Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государтвенный университет
информатики и радиоэлектроники»
Институт информационных технологий БГУИР

Кафедра физико-математических дисциплин

ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ

В двух частях
Часть 1

Г. Н. Синяков, А. Н. Тараканов, В. В. Махнач

МЕХАНИКА. ТЕРМОДИНАМИКА. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Рекомендовано УМО по образованию в
области информатики и радиоэлектроники в качестве пособия
для специальностей I ступени высшего образования,
закрепленных за УМО

Минск БГУИР 2015

УДК 53(076)
ББК 22.3я73
С38

Рецензенты:

кафедра общей физики Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка» (протокол № 5 от 27.02.2014);

заведующий кафедрой физики и математики
Учреждения образования «Высший государственный
колледж связи»,
доктор физико-математических наук, доцент Л. Л. Гладков

Синяков, Г. Н. Тесты по физике. В 2 ч. Ч. 1: Механика. Термодинамика. Электродинамика: пособие / Г. Н. Синяков, А. Н. Тараканов, В. В. Махнач. – Минск: БГУИР, 2015. – 92 с.: ил.
ISBN 978-985-543-112-2 (ч. 1)

Пособие содержит основные формулы для решения задач по механике, теории колебаний, термодинамике, электростатике, постоянному току, магнитному полю. По каждой теме разработаны десять вариантов тестовых заданий. К первым вариантам тестов даны ответы. Включает объединённый тест с подробными решениями.

Тестовые задания предназначены для оценки знаний и самостоятельной работы студентов.

Может быть использовано преподавателями для составления контрольных заданий.

УДК 53(076)
ББК 22.3я73

ISBN 978-985-543-112-2 (ч. 1)
ISBN 978-985-543-111-5

Содержание

Введение

В настоящее время одним из наиболее распространённых способов проведения как промежуточных, так и итоговых аттестаций учащихся является выполнение обучающимися тестовых заданий. Такой подход позволяет, с одной стороны, избежать проявления субъективного фактора при оценке знаний студентов, с другой – предоставляет учащимся возможность продемонстрировать способность к самостоятельному применению знаний в практических приложениях.

Физика является фундаментальной дисциплиной, изучаемой в технических вузах. Она занимает важное место в подготовке высококвалифицированных специалистов. Однако часто физика не является профилирующей дисциплиной. В связи с переходом на четырёхлетнее обучение произошло сокращение количества часов, отводимых на изучение курса физики. Поэтому особенно актуальным становится вопрос, как при уменьшении объёма часов не только сохранить, но и повысить уровень качества подготовки будущих специалистов.

Это и является целью настоящего пособия, включающего основные формулы и различные тестовые задания по курсу «Общая физика». Большое количество входящих в тест заданий, их ранжированность по степени сложности позволяет охватить большинство разделов курса общей физики, определённых рабочей программой в соответствии с требованиями подготовки квалифицированных специалистов.

В пособии представлено 10 вариантов тестовых заданий, каждый из которых включает задачи трёх типов:

А – задачи с выбором ответа из предложенных четырёх вариантов двух уровней сложности (механика – 10 задач, термодинамика – 8 задач, электродинамика – 8 задач), первый из которых можно определить как «понятийный»: «я знаю эту формулу и могу выполнить правильный расчёт» (2 теста). В задачах второго уровня (8-10 задач) необходимо показать умение применить правильную формулу и решить задачу в одно-два действия.

В – задачи третьего уровня сложности, которые следует решить и записать численный ответ, не приводя итоговой формулы (механика – 6 задач, термодинамика – 4 задачи, Злектродинамика – 4 задачи);

С – задачи четвёртого уровня сложности; здесь необходимо решить две задачи, привести окончательную формулу и выполнить соответствующие вычисления с использованием инженерного калькулятора (механика – 2 задачи, термодинамика – 2 задачи, электродинамика – 2 задачи).

Задания систематизированы по следующим темам, которые могут служить в качестве модулей в модульно-рейтинговой системе оценки знаний:

1. Механика, включающая подтемы: кинематика, динамика поступательного движения, работа и энергия, динамика твёрдого тела, колебания и волны, специальная теория относительности.

2. Молекулярная физика и термодинамика, включающая подтемы: количество вещества, газовые законы, уравнение состояния идеального газа, основ-

ное уравнение молекулярно-кинетической теории, внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа, работа идеального газа, первое начало термодинамики, КПД циклов и изменение энтропии, средняя энергия и скорость молекулы, барометрическая формула.

