Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра физики

ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Методические указания к лабораторной работе №1.1

Минск БГУИР 2011

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73
И37

С о с т а в и т е л и:
Н. Р. Последович, И. И. Сергеев

Р е ц е н з е н т:
доцент кафедры физики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»,
кандидат физико-математических наук И. И. Ташлыкова-Бушкевич

Измерение физических величин: метод. указания к лаб. работе №1.1/
И37 сост. Н. Р. Последович, И. И. Сергеев. – Минск : БГУИР, 2011. – 14 с. : ил.
ISBN 978-985-488-792-0.

Содержатся сведения, необходимые при обработки результатов измерений физических величин. Рассматриваются способы измерений, различные виды погрешностей, алгоритм обработки результатов прямых и косвенных измерений, правила приближенных вычислений, также дан пример оформления отчета о выполнении лабораторной работы. Учитывая недостаточную математическую подготовку студентов первого курса, в издание включен необходимый минимум сведений по вычислению частных производных функций нескольких переменных.

Методические указания предназначены для студентов БГУИР всех специальностей и форм обучения.

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73

ISBN 978-985-488-792-0

Лабораторная работа №1.1

Цель работы: ознакомиться с основами теории погрешностей, методикой обработки результатов прямых и косвенных измерений физических величин, измерить объем полого цилиндра.

1. Теоретическая часть

1.1. Измерения. Виды измерений

Роль измерений в науке и технике чрезвычайно велика, поскольку измерения являются основным способом получения количественной информации об окружающем нас мире и протекающих в нем процессах. Д. И. Менделеев писал: «Наука начинается с тех пор, как начинают измерять».

Под измерением физической величины понимается сравнение с однотипной величиной, принятой за единицу измерения (эталон). Измерение проведено, если установлено, сколько раз эталон укладывается в измеряемой величине.

Любое измерение включает в себя ***наблюдение и отсчет. Наблюдением*** называется фиксирование факта наступления какого-либо события, например – существования электрического тока в цепи. ***Отсчет*** заключается в считывании результата измерения по шкале прибора (следует помнить, что отсчет всегда производится по тому делению шкалы, которое находится ближе других к стрелке прибора).

Различают два вида измерений: ***прямые и косвенные***. В первом случае (прямые измерения) физическая величина сравнивается с эталоном посредством соответствующего измерительного прибора. В качестве примера можно привести измерение длины линейкой, промежутка времени – секундомером, силы тока – амперметром. Во втором случае (косвенные измерения) искомое значение находится не путем измерения, а в результате вычисления по формуле, выражающей функциональную зависимость интересующей нас величины от других величин, значения которых находятся путем прямых измерений. Примером косвенных измерений может быть вычисление электрического сопротивления проводника по измеренным значениям силы тока и напряжения на его концах, плотности тела – по измеренным значениям его массы и объема. Равенство вида $A = f(x_1, x_2, ... x_m)$, где x_1, x_2, … x_m – это величины, численные значения которых находятся путем прямых измерений, называется ***уравнением измерения*** физической величины A. Необходимо отметить, что численные значения некоторых величин можно находить как прямыми, так и косвенными измерениями. Например, упомянутое выше электрическое сопротивление проводника можно вычислить по закону Ома (косвенное измерение), но можно измерить с помощью специального прибора – омметра.

1.2. Погрешности измерений

Опыт показывает, что из-за влияния разнообразных факторов в серии ***прямых*** измерений определенной физической величины получаются, как правило, различные значения. Иначе говоря, измерение физической величины всегда сопряжено с погрешностями, поэтому результат единичного измерения нельзя принимать в качестве ее достоверного значения.

