверхностью Земли она будет обладать скоростью, равной 1,4 км/с? Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

143. После вертикального запуска с поверхности Земли и выключения двигателя скорость ракеты на некоторой высоте составляла 5,9 км/с. Определить эту высоту, если на высоте $6,2\cdot10^6$ м над поверхностью Земли скорость ракеты стала равной 0,5 км/с. Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

144. При вертикальном запуске с поверхности Земли ракете сообщили скорость 7,5 км/с и выключили двигатель. Определить скорость ракеты на высоте $3,4\cdot10^6$ м над поверхностью Земли. Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

145. После вертикального запуска с поверхности Земли и выключения двигателя скорость ракеты на высоте $2,4\cdot10^6$ м равна 4,7 км/с. Определить максимальную высоту подъема ракеты над поверхностью Земли. Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

146. При вертикальном запуске с поверхности Земли и выключения двигателя максимальная высота подъема ракеты над поверхностью Земли составила $6\cdot10^6$ м. Какова была скорость ракеты на высоте $2,5\cdot10^6$ м? Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

147. При вертикальном запуске с поверхности Земли ракете сообщили скорость 6,9 км/с и выключили двигатель. На какой высоте над поверхностью Земли скорость ракеты была равна 2,3 км/с? Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

148. При вертикальном запуске с поверхности Земли и выключении двигателя максимальная высота подъема ракеты над поверхностью Земли составила $5,7\cdot10^6$ м. На какой высоте над поверхностью Земли скорость ракеты была равна 2,5 км/с? Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны

Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

149. После вертикального запуска с поверхности Земли и выключения двигателя скорость ракеты на высоте $4{,}9\cdot10^6$ м равна 1,1 км/с. Какова была скорость ракеты на высоте $1{,}7\cdot10^6$ м над поверхностью Земли? Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

150. При вертикальном запуске с поверхности Земли ракете сообщили скорость 6,7 км/с и выключили двигатель. Определить максимальную высоту подъема ракеты над поверхностью Земли. Принять, что на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли, а масса ракеты остается постоянной. Масса Земли и ее радиус известны.

151. На конце тонкого однородного стержня массой m_1 и длиной $\mathbf{l}$ укреплен грузик массой m_2. Определить период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на четверть длины стержня от его свободного конца.

152. Один конец тонкого однородного стержня жестко закреплен на поверхности однородного шара так, что центры масс стержня и шара, а также точка крепления находятся на одной прямой. Массы шара и стержня равны, а радиус шара в 4 раза меньше длины стержня. Определить длину $\mathbf{l}$ стержня, если период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через его свободный конец, равен T.

153. На конце тонкого однородного стержня массой m_1 и длиной $\mathbf{l}$ укреплен грузик массой m_2. Определить период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через его свободный конец.

154. Один конец тонкого однородного стержня жестко закреплен на боковой поверхности однородного тонкого диска так, что центры масс стержня и диска, а также точка крепления находятся на одной прямой. Массы диска и стержня равны, а радиус диска в 4 раза меньше длины стержня. Определить длину $\mathbf{l}$ стержня, если период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно и плоскости диска, и стержню через его свободный конец, равен T.

155. Тонкий однородный стержень массой m_1 и длиной $\mathbf{l}$ может свободно вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через один из его концов. На расстоянии, равном трети длины стержня, от второго его конца, укреплен грузик массой m_2. Определить период малых колебаний этой системы относительно указанной оси.

156. На конце тонкого однородного стержня массой m_1 укреплен грузик массой m_2. Определить длину $\mathbf{l}$ стержня, если период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на четверть длины стержня от его свободного конца, равен T.

157. Один конец тонкого однородного стержня длиной $\mathbf{l}$ жестко закреплен на поверхности однородного шара так, что центры масс стержня и шара, а также точка крепления находятся на одной прямой. Массы шара и стержня равны, а радиус шара в 4 раза меньше длины стержня. Определить период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через его свободный конец.