3. Электродинамика, включающая подтемы: электрическое поле системы зарядов, непрерывное распределение зарядов, теорема Гаусса, конденсаторы, энергия электрического поля, постоянный ток, закон Ома, работа и мощность тока, магнитное поле тока, закон Био – Савара – Лапласа, теорема о циркуляции, взаимодействие токов, сила Ампера, сила Лоренца, электромагнитная индукция, энергия магнитного поля, колебательный контур.

Перед каждой темой приведены основные законы и формулы физики. В конце пособия дано объединённое тестовое задание, включающее все темы, с подробными решениями, а также даны ответы на тестовые задания первого варианта по всем темам. Представлена таблица значений фундаментальных физических констант с точностью, необходимой для решения задач.

Данное пособие может использоваться как студентами, так и преподавателями при составлении контрольных заданий и проверочных работ.

Авторы выражают искреннюю благодарность кандидату физико-математических наук, доценту А. И. Болсуну за полезные срветы и неоценимую помощь при составлении данного пособия.

1. МЕХАНИКА. КОЛЕБАНИЯ

1.1. Основные формулы

Кинематика

Движение материальной точки по произвольной траектории на малом участке может рассматриваться как равномерное и прямолинейное. Мгновенная скорость $\vec{\mathbf{v}}$ и мгновенное ускорение $\vec{\mathbf{a}}$ материальной точки определяются как

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt},\ \vec{\mathbf{a}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \frac{d^2\vec{\mathbf{r}}}{dt^2}, \tag{1.1}$$

где $\vec{\mathbf{r}} = x\vec{\mathbf{i}} + y\vec{\mathbf{j}} + z\vec{\mathbf{k}}$ – радиус-вектор материальной точки *M* в рассматриваемой системе координат;

$\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$ – единичные векторы вдоль осей координат *OX, OY* и *OZ*, соответственно.

Средняя путевая скорость на некотором участке траектории:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0}^{t} v(t)dt, \tag{1.2}$$

где путь, пройденный точкой за время $\Delta t = t - t_0$, определяется как

$$\Delta s(t) = \int_{t_0}^{t} v(t)dt = \int_{t_0}^{t} |\vec{\mathbf{v}}(t)|\,dt. \tag{1.3}$$

Если известны начальная скорость $\vec{\mathbf{v}}_0$ и зависимость ускорения от времени, то скорость в любой момент времени *t* вычисляется по формуле

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \vec{\mathbf{v}}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{\mathbf{a}}(t)dt, \tag{1.4}$$

а перемещение материальной точки по аналогичной формуле

$$\Delta\vec{\mathbf{r}}(t) = \vec{\mathbf{r}}(t) - \vec{\mathbf{r}}_0 = \int_{t_0}^{t} \vec{\mathbf{v}}(t)dt, \tag{1.5}$$

где $\vec{\mathbf{r}}_0 = \vec{\mathbf{r}}(t_0)$ – радиус-вектор начального положения материальной точки в момент времени t_0.

Средняя скорость и среднее ускорение на некотором участке траектории:

$$< \vec{\mathbf{v}} >= \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0}^{t} \vec{\mathbf{v}}(t)dt,\ < \vec{\mathbf{a}} >= \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0}^{t} \vec{\mathbf{a}}(t)dt, \tag{1.6}$$

где $\Delta\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}(t) - \vec{\mathbf{v}}_0$ – изменение скорости за время $\Delta t = t - t_0$;

$\vec{\mathbf{v}}_0 = \vec{\mathbf{v}}(t_0)$ – начальная скорость в момент времени t_0.