Согласно ГОСТ 8.207-76, ***наиболее достоверным значением*** величины x считается среднее арифметическое результатов всех проведенных измерений этой величины. ***Абсолютной погрешностью*** i-го измерения называется разность $\Delta x_i = x_i - x_0$, где x_i – результат i-го измерения, x_0 – наиболее достоверное значение. ***Относительной погрешностью (точностью)*** i-го измерения называется отношение

$$\varepsilon_i = \frac{|\Delta x_i|}{x_0}.$$

Относительная погрешность часто выражается в процентах:

$$\varepsilon_i = \frac{|\Delta x_i|}{x_0} \cdot 100\ \%.$$

По характеру проявления при выполнении серии измерений абсолютные погрешности делятся на ***грубые, систематические и случайные***. Грубые погрешности (промахи) обычно связаны с неисправностью измерительной аппаратуры, с ошибкой оператора при считывании показаний приборов, либо с резким изменением условий эксперимента, например, скачком напряжения в сети. Результаты измерений, соответствующие промахам, необходимо отбрасывать. Систематическими называются погрешности, которые при многократных измерениях остаются неизменными либо изменяются по определенному закону; они включают ***методические*** и ***инструментальные*** погрешности.

Методические погрешности обусловлены недостатками применяемого способа измерений, несовершенством теории рассматриваемого физического явления, неточностью расчетной формулы, используемой для вычисления измеряемой величины и т. п. Например, при взвешивании тела на аналитических (особо точных) весах будет допущена методическая погрешность, если не учитывать различие архимедовых сил, действующих со стороны воздуха на взвешиваемое тело и разновесы. Понятно, что подобного рода погрешности можно уменьшить путем совершенствования методики измерений. Инструментальные (приборные) погрешности вызываются несовершенством конструкции и неточностью изготовления измерительного прибора, например, небольшим различием длины плеч рычажных весов, несовпадением в стрелочном приборе центра шкалы с осью вращения стрелки и т. п. Величина инструментальной погрешности устанавливается предприятиемизготовителем измерительного прибора и указывается в его техническом паспорте. При отсутствии сведений об инструментальной погрешности она принимается равной половине цены наименьшего деления шкалы прибора. Уменьшение инструментальных погрешностей достигается путем применения более совершенных и точных измерительных средств, однако полностью их устранить невозможно.

Случайными называются погрешности, абсолютная величина и знак которых хаотично (непредсказуемо) изменяются при многократных измерениях одной и той же физической величины. Случайные погрешности вызываются разнообразными факторами, не поддающимися учету. Например, на показания аналитических рычажных весов могут влиять пылинки, оседающие в различных количествах на взвешиваемое тело и разновесы, конвективные потоки воздуха, действующие на чашки весов, и другие причины. Полностью избавиться от случайных погрешностей невозможно, однако их можно уменьшить путем многократного повторения измерения (при этом происходит частичная компенсация случайных отклонений результатов измерений в сторону занижения и завышения). Окончательный результат измерений величины x необходимо представить в виде

$$x = x_0 \pm \Delta x, \ \varepsilon = ...\%.$$

Здесь x_0 – наиболее достоверное значение, Δx – положительная величина, называемая средней абсолютной погрешностью серии измерений (подробно об этой величине см. в разд. 1.3), ε – относительная погрешность серии измерений. Следует отметить, что оценка величин x_0, Δx и ε регламентирована государственным стандартом (ГОСТ 8.207-76 «Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений»). Для их вычислений используются соответствующие формулы теории погрешностей, которая в свою очередь базируется на теории вероятностей и математической статистике. Поскольку эти дисциплины изучаются студентами лишь в четвертом семестре, для оценки погрешностей при выполнении данной лабораторной работы используется несколько упрощенная методика.

1.3. Оценка погрешностей измерений

При обработке результатов ***прямых*** измерений выполняются следующие действия.

1. Результаты n измерений записываются в таблицу.
2. Вычисляется среднее арифметическое значение результатов n проведенных измерений:

$$x_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \ ,$$

которое принимается за наиболее достоверное значение.

3. Вычисляются абсолютные погрешности каждого измерения:

$$\Delta x_i = x_i - x_0 .$$

4. Вычисляется стандартная (среднеквадратичная) погрешность:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta x_i\right)^2} .$$

Найденное значение σ сравнивается с инструментальной погрешностью прибора (Δ). Если $\sigma < \Delta$, то в качестве средней абсолютной погрешности n измерений принимается инструментальная погрешность: $\Delta x = \Delta$. Если же $\sigma > \Delta$, то $\Delta x = \sigma$.