158. На конце тонкого однородного стержня массой m_1 укреплен грузик массой m_2. Определить длину $\mathbf{l}$ стержня, если период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через его свободный конец, равен T.

159. Один конец тонкого однородного стержня длиной $\mathbf{l}$ жестко закреплен на боковой поверхности однородного тонкого диска так, что центры масс стержня и диска, а также точка крепления находятся на одной прямой. Массы диска и стержня равны, а радиус диска в 4 раза меньше длины стержня. Определить период малых колебаний этой системы относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно и плоскости диска, и стержню через его свободный конец.

160. Тонкий однородный стержень массой m_1 может свободно вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через один из его концов. На расстоянии, равном трети длины стержня, от второго его конца укреплен грузик массой m_2. Определить длину $\mathbf{l}$ стержня, если период малых колебаний этой системы относительно указанной оси равен T.

161. Частица массой 10 г совершает колебания вдоль оси Ox по закону $x(t) = 0{,}05\sin\left(\dfrac{5p}{3}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,2 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

162. Частица массой 10 г совершает колебания вдоль оси Ox по закону $x(t) = 0{,}05\cos\left(\dfrac{5p}{3}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,2 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

163. Частица массой 15 г совершает колебания вдоль оси Ox по закону $x(t) = 0{,}1\sin\left(\dfrac{10p}{9}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,15 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

164. Частица массой 15 г совершает колебания вдоль оси Ox по закону $x(t) = 0{,}1\cos\left(\dfrac{10p}{9}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,15 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

165. Частица массой 20 г совершает колебания вдоль оси *Ox* по закону $x(t) = 0{,}15\sin\left(\frac{5p}{6}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,2 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

166. Частица массой 20 г совершает колебания вдоль оси *Ox* по закону $x(t) = 0{,}15\cos\left(\frac{5p}{6}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,2 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

167. Частица массой 25 г совершает колебания вдоль оси *Ox* по закону $x(t) = 0{,}1\sin\left(\frac{2p}{3}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,5 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

168. Частица массой 25 г совершает колебания вдоль оси *Ox* по закону $x(t) = 0{,}1\cos\left(\frac{2p}{3}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,5 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

169. Частица массой 10 г совершает колебания вдоль оси *Ox* по закону $x(t) = 0{,}15\sin\left(\frac{5p}{9}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,6 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

170. Частица массой 10 г совершает колебания вдоль оси *Ox* по закону $x(t) = 0{,}15\cos\left(\frac{5p}{9}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени 0,6 с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

171. Кислород (O_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя кинетическая энергия вращательного движения одной его молекулы составляет $4{,}86\cdot10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю энергию теплового движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

172. Азот (N_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя энергия теплового движения одной его молекулы составляет $12{,}45\cdot10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

173. Водород (H_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя кинетическая энергия вращательного движения одной его молекулы составляет $3{,}58 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю энергию теплового движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

174. Фтор (F_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя энергия теплового движения одной его молекулы составляет $13{,}15 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

175. Угарный газ (CO) находится в равновесном состоянии, при котором средняя кинетическая энергия вращательного движения одной его молекулы составляет $5{,}38 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю энергию теплового движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

176. Кислород (O_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя энергия теплового движения одной его молекулы составляет $13{,}80 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

177. Азот (N_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя кинетическая энергия вращательного движения одной его молекулы составляет $4{,}28 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю энергию теплового движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

178. Водород (H_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя энергия теплового движения одной его молекулы составляет $9{,}15 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

179. Фтор (F_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя кинетическая энергия вращательного движения одной его молекулы составляет $4{,}56 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю энергию теплового движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

180. Угарный газ (CO) находится в равновесном состоянии, при котором средняя энергия теплового движения одной его молекулы составляет $11{,}75 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекулу считать жесткой.

181. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 80 кПа, занимая при этом объем V_1 = 20 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изобарное расширение до объема $V_2 = 5V_1$; $2 \to 3$ – изохорное увеличение давления до $p_3 = 2p_1$; $3 \to 4$ – изотермическое сжатие до объема $V_4 = 3V_1$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

182. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 100 кПа, занимая при этом объем V_1 = 50 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изотермическое сжатие до объема $V_2 = \frac{V_1}{2}$; $2 \to 3$ – изобарное увеличение объема до $V_3 = 2V_1$; $3 \to 4$ – изохорное понижение давления до $p_4 = \frac{p_1}{4}$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

183. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 200 кПа, занимая при этом объем V_1 = 100 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изохорное понижение давления до $p_2 = \frac{p_1}{2}$; $2 \to 3$ – изобарное сжатие до объема $V_3 = \frac{V_1}{6}$; $3 \to 4$ – изотермическое расширение до объема $V_4 = \frac{V_1}{2}$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

184. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 100 кПа, занимая при этом объем V_1 = 80 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изохорное увеличение давления до $p_2 = 2p_1$; $2 \to 3$ – изобарное сжатие до объема $V_3 = \frac{V_1}{5}$; $3 \to 4$ – изотермическое расширение до объема $V_4 = \frac{4V_1}{5}$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

185. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 300 кПа, занимая при этом объем V_1 = 60 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изотермическое расширение до объема $V_2 = 3V_1$; $2 \to 3$ – изобарное уменьшение объема до $V_3 = 0{,}5V_1$; $3 \to 4$ – изохорное увеличение давления до $p_4 = p_1$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

186. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 150 кПа, занимая при этом объем V_1 = 40 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изотермическое расширение до объема $V_2 = 2{,}5V_1$; $2 \to 3$ – изохорное понижение давления до $p_3 = 0{,}5\,p_2$ (p_2 – давление газа во втором состоянии); $3 \to 4$ – изобарное уменьшение объема до $V_4 = 0{,}5V_1$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

187. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 100 кПа, занимая при этом объем V_1 = 500 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изохорное увеличение давления до $p_2 = 4p_1$; $2 \to 3$ – изобарное сжатие до объема $V_3 = \frac{V_1}{5}$; $3 \to 4$ – изотермическое расширение до объема $V_4 = \frac{2V_1}{5}$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

188. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 80 кПа, занимая при этом объем V_1 = 50 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изотермическое сжатие до объема $V_2 = \frac{V_1}{3}$; $2 \to 3$ – изобарное увеличение объема до $V_3 = 2V_1$; $3 \to 4$ – изохорное увеличение давления до $p_4 = 5\,p_1$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

189. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 50 кПа, занимая при этом объем V_1 = 100 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изотермическое сжатие до объема $V_2 = \frac{V_1}{4}$; $2 \to 3$ – изобарное расширение до объема $V_3 = 1{,}5V_1$; $3 \to 4$ – изохорное понижение давления до $p_4 = 2\,p_1$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

190. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением p_1 = 1500 кПа, занимая при этом объем V_1 = 40 л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \to 2$ – изохорное понижение давления до $p_2 = \frac{p_1}{3}$; $2 \to 3$ – изобарное расширение до объема $V_3 = 5V_1$; $3 \to 4$ – изотермическое сжатие до объема $V_4 = 2V_1$. На *Vp*-диаграмме изобразить график процесса $1 \to 2 \to 3 \to 4$. Определить в ходе всего процесса: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сил давления газа; 3) количество теплоты, переданное при этом газу.

191. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 2,2 раза превышает температуру холодильника. Определить работу, совершаемую силами давления газа за цикл, если при этом к нему подводится 44 кДж теплоты.

192. Идеальный газ совершает цикл Карно. Количество теплоты, подводимое к газу за цикл, в 1,5 раза больше теплоты, отводимой при этом от газа. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя равна 450 К.

193. Идеальный газ совершает цикл Карно, КПД которого равен 55 %. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя равна 600 К.