Полное ускорение при движении точки по произвольной траектории равно сумме тангенциального ускорения $\vec{\mathbf{a}}_\tau$ и нормального ускорения $\vec{\mathbf{a}}_n$:

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_\tau + \vec{\mathbf{a}}_n. \tag{1.7}$$

Движение материальной точки по окружности характеризуется угловой скоростью $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ и угловым ускорением $\vec{\boldsymbol{\beta}}$:

$$\vec{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\vec{\boldsymbol{\varphi}}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{\varphi}}}{dt}, \ \vec{\boldsymbol{\beta}} = \dot{\vec{\boldsymbol{\omega}}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{\omega}}}{dt} = \ddot{\vec{\boldsymbol{\varphi}}} = \frac{d^2\vec{\boldsymbol{\varphi}}}{dt^2}. \qquad (1.8)$$

Если известны начальная угловая скорость $\vec{\boldsymbol{\omega}}_0 = \vec{\boldsymbol{\omega}}(t_0)$ и зависимость углового ускорения от времени, то угловая скорость в любой момент времени t вычисляется по формуле

$$\vec{\boldsymbol{\omega}}(t) = \vec{\boldsymbol{\omega}}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{\beta}}(t)dt, \qquad (1.9)$$

а угол $\Delta\vec{\boldsymbol{\varphi}}(t)$, на который повернётся радиус-вектор материальной точки относительно центра вращения от начального положения $\vec{\boldsymbol{\varphi}}_0 = \vec{\boldsymbol{\varphi}}(t)(t_0)$, – по аналогичной формуле

$$\Delta\vec{\boldsymbol{\varphi}}(t) = \vec{\boldsymbol{\varphi}}(t) - \vec{\boldsymbol{\varphi}}_0 = \int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{\omega}}(t)dt. \qquad (1.10)$$

При движении по окружности радиуса r имеют место соотношения:

– пройденный путь:

$$S = r\varphi, \qquad (1.11)$$

– скорость точки на окружности:

$$\vec{\mathbf{v}} = [\vec{\boldsymbol{\omega}} \times \vec{\mathbf{r}}], \ \mathrm{v} = \omega r, \qquad (1.12)$$

– тангенциальное ускорение:

$$a_\tau = d\mathrm{v}/dt = \beta r, \qquad (1.13)$$

– нормальное ускорение:

$$a_n = \omega^2 r, \qquad (1.14)$$

– полное ускорение:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = r\sqrt{\omega^4 + \beta^2}. \qquad (1.15)$$

Быстрота движения материальной точки по окружности или вращения тела вокруг оси характеризуется частотой вращения n – числом оборотов в единицу времени. Связь угловой скорости ω с частотой вращения n и периодом обращения T задаётся соотношением

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}. \qquad (1.16)$$

Динамика

Импульс материальной точки массой m, движущейся со скоростью $\vec{\mathbf{v}}$:

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}. \qquad (1.17)$$

Основным уравнением, определяющим действие сил на материальную точку, является второй закон Ньютона – *изменение импульса материальной точки в единицу времени определяется результирующей силой, действующей на неё*:

$$\frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}}. \qquad (1.18)$$

Импульс системы N материальных точек равен сумме их импульсов и определяет импульс центра масс

$$\vec{\mathbf{P}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{p}}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{\mathbf{v}}_i = \vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{C}} = M\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{C}} . \tag{1.19}$$

Положение центра масс системы N материальных точек массами m_i определяется радиус-вектором

$$\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{C}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{r}}_i , \tag{1.20}$$

где $M = \sum_{i=1}^{N} m_i$ – масса системы,

$\vec{\mathbf{r}}_i$ – радиус-вектор i-й точки.

Если известна зависимость сил от времени, то изменение импульса за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ определяется по формуле

$$\Delta\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{P}}_2 - \vec{\mathbf{P}}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\mathbf{F}}(t)dt . \tag{1.21}$$

Следствием второго закона Ньютона является уравнение движения $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, где $\vec{\mathbf{a}}$ – ускорение материальной точки.

Сила гравитационного взаимодействия двух точечных масс или сферически-симметричных тел

$$\vec{\mathbf{F}} = G\frac{mM}{r^3}\vec{\mathbf{r}} ,\ F = G\frac{mM}{r^2} , \tag{1.22}$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравитационная постоянная;

$\vec{\mathbf{r}}$ – радиус-вектор, соединяющий центры тел;

m и M – массы взаимодействующих тел.

На поверхности Земли сила гравитационного действия Земли на тело массой m (без учёта вращения Земли) равна

$$\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{g}} , \tag{1.23}$$

где $\vec{\mathbf{g}} = g\vec{\mathbf{n}}$, g – ускорение силы тяжести, определяемое по формуле

$$g = G\frac{M_З}{R_З^2} , \tag{1.24}$$

где $M_З = 6{,}0 \cdot 10^{24}\,\text{кг}$, $R_З = 6{,}38 \cdot 10^6\,\text{м}$ – масса и радиус Земли, соответственно;

$\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{r}} / r$ – единичный вектор, направленный к центру Земли.