5. Вычисляется относительная погрешность серии измерений:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} .$$

6. Окончательный результат измерения записывается в виде

$$x = x_0 \pm \Delta x, \quad \varepsilon = ...\% .$$

Обработка результатов ***косвенных*** измерений физической величины A проводится следующим образом.

1. Для каждой из величин $x_1, x_2, ... x_m$, входящих в уравнение измерения $A = f(x_1, x_2, ... x_m)$, проводится обработка в соответствии с перечисленными выше пп. 1…4 (иначе говоря, для каждой из величин $x_1, x_2, ... x_m$ находится наиболее достоверное значение и средняя абсолютная погрешность).

2. Вычисляется наиболее достоверное значение величины A:

$$A_0 = f\left(x_{01}, x_{02} ... x_{0m}\right),$$

здесь $x_{01}, x_{02}, ... x_{0m}$ – наиболее достоверные значения величин $x_1, x_2, ... x_m$.

3. Вычисляется относительная погрешность серии измерений по формуле

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial}{\partial x_i}\ln f\left(x_1, x_2, ... x_m\right)\Big|_{x_i = x_{0i}} \cdot \Delta x_i\right)^2} . \qquad (1)$$

Здесь символическая запись $\frac{\partial}{\partial x_i}$ обозначает ***частную*** производную по переменной x_i прологарифмированного уравнения измерения (определение частных производных функции нескольких независимых переменных и примеры их вычислений приводятся в приложении). Иначе говоря, для вычисления относительной погрешности необходимо:

– прологарифмировать уравнение измерения по натуральному основанию;

– найти частные производные прологарифмированного уравнения по всем m переменным;

– найти численные значения частных производных, подставив в них вместо переменных их наиболее достоверные значения;

– для каждой переменной найти произведение соответствующей частной производной на среднюю абсолютную погрешность;

– найти квадратный корень из суммы квадратов всех таких произведений. Примеры вычисления частных производных рассматриваются в отчете по лабораторной работе «Измерение плотности прямоугольного параллелепипеда», включенного в приложение в качестве ***образца***.

4. Вычисляется средняя абсолютная погрешность величины x:

$$\Delta A = \varepsilon \cdot A_0 .$$

5. Окончательный результат измерения записывается в виде

$$A = A_0 \pm \Delta A , \quad \varepsilon = ...\% .$$

2. Экспериментальная часть

2.1. Описание лабораторной установки

Объем полого цилиндра находится путем косвенного измерения, т. е. численные значения его геометрических размеров подставляются в формулу

$$V = \frac{\pi H}{4}\left(D^2 - d^2\right) .$$

Здесь H – высота, D – внешний диаметр, d – внутренний диаметр цилиндра, которые находятся путем прямых измерений.

2.2. Порядок выполнения работы

1. Изучите правила приближенных вычислений (см. П.1 приложения)
2. Изучите разд. П. 2 приложения, в котором содержится определение функции нескольких независимых переменных, определение частных производных и примеры их вычислений.
3. Изучите отчет по лабораторной работе «Измерение плотности прямоугольного параллелепипеда», приведенный в разд. П. 3 приложения в качестве ***примера***.

4. Изучите методику измерения линейных размеров тела штангенциркулем.

5. Сделайте эскиз полого цилиндра, предложенного преподавателем, с обозначением всех величин, подлежащих измерению.

6. Составьте таблицу результатов измерений.

7. Проведите необходимые измерения не менее трех раз и результаты впишите в таблицу.

8. Следуя правилам, изложенным в подразд. 1.3, найдите наиболее достоверное значение объема, среднюю абсолютную и относительную погрешности и представьте результат измерений в виде

$$V = \left(V_0 \pm \Delta V\right)\ \text{м}^3,\ \varepsilon = \ldots\%.$$

Контрольные вопросы

1. Что называется прямым и косвенным измерением физических величин?

