$$\dot y = c^2(x-x_0)-c(3(x-x_0)(2x-x_0)-4y)y_0+y_0^2)-3(-3xy^2y_0+3x^3x_0(x_0+y_0)+3x_0y^2(x_0+y_0)+$$
$$+3d(x-x_0)(x+x_0+y_0)+x^2(-3x_0^3-3x_0^2y_0-4yy_0+y_0^2)) \qquad (1)$$

имеет центр в особой точке (x_0, y_0), *если выполняется неравенство*

$$6(d+cx_0+x_0^3-y_0^2)(c^2-9x_0(2d+x_0^3)-9(d+x_0^3)y_0+6x_0y_0^2+3y_0^3-3cx_0(4x_0+3y_0)>0.$$

Система (1) *имеет интеграл Дарбу* $H_1 = f_1^{-2}f_2^3$, *где* $f_1 = x^3+cx+d-y^2$, $f_2 = 3d+ + cx_0 - 3x_0^3 - 3x^2y_0 - 3x_0^2y_0 - 4yy_0 + y_0^2 + 2x(c+3x_0^2+3x_0y_0)$.

Алгебраическая кривая $f_1(x,y)=0$ является инвариантной кривой Ньютона канонической формы C для системы (1) [1].

Теорема 2. *Интеграл Дарбу вида* $H_2 = f_3 f_4^{-(a_8+2b_9)/b_9}$, *где* $f_3 = ax^3+bx^2+cx+ +d-ey-xy^2$, $f_4 = a_8x_0y_0^2 - a_8(x_0(x_0(x_0a+b)+c)+d)+a_8y_0e+b_9(y_0e-x_0(y_0^2-x_0^2a+c)- - 2d) - b_9(3x_0^2a+2x_0b-y_0^2+c)x+b_9(2x_0y_0+e)y$, *является интегралом для кубической системы*

$$\dot x = a_0+a_1x+a_2y+a_3x^2+a_4xy+a_5y^2+a_6x^3+a_7x^2y+a_8xy^2+a_9y^3,$$
$$\dot y = b_0+b_1x+b_2y+b_3x^2+b_4xy+b_5y^2+b_6x^3+b_7x^2y+b_8xy^2+b_9y^3, \qquad (2)$$

для которой (x_0, y_0) *— особая точка. Если при этом*

$$(a_8+2b_9)(x_0y_0^2-x_0^3a-x_0^2b-x_0c-d+y_0e)\times$$
$$\times(b_9(2y_0^2(x_0c+2d-x_0^3a)-c^2x_0-x_0y_0^4+3x_0a(e^2+x_0(x_0^3a+2x_0c+4d))-2y_0^3e-$$
$$-2y_0(3x_0^2a+c)e+b(e^2+4x_0(x_0^3a+d)-4x_0y_0e))+a_8(x_0y_0^4-2b^2x_0^3+2y_0^2(x_0^3a+d)-$$
$$-x_0(c^2+3a(x_0^4a-e^2-2x_0d))-2y_0ce+b(2x_0(-2x_0^3a-x_0c+d)+e(e-2x_0y_0))))>0,$$
$$e+2x_0y_0 \neq 0,$$

то (x_0, y_0) *является центром системы* (2).

Алгебраическая кривая $f_3(x,y)=0$ является инвариантной кривой Ньютона канонической формы A для системы (2) [1].

Литература

1. Войцеховский М. И. *Плоская действительная алгебраическая кривая* // Мат. энциклопедия. Т. 4. М.: Советская энциклопедия, 1984. С. 310–312.

О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ЛИНИЕЙ РАВНОВЕСИЯ

В.В. Цегельник

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь
tsegvv@bsuir.by

В работе [1] (с исправлениями в [2]) с помощью систематического компьютерного поиска получены системы дифференциальных уравнений

$$\dot x = y, \quad \dot y = -x+yz, \quad \dot z = -x-axy-bxz, \qquad (1)$$

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + yz, \quad \dot{z} = -y - axy - bxz, \tag{2}$$

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + yz, \quad \dot{z} = x^2 - axy - bxz, \tag{3}$$

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + yz, \quad \dot{z} = -axy - bxz - yz, \tag{4}$$

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -ax + yz, \quad \dot{z} = -x^2 + y^2 - bxy, \tag{5}$$

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + yz, \quad \dot{z} = ay^2 - xy - bxz, \tag{6}$$

$$\dot{x} = z, \quad \dot{y} = x + yz, \quad \dot{z} = ax^2 - xy - byz, \tag{7}$$

$$\dot{x} = z, \quad \dot{y} = x - yz, \quad \dot{z} = -ax^2 + xy + bxz, \tag{8}$$

$$\dot{x} = z, \quad \dot{y} = -ay - xz, \quad \dot{z} = z - bz^2 + xy \tag{9}$$

с линиями равновесия. Каждая из систем (1)–(9) при определенных значениях параметров a, b обладает скрытым [3] хаотическим аттрактором. Например, система (9) при значениях $a = 1.62$, $b = 0.2$ имеет скрытый хаотический аттрактор.

Считая независимую переменную t комплексной, проведено исследование аналитических свойств решений систем (1)–(9) с помощью теста Пенлеве [4].

В частности доказаны

Теорема 1. *Система* (9) *в случае* $a = 1.62$, $b = 0.2$ *не проходит тест Пенлеве.*

Теорема 2. *Система* (9) *в случае* $a = 0$ *не обладает хаотическим поведением.*

Литература

1. Jafari S., Sprott J. C. *Simple chaotic flows with a line equilibrium* // Chaos, solitons and fractals. 2013. Vol. 57. P. 79–84.

2. Jafari S., Sprott J. C. *Erratum to: Simple chaotic flows with a line equilibrium* // Chaos, solitons and fractals. 2015. Vol. 77. P. 341–342.

3. Леонов Г. А., Кузнецов Н. В. *Скрытые колебания в динамических системах: шестнадцатая проблема Гильберта, гипотезы Айзермана и Кальмана. Скрытые аттракторы в контурах Чуа* // Соврем. математика. Фундам. направления. 2012. Т. 45. С. 105–121.

4. Грицук Е. В., Громак В. И. *К теории нелинейных систем дифференциальных уравнений со свойством Пенлеве* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2010. № 3. С. 25–30.

СИСТЕМА С ДВУМЯ ИСКЛЮЧИТЕЛЬНЫМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ

Д.Н. Чергинец

Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь
cherginetsdn@gmail.com

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = -x^2y - \sum_{k=5}^{\infty} h_k y^{k+4}, \quad \dot{y} = \sum_{k=2}^{\infty} a_k y^{k+4} + \sum_{k=0}^{\infty} b_k x y^{k+3} + \sum_{k=4}^{\infty} f_k x^{k+3} y + \sum_{k=9}^{\infty} d_k x^{k+4}, \tag{1}$$

где

$$16a_2^2 - 4h_5 < 0, \quad f_4^2 - 24d_9 < 0.$$

Начало координат системы (1) является монодромной особой точкой [1].

При помощи асимптотического представления функции последования особой точки $O(0, 0)$ системы (1) доказана следующая теорема.