УДК 004.056.55; 621.391.26

КРАСОТА РЕПЕРНЫХ МНОЖЕСТВ

В.К. КОНОПЕЛЬКО[1], В.А. ЛИПНИЦКИЙ[2], Н.В. СПИЧЕКОВА[3]

[1]Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
ул. П. Бровки, 6, г. Минск, 220013, Республика Беларусь
kafsiut@bsuir.by

[2]Военная академия Республики Беларусь
пр-т Независимости,220, г. Минск, 220057, Республика Беларусь
valipnitski@yandex.ru

[3]Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
ул. П. Бровки, 6, г. Минск, 220013, Республика Беларусь
n.spichekova@gmail.com

Рассматриваются геометрические образы представителей S_n^2 -орбит реперных множеств.

Ключевые слова: фрактал, реперное множество, квадрат симметрической группы.

Во второй половине XX века была разработана теория фракталов – удивительных объектов математического мира – бесконечных множеств точек, имеющих самоподобную структуру и дробную размерность. Значимость их давно уже вышла за пределы математики. Серия работ и монографий о фракталах (см., например, [1 – 3]) завершилась восхитительной книгой «Красота фракталов» [4], породившей новое направление современного искусства.

Теория и практика сжатия, обработки, передачи и распознавания изображений давно уже пришли к фундаментальному понятию «реперных множеств» – минимального количества точек на изображении, позволяющих идентифицировать передаваемый образ. Актуальнейшая для теории информации проблема классификации реперных множеств важна во многих областях науки и жизнедеятельности человека – прежде всего в обработке многоракурсных изображений, в применении радарной техники, в генетике и медицине (бактометрия), в физике, в теории графов и теории групп, в теории помехоустойчивого кодирования, и так далее (см. [5]).

Общепринята классификация реперных множеств по их мощности n относительно S_n^2 – квадрата симметрической группы S_n, действующей на строках и столбцах квадратной матрицы порядка n, состоящей из нулей и n единиц. $P(n)$ – количество S_n^2 – орбит – стремительно растет с ростом n: $P(2) = 3$, $P(12) = 30825$; $P(102) =$
$= 1057368098259743734406815287874396796082663132302516285076455894397796731$
Вычисление $P(n)$ представляет собой комплексную, сложную, филигранную компьютерную работу и приобрело характер международного научно-спортивного соперничества – по образу и подобию соперничества в вычислении наибольшего простого числа (см. [6]). Заметим, что наибольшее из вычисленных на сегодняшний день значений $P(n)$ – число $P(102)$ – получено в 2013 году белорусским студентом Александром Сергеем под руководством профессора Липницкого В.А.

На повестку дня встают две новые проблемы.

1. Как сжать (с восстановлением) гигантски растущее количество S_n^2 – орбит.

2. Найти единственный, но наиболее характерный представитель в каждой S_n^2 – орбите реальный образ орбиты.

Обратим внимание на сложность второй проблемы. Так, при $n = 5$ имеется 34 названные орбиты. Операцией матричного транспонирования это количество можно почти уполовинить. Как назвать орбиту из 5 элементов, порожденную матрицей, в которой все пять единиц расположены в первой строке? Конечно, «Фаланга» – готовая к бою фаланга Спартанских воинов, скажем, в ущелье Фермопил. Геометрический образ этой орбиты представлен на рис. 1а. Вот орбита перестановочных матриц мощностью $5! = 120$. В качестве представителя можно взять единичную матрицу. Соответствующий образ можно назвать «Диагональ» или «Стрела». Скучновато. Поищем другие варианты: образ 1б – «Веер» или «Стрельба по цели»; образ 1в – «Андреевский крест». Вот орбита, порожденная матрицей рангом три, соответствующей образу 1г, – советский «Знак качества» или «Кремлевская звезда» – в зависимости от выбора способа соединения вершин. В этой же орбите есть представитель с образом 1д – «Палатка», «Треугольник» или «Дельта». Возьмём для разнообразия одну из орбит с шестью точками, порожденную, скажем, матрицей, соответствующей образу 1е, – «Удар молнии». Но в этой же орбите есть представитель с образом 1ж – «Параллелограмм» или «Ванты», есть также представитель с образом 1з – «Трапеция». Представитель же с образом 1и может быть начертан в стиле древней японской графики или в постмодернистском стиле, но с одинаковым названием: «Восход над Фудзиямой».

Как же разбудит нашу фантазию переход к орбитам с большим n! Здесь нас явно ждут красоты, абсолютно не уступающие «фрактальным»!

«Суха теория мой друг, а древо жизни пышно зеленеет!» – совершенно справедливо философски восклицал великий Гёте И.В. в своём «Фаусте». И был прав.

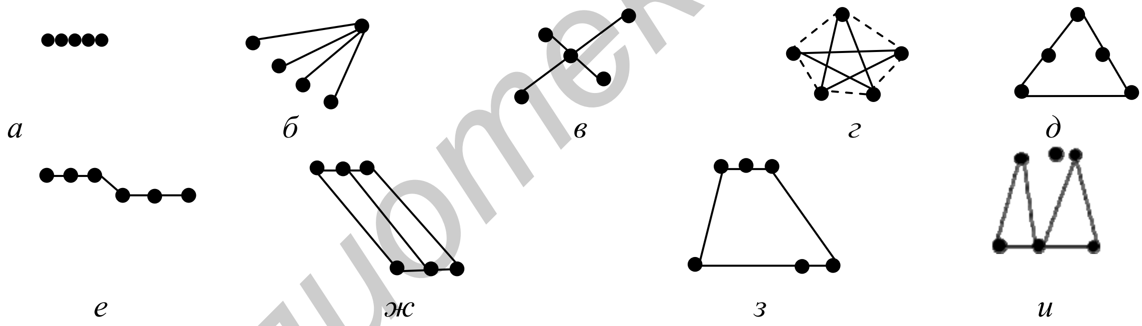

Рис. 1. Геометрические образы представителей S_n^2 – орбит реперных множеств

Список литературы

1. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.

2. *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991.

3. *Кроновер Р.М.* Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: 2000.

4. *Патгейн Х. О., Рихтер П.Х.* Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. Перев. с нем. М.: Мир, 1993.

5. *Цветков В.Ю., Конопелько В.К., Липницкий В.А.* Предсказание, распознавание и формирование образов многоракурсных изображений с подвижных объектов. Мн.: Издательский центр БГУ, 2014.

6. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https//oeis.org/A049311. – Дата доступа: 18.01.2014.