Первая и вторая космические скорости:

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR_З} = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З}} ,\ \upsilon_2 = \sqrt{2gR_З} = \sqrt{2G\frac{M_З}{R_З}} . \tag{1.25}$$

Силы упругости подчиняются закону Гука

$$\vec{\mathbf{F}} = -k\Delta\vec{\mathbf{x}} , \tag{1.26}$$

где k – коэффициент упругости (жёсткость);

$\Delta\vec{\mathbf{x}}$ – абсолютная деформация одномерной упругой среды.

Закон Гука для продольной деформации

$$\sigma_n = E\varepsilon , \tag{1.27}$$

где $\sigma_n = dF_n / dS$ – нормальное напряжение при упругой продольной деформации тела;

F_n – нормальная сила, действующая на поперечное сечение S тела;

$\varepsilon = \Delta x / x$ – относительное удлинение (сжатие) тела;

E – модуль Юнга.

Закон Гука для деформации сдвига

$$\sigma_\tau = G\vartheta, \tag{1.28}$$

где $\sigma_\tau = dF_\tau / dS$ – касательное, или скалывающее, напряжение, возникающее при деформации сдвига;

F_τ – касательная сила, действующая на площадь S тела;

$\vartheta \approx \operatorname{tg}\vartheta$ – угол сдвига (или относительный сдвиг), выраженный в радианах;

G – модуль сдвига.

Закон Гука для деформации кручения

$$M_t = -K\varphi, \tag{1.29}$$

где M_t – суммарный момент упругих сил, возникающий при деформации кручения;

$\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi$ – угол закручивания, выраженный в радианах;

K – коэффициент жёсткости на кручение (модуль кручения); для проволоки диаметром d длиной L – связан с модулем сдвига соотношением

$$K = \frac{\pi d^4}{32L} G. \tag{1.30}$$

Максимальные силы трения покоя и скольжения:

$$F_{\text{пок}} = k_0 N, \; F_{\text{ск}} = kN; \tag{1.31}$$

сила трения качения:

$$F_{\text{кач}} = \mu N / R, \tag{1.32}$$

где k_0 – коэффициент трения покоя;

k – коэффициент трения скольжения;

μ – коэффициент трения качения;

N – сила нормальной реакции;

R – радиус качения.

Работа силы по перемещению системы из положения 1 в положение 2 равна

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{N} \int_1^2 (\vec{\mathbf{F}}_i \cdot d\vec{\mathbf{r}}_i). \tag{1.33}$$

В поле консервативных сил эта работа равна

$$A_{12} = T_2 - T_1 = U_1 - U_2, \tag{1.34}$$

где T – кинетическая энергия системы:

$$T = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \vec{\mathbf{v}}_i^2}{2}; \tag{1.35}$$

U – потенциальная энергия системы, для которой справедливо соотношение

$$\vec{\mathbf{F}} = -\operatorname{grad} U \equiv -\vec{\nabla} U. \tag{1.36}$$

Потенциальная энергия тела малой массой m в сферически-симметричном гравитационном поле

$$U_{\text{гр}} = m\varphi_{\text{гр}} = -G\frac{mM}{r}, \qquad (1.37)$$

где $\varphi_{\text{гр}}$ – гравитационный потенциал;

M – масса, создающая гравитационное поле (гравитирующая масса);

r – расстояние от массы m до гравитационного центра.

Потенциальная энергия упругой продольной деформации

$$U_{\text{упр}} = \frac{kx^2}{2}. \qquad (1.38)$$

Объёмная плотность энергии упругой продольной деформации

$$w_{\text{прод}} = \frac{E\varepsilon^2}{2}. \qquad (1.39)$$

Объёмная плотность энергии упругой деформации сдвигов

$$w_{\text{сдв}} = \frac{G\vartheta^2}{2}. \qquad (1.40)$$

Для консервативных систем имеет место закон сохранения полной механической энергии, вытекающий из (1.34):

$$E = \sum_{i=1}^{N}\frac{m_i\vec{\mathbf{v}}_i^2}{2} + U = \text{const}. \qquad (1.41)$$