194. Идеальный газ совершает цикл Карно, КПД которого равен 70 %. Определить количество теплоты, отдаваемой газом за цикл, если при этом к нему подводится 80 кДж теплоты.

195. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 1,8 раза больше температуры холодильника. Определить количество теплоты, отдаваемой газом за цикл, если при этом к нему подводится 36 кДж теплоты.

196. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 2,5 раза больше температуры холодильника. Определить количество теплоты, подводимое к газу за цикл, если при этом силы давления газа совершают работу, равную 30 кДж.

197. Идеальный газ совершает цикл Карно. Количество теплоты, подводимое к газу за цикл, в 1,4 раза больше теплоты, отводимой при этом от газа. Определить температуру нагревателя, если температура холодильника равна 290 К.

198. Идеальный газ совершает цикл Карно, КПД которого равен 60 %. Определить температуру нагревателя, если температура холодильника равна 280 К.

199. Идеальный газ совершает цикл Карно, КПД которого равен 75 %. Определить количество теплоты, подводимое к газу за цикл, если при этом от него отводится 30 кДж теплоты.

200. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 1,7 раза больше температуры холодильника. Определить количество теплоты, подводимое к газу за цикл, если при этом от него отводится 40 кДж теплоты.

Основные физические константы и величины
(округленные значения)

Физическая константа (величина)	**Обозначение**	**Значение**
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Масса Земли	M	5,98·10^{24} кг
Радиус Земли (среднее значение)	R	6,37·10^6 м
Гравитационная постоянная	G	6,67·10^{-11} м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	6,02·10^{23} моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	1,38·10^{-23} Дж/К
Элементарный заряд	e	1,60·10^{-19} Кл
Скорость света в вакууме	c	3·10^8 м/с
Молярная масса водорода	M_{H_2}	2·10^{-3} кг/моль
Молярная масса гелия	M_{He}	4·10^{-3} кг/моль
Молярная масса кислорода	M_{O_2}	32·10^{-3} кг/моль
Молярная масса азота	M_{N_2}	28·10^{-3} кг/моль
Молярная масса фтора	M_{F_2}	38·10^{-3} кг/моль
Молярная масса угарного газа	M_{CO}	28·10^{-3} кг/моль
Молярная масса воздуха	M	29·10^{-3} кг/моль
Масса электрона	m_e	9,1·10^{-31} кг
Электрическая постоянная	e_0	8,85·10^{-12} Ф/м
Магнитная постоянная	m_0	4π·10^{-7} Гн/м

ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова, Т. Н. Курс физики./ Т. Н. Трофимова. – М. : Высш. школа, 1985.

2. Детлаф, А. А. Курс физики./ А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, Л. В. Милковская. – М. : Высш. школа, 1973-1979. – Т. 1.

3. Зисман, Г. А. Курс общей физики./ Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М. : Наука, 1972-1974. – Т. 1.

4. Савельев, И. И. Курс физики./ И. И. Савельев. – М. : Наука, 1989. – Т. 1.

5. Чертов, А. Г. Задачник по физике./ А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М. : Высш. школа, 1981.

6. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике./ И. Е. Иродов. – М. : Наука, 1988.

7. Задания к практическим занятиям./ И. И. Рубан [и др.]. – Минск : Выш. шк., 1989.

Св. план 2007, поз. 63

Учебное издание

Дорошевич Ирина Леонидовна
Морозов Владимир Алексеевич

МЕХАНИКА

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

И ТЕРМОДИНАМИКА

Учебно-методический комплекс
по курсу «Физика»

для студентов всех специальностей БГУИР
заочной формы обучения

Редактор Т. П. Андрейченко
Корректор

Подписано в печать	Формат 60x84 1/16.	Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».	Печать ризографическая.	Усл. печ. л.
Уч-изд. л. 4,7	Тираж 750 экз.	Заказ 558

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П.Бровки, 6.