2. Перечислите виды погрешностей, а также способы их устранения и минимизации.

3. Сформулируйте алгоритм обработки результатов прямых и косвенных измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. ГОСТ 8.207-76. Государственный комитет СССР по стандартам. – М., 1976. – 10 с.

2. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф – М. : Наука, 1985. – 512 с.

3. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский – М. : Высш. шк., 2000. – 718 с.

4. Физика: метод. пособие по лабораторному практикуму / А. В. Ильюшонок [и др.]. – Минск : ВПТУ МВД Республики Беларусь, 1999. –78 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

П.1. Правила вычислений при обработке результатов измерений

Как уже отмечалось, любые измерения неизбежно сопряжены с различного рода погрешностями. Известно, что количество цифр в числе, выражающем численное значение измеряемой величины, во многом определяется точностью используемого прибора.

Значащими цифрами числа называются все отличные от нуля цифры и нули, расположенные между этими цифрами и в конце числа. Например, числа 0,072 и 8,4 имеют по две значащие цифры, число 6,40 – три значащие цифры. При считывании показаний измерительного прибора цифра числа является ***верной,*** если половина цены разряда, в котором она находится, не меньше инструментальной погрешности. Например, при измерении длины школьной линейкой получен результат 23,1 см. Последняя цифра верна, поскольку она находится в разряде миллиметров (половина цены этого разряда составляет 0,5 мм, что не меньше инструментальной погрешности линейки).

Если приближенное значение величины содержит недостоверные цифры, его ***округляют***, сохраняя только верные цифры и отбрасывая остальные. При этом руководствуются следующими правилами.

1. Если первая отбрасываемая цифра больше 4, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу. Например, округляя число 27,3763 до сотых, следует записать 27,38.
2. Если первая отбрасываемая цифра равна 4 или меньше 4, то последняя сохраняемая цифра не изменяется. Например, округляя число 13847 до сотен, записывают $138 \cdot 10^2$.
3. Если отбрасываемая часть числа состоит из одной цифры 5, то число округляют так, чтобы последняя сохраняемая цифра была четной. Например, при округлении до десятых $23{,}65 \approx 23{,}6$, но $17{,}75 \approx 17{,}8$.

При выполнении различных математических действий над приближенными числами руководствуются следующими правилами.

1. При сложении и вычитании в результате оставляют столько десятичных знаков, сколько их содержится в числе с наименьшим количеством десятичных знаков.
2. При умножении и делении в результате оставляют столько значащих цифр, сколько их имеет число с наименьшим количеством значащих цифр. Исключение из этого правила допускается в тех случаях, когда один из сомножителей начинается с единицы, а сомножитель, содержащий наименьшее количество значащих цифр, – с какой-нибудь иной цифры. В этих случаях в результате сохраняют на одну цифру больше.
3. При возведении в степень (целую или дробную) в результате оставляют столько значащих цифр, сколько их в основании степени.
4. При вычислении логарифмов в мантиссе оставляют столько значащих цифр, сколько их в логарифмируемом числе. При вычислении

тригонометрических функций в результате оставляют две значащие цифры, если аргумент задан с точностью до градуса. Аналогичным образом поступают при отыскании числа по его логарифму либо аргумента тригонометрической функции по ее значению.

5. При вычислении абсолютной погрешности округление производится всегда с ***избытком***, т. е. последняя сохраняемая цифра ***всегда*** увеличивается на единицу. При вычислении относительной погрешности оставляют одну цифру; если же первая значащая цифра – единица, то оставляют две цифры.

6. Записывая окончательный результат измерения, в наиболее достоверном значении следует оставлять последней цифру в том же разряде, в котором находится последняя сохраненная цифра средней абсолютной погрешности.