В поле неконсервативных сил работа силы по перемещению системы из положения 1 в положение 2 равна

$$A_{12} = T_2 - T_1 - \Delta W_{12}, \qquad (1.42)$$

где ΔW_{12} – работа, затраченная на преодоление внутренних сил сопротивления, равная работе сил сопротивления ΔA_{12}, взятой с обратным знаком, и разности полных энергий в начальном и конечном состояниях

$$\Delta W_{12} = -\Delta A_{12} = E_1 - E_2. \qquad (1.43)$$

Работа, произведённая в единицу времени определяет мощность силы

$$N = \frac{dA}{dt} = (\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{v}}). \qquad (1.44)$$

Динамика вращательного движения

Основное уравнение динамики вращательного движения

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{M}}, \qquad (1.45)$$

где $\vec{\mathbf{L}}$ – момент импульса:

$$\vec{\mathbf{L}} = \sum_{k=1}^{N}[\vec{\mathbf{r}}_k \times \vec{\mathbf{p}}_k] = J\vec{\boldsymbol{\omega}}; \qquad (1.46)$$

$\vec{\mathbf{M}}$ – результирующий момент сил $\vec{\mathbf{F}}_k$, действующих на тело, относительно начала координат:

$$\vec{\mathbf{M}} = \sum_{k=1}^{N}[\vec{\mathbf{r}}_k \times \vec{\mathbf{F}}_k]; \qquad (1.47)$$

$\vec{\mathbf{r}}_k$ – радиус-векторы точек приложения сил $\vec{\mathbf{F}}_k$;

$\vec{\mathbf{p}}_k$ – импульс k-ой материальной точки;

$\vec{\boldsymbol{\omega}}$ – угловая скорость вращения;

J – момент инерции тела относительно оси вращения.

Для твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси уравнение (1.45) принимает вид

$$J\vec{\boldsymbol{\beta}} = \vec{\mathbf{M}}, \tag{1.48}$$

где $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ – угловое ускорение вращения.

Собственные моменты инерции некоторых однородных тел массы m:

1) тонкое кольцо, обруч, тонкостенный цилиндр радиуса R

а) относительно оси симметрии

$$J = mR^2; \tag{1.49}$$

б) относительно оси, параллельной плоскости кольца, обруча

$$J = \frac{1}{2}mR^2; \tag{1.50}$$

2) тонкий диск, сплошной цилиндр радиуса R

а) относительно оси симметрии

$$J = \frac{1}{2}mR^2; \tag{1.51}$$

б) относительно оси, параллельной плоскости тонкого диска

$$J = \frac{1}{4}mR^2; \tag{1.52}$$

3) сплошной шар радиуса R

$$J = \frac{2}{5}mR^2; \tag{1.53}$$

4) тонкий стержень длины L относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно оси стержня

$$J = \frac{1}{12}mL^2; \tag{1.54}$$

Закон сохранения момента импульса системы, вращающейся вокруг неподвижной оси

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2, \tag{1.55}$$

где J_1, J_2 и ω_1, ω_2 – моменты инерции системы и угловые скорости вращения в моменты времени t_1 и t_2, соответственно.

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T_{\text{вр}} = \frac{1}{2}J\omega^2. \tag{1.56}$$

Кинетическая энергия тела, совершающего произвольное плоское движение

$$T = T_{\text{пост}} + T_{\text{вр}} = \frac{M\mathbf{v}_C^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \tag{1.57}$$

Специальная теория относительности

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2}\ , \tag{1.58}$$

где $\beta = V/c$;

V – относительная скорость движения системы K' вдоль оси OX неподвижной системы K;

c – скорость света.

Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \Delta t_0\sqrt{1-\beta^2}\ . \tag{1.59}$$

Релятивистский закон сложения скоростей:

$$\upsilon'_x = \frac{\upsilon_x - V}{1-\upsilon_x V/c^2},\ \upsilon'_y = \frac{\upsilon_y\sqrt{1-\beta^2}}{1-\upsilon_x V/c^2},\ \upsilon'_z = \frac{\upsilon_z\sqrt{1-\beta^2}}{1-\upsilon_x V/c^2}\ . \tag{1.60}$$

Релятивистский импульс движущегося тела

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}} = \frac{m_0\vec{\mathbf{v}}}{\sqrt{1-\beta^2}}\ , \tag{1.61}$$

где m_0 – масса покоя тела;

m – релятивистская масса.