П.2. Частные производные функции нескольких переменных

Определение функции нескольких независимых переменных $u = f(x_1, x_2, \ldots x_m)$ аналогично определению функции одной переменной: переменная u называется функцией независимых переменных $x_1, x_2, \ldots x_m$, если каждому набору m численных значений этих переменных из одного множества поставлено в соответствие по определенному закону единственное значение переменной u из другого множества. Если переменной x_1 дать приращение Δx_1, функция получает частное приращение $\Delta_1 u = u(x_1 + \Delta x_1, x_2, \ldots x_m) - u(x_1, x_2, \ldots x_m)$. Конечный предел (если он существует) отношения частного приращения $\Delta_1 u$ к приращению Δx_1 называется частной производной функции $u = f(x_1, x_2, \ldots x_m)$ по переменной x_1:

$$\lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{\Delta_1 u}{\Delta x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1}.$$

По аналогии имеем

$$\Delta_2 u = u(x_1, x_2 + \Delta x_2, \ldots x_m) - u(x_1, x_2 \ldots x_m), \qquad \lim_{\Delta x_2 \to 0} \frac{\Delta_2 u}{\Delta x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2}, \ldots,$$

$$\Delta_m u = u(x_1, x_2 \ldots x_m + \Delta x_m) - u(x_1, x_2 \ldots x_m), \qquad \lim_{\Delta x_m \to 0} \frac{\Delta_m u}{\Delta x_m} = \frac{\partial u}{\partial x_m}.$$

Для того чтобы найти частную производную функции $u = f(x_1, x_2, \ldots x_m)$ по одной из переменных, например по x_1, необходимо все остальные переменные считать константами и дифференцировать эту функцию по x_1, руководствуясь теми же правилами, которые используются при дифференцировании функций вида $y = f(x)$.

Пример. Найти частные производные функции четырех независимых переменных $u = x_1^{\,2}\sqrt{2x_2x_3 + x_4}$.

Решение. Полагая x_2, x_3, x_4 константами, имеем

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = 2x_1\sqrt{2x_2x_3 + x_4}\,.$$

По аналогии находим частные производные по переменным x_2, x_3 и x_4:

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{\,2}\cdot\frac{2x_3}{2\sqrt{2x_2x_3 + x_4}} = \frac{x_1^{\,2}x_3}{\sqrt{2x_2x_3 + x_4}}\,;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = x_1^{\,2}\cdot\frac{2x_2}{2\sqrt{2x_2x_3 + x_4}} = \frac{x_1^{\,2}x_2}{\sqrt{2x_2x_3 + x_4}}\,;$$

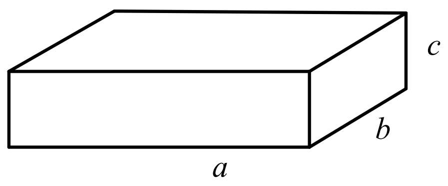
$$\frac{\partial u}{\partial x_4} = x_1^{\,2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{2x_2x_3 + x_4}} = \frac{x_1^{\,2}}{\sqrt{2x_2x_3 + x_4}}\,.$$

П.3. Отчет по лабораторной работе «Измерение плотности прямоугольного параллелепипеда»

Выполнили: Иванов П. С., Петров И. С., Сидоров П. И.

Цель работы: ознакомиться с методикой обработки результатов прямых и косвенных измерений физических величин, измерить плотность твердого тела.
Приборы и принадлежности: штангенциркуль, весы лабораторные.

Эскиз тела



Уравнение измерения

$$\rho = \frac{m}{abc},$$

где ρ – плотность, m – масса, a, b, c – линейные размеры тела.

Результаты измерений

№ изм.	a, мм	b, мм	c, мм	m, г
1	38,9	29,4	17,5	160,3
2	39,0	30,1	17,4	160,3
3	39,1	29,9	17,5	160,3

Вычисление наиболее достоверных значений линейных размеров:

$a_0 = \frac{1}{3}(38{,}9 + 39{,}0 + 39{,}1) = 39{,}0$ мм, $b_0 = \frac{1}{3}(29{,}4 + 30{,}1 + 29{,}9) = 29{,}8$ мм,

$c_0 = \frac{1}{3}(17{,}5 + 17{,}4 + 17{,}5) = 17{,}5$ мм.

Вычисление абсолютных погрешностей:

$\Delta a_1 = a_1 - a_0 = 38{,}9 - 39{,}0 = -0{,}1$ мм, аналогично находим $\Delta a_2 = 0$, $\Delta a_3 = 0{,}1$ мм;

$\Delta b_1 = b_1 - b_0 = 29{,}4 - 29{,}8 = -0{,}4$ мм, аналогично находим $\Delta b_1 = 0{,}3$ мм, $\Delta b_3 = 0{,}1$ мм;

$\Delta c_1 = c_1 - c_0 = 17{,}5 - 17{,}5 = 0$, аналогично находим $\Delta c_2 = -0{,}1$ мм, $\Delta c_3 = 0$.

Вычисление средней абсолютной погрешности линейных размеров:

$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{3(3-1)}\left(0{,}1^2 + 0 + 0{,}1^2\right)} = 0{,}057 \approx 0{,}06$ мм; поскольку σ_a больше инструментальной погрешности штангенциркуля (0,05 мм), $\Delta a = 0{,}06$ мм;

$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{3(3-1)}\left(0{,}4^2 + 0{,}3^2 + 0{,}1^2\right)} = 0{,}208 \approx 0{,}2$ мм; поскольку $\sigma_b > \Delta$, $\Delta b = 0{,}2$ мм;

$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{3(3-1)}\left(0 + 0{,}1^2 + 0\right)} = 0{,}0408 \approx 0{,}04$ мм; поскольку $\sigma_c < \Delta$, $\Delta c = 0{,}05$ мм.

Так как масса тела предполагается известной, считаем, что $\sigma_m = \Delta m = 0$.

Вычисление наиболее достоверного значения плотности тела

$$\rho_0 = \frac{160{,}3 \cdot 10^{-3}}{39{,}0 \cdot 29{,}8 \cdot 17{,}5 \cdot 10^{-9}} = 7{,}88 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Для вычисления относительной погрешности плотности уравнение измерения логарифмируем по натуральному основанию:

$$\ln\rho = \ln m - (\ln a + \ln b + \ln c).$$

Полагая все переменные, кроме a, константами, находим частную производную $\ln\rho$ по переменной a:

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial a} = -\frac{1}{a}.$$

Аналогично имеем

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial m} = \frac{1}{m}, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial b} = -\frac{1}{b}, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial c} = -\frac{1}{c}.$$

В соответствии с равенством (1) формула для вычисления относительной погрешности примет вид

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c_0}\right)^2}.$$

В результате подстановки численных значений имеем (с учетом правил приближенных вычислений)

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{0}{160{,}3}\right)^2 + \left(\frac{0{,}06}{39{,}0}\right)^2 + \left(\frac{0{,}2}{29{,}8}\right)^2 + \left(\frac{0{,}05}{17{,}5}\right)^2} = 0{,}007,$$

что составляет 0,7 %.

Вычисляем среднюю абсолютную погрешность:

$$\Delta\rho = \rho_0 \varepsilon = 7{,}88 \cdot 10^3 \cdot 0{,}007 = 0{,}06 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Таким образом,

$$\rho = (7{,}88 \pm 0{,}06) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \ \varepsilon = 0{,}7 \ \%.$$

Вывод: изучили методику обработки результатов прямых и косвенных измерений, измерили плотность твердого тела.

Св. план 2011, поз. 67

Учебное издание

ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Методические указания к лабораторной работе №1.1

Составители:
Последович Николай Романович
Сергеев Иван Иванович

Редактор А. В. Бас
Корректор Е. Н. Батурчик

Подписано в печать 20.10.2011.	Формат 60х84 1/16.	Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».	Отпечатано на ризографе.	Усл. печ. л.
Уч.-изд. л. 0,9.	Тираж 40 экз.	Заказ 286.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0494371 от 16.03.2009. ЛП №02330/0494175 от 03.04.2009.
220013, Минск, П. Бровки, 6