Связь между импульсом и энергией релятивистской частицы

$$E^2 - \vec{\mathbf{p}}^2c^2 = m_0^2c^4\ . \tag{1.62}$$

Для частиц с нулевой массой покоя (фотонов, нейтрино)

$$E^2 - \vec{\mathbf{p}}^2c^2 = 0\ . \tag{1.63}$$

Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы:

$$E = c\sqrt{\vec{\mathbf{p}}^2 + m_0^2c^2} = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc^2\ . \tag{1.64}$$

Релятивистская кинетическая энергия

$$T = E - E_0 = (m-m_0)c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right), \tag{1.65}$$

где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя.

Связь релятивистского импульса частицы с её кинетической энергией:

$$p = \sqrt{|\vec{\mathbf{p}}^2|} = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2m_0c^2)}\ . \tag{1.66}$$

Колебания

Отклонение x колебательной системы от положения равновесия при малых колебаниях удовлетворяет уравнению свободных гармонических колебаний

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0\ , \tag{1.67}$$

решением которого является гармоническая функция

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)\ , \tag{1.68}$$

где A – амплитуда колебаний;

φ_0 – начальная фаза;

ω_0 – циклическая частота колебаний.

Скорость υ и ускорение a материальной точки, совершающей гармонические колебания (гармонического осциллятора):

$$\upsilon = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{1.69}$$

$$a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{1.70}$$

Период колебаний пружинного маятника массой m, жёсткостью k, равен

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{1.71}$$

Период колебаний математического маятника длиной L, на который действует сила $F = ma$, равен

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a}}. \tag{1.72}$$

Период колебаний физического маятника, на который действует сила $F = ma$, равен

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mal}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{\text{пр}}}{a}}, \tag{1.73}$$

где J – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса маятника и перпендикулярной плоскости колебаний;

l – расстояние от точки подвеса до центра масс маятника;

$L_{\text{пр}} = J / ml$ – приведённая длина физического маятника.

Кинетическая энергия гармонического осциллятора

$$K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{1.74}$$

Потенциальная энергия гармонического осциллятора

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{1.75}$$

Полная энергия гармонического осциллятора

$$E = K + U = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{kA^2}{2}. \tag{1.76}$$

Результатом сложения гармонических колебаний, происходящих с одинаковой частотой в одном направлении, является также гармоническое колебание с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \tag{1.77}$$

и начальной фазой

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}, \tag{1.78}$$

где A_1, A_2, φ_1, φ_2 – амплитуды и начальные фазы складывающихся колебаний.

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$, $y = A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$, имеет вид

$$\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)+\frac{x^2}{A_1^2}=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1). \tag{1.79}$$

Оно сводится к уравнению:

а) прямой $y = A_2x/A_1$, если разность фаз $\varphi_2-\varphi_1=0$;

б) прямой $y=-A_2x/A_1$, если разность фаз $\varphi_2-\varphi_1=\pi$;

в) эллипса $\dfrac{x^2}{A_1^2}+\dfrac{y^2}{A_2^2}=1$, если разность фаз $\varphi_2-\varphi_1=\pm\pi/2$;

г) окружности $x^2+y^2=A^2$, если разность фаз $\varphi_2-\varphi_1=\pm\pi/2$ и амплитуды равны: $A_1=A_2=A$.

Уравнение затухающих колебаний имеет вид

$$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2x=0, \tag{1.80}$$

решением которого является функция

$$x_0 = A\cos(\omega t+\varphi_0)=A_0e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi_0), \tag{1.81}$$

где $A=A_0e^{-\beta t}$ – амплитуда затухающих колебаний;

A_0 – начальная амплитуда колебаний (в момент $t=0$);

φ_0 – начальная фаза;

β – коэффициент затухания;

$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ – частота затухающих колебаний;

ω_0 – частота свободных колебаний без трения.

Время релаксации системы, совершающей затухающие колебания, – время, за которое начальная амплитуда колебаний уменьшается в $e\approx 2{,}72$ раз:

$$\tau=\beta^{-1}. \tag{1.82}$$

Логарифмический декремент затухания

$$\lambda=\ln\frac{A(t)}{A(t+T)}=\beta T=\frac{1}{N_e}, \tag{1.83}$$

где T – период затухающих колебаний:

$$T=2\pi/\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}. \tag{1.84}$$

N_e – число колебаний за время τ, в течение которого амплитуда уменьшается в e раз.

Добротность затухающей колебательной системы

$$Q=\pi/\lambda=\pi N_e=\omega/2\beta. \tag{1.85}$$

Уравнение вынужденных колебаний

$$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2x=f_0\cos\tilde{\omega}t. \tag{1.86}$$

Частное решение уравнения имеет вид

$$x_1=A\cos(\tilde{\omega}t-\varphi), \tag{1.87}$$

где $\tilde{\omega}$ – частота вынуждающей силы;

ω_0 – частота свободных колебаний без трения;

A – амплитуда вынужденных колебаний:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \tilde{\omega}^2)^2 + 4\beta^2\tilde{\omega}^2}}; \tag{1.88}$$

φ – смещение по фазе от вынуждающей силы:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{1.89}$$

Резонансная частота

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \tag{1.90}$$

Резонансная амплитуда

$$A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \tag{1.91}$$

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

А1. Из некоторой точки в момент времени $t_0 = 0$ покоящееся тело начинает двигаться равноускоренно. Кинематический закон движения тела имеет вид:

1) $\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 + \vec{\mathbf{v}}_0 t$; 2) $\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{v}}_0 t + \dfrac{\vec{\mathbf{a}}t^2}{2}$; 3) $\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 + \vec{\mathbf{v}}_0 t + \dfrac{\vec{\mathbf{a}}t^2}{2}$; 4) $\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 + \dfrac{\vec{\mathbf{a}}t^2}{2}$.

А2. Какую скорость должен иметь вагон, движущийся по закруглению радиусом $R = 100$ м, чтобы шар, подвешенный на нити к потолку вагона, отклонился от вертикали на угол 45°:

1) 14,2 м/с; 2) 24,8 м/с; 3) 31,6 м/с; 4) 42,1 м/с?

А3. Координаты тела массой $m = 1$ кг, движущегося прямолинейно вдоль оси *X*, меняются со временем по закону $x = 7 + 5t(2 + t)$. Определить модуль силы, действующей на тело:

1) 2 Н; 2) 4 Н; 3) 8 Н; 4) 10 Н.

А4. При вертикальном подъёме первоначально покоящегося груза массой $m = 2$ кг на высоту $h = 1$ м постоянной силой была совершена работа $A = 80$ Дж. Определить ускорение, с которым поднимали груз:

1) 10 м/с^2; 2) 15 м/с^2; 3) 20 м/с^2; 4) 30 м/с^2.

А5. Тело массой $m = 2$ кг, обладающее импульсом, равным по модулю 3 Н·с, упруго сталкивается с таким же неподвижным телом. Определить суммарную кинетическую энергию тел после удара:

1) 2,25 Дж; 2) 2,50 Дж; 3) 2,0 Дж; 4) 2,75 Дж .

А6. Собственное время жизни частицы на 2 % отличается от времени жизни по неподвижным часам. Найти отношение скорости частицы к скорости света:

1) 0,18; 2) 0,20; 3) 0,25; 4) 0,28.

А7. К однородному валу массой $m_0 = 0{,}6\,\text{кг}$ и радиусом $R = 0{,}5\,\text{м}$ прикреплена нить, к которой привязан груз массой $m_1 = 0{,}1\,\text{кг}$. Груз, падая, раскручивает вал. Определить угловое ускорение вала.

1) 10 рад/с^2; 2) 12 рад/с^2; 3) 14 рад/с^2; 4) 16 рад/с^2.

А8. Определить, во сколько раз изменится момент инерции однородного сплошного диска, если ось вращения, перпендикулярную плоскости диска, сместить параллельно самой себе из центра диска на половину его радиуса:

1) 1,5; 2) 2,0; 3) 2,5; 4) 3,0.

А9. Период колебаний груза на пружине $T = 3\,\text{с}$. Груз отклонили от положения равновесия на расстояние $A = 2$ см и отпустили. За какое время груз пройдёт первый сантиметр пути:

1) 0,5 с; 2) 1,0 с; 3) 1,5 с; 4) 2,0 с?

А10. Тонкий однородный стержень длиной $l = 60\,\text{см}$ может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, отстоящей на расстоянии $x = 15\,\text{см}$ от его середины. Определить период колебаний стержня:

1) 1,0 с; 2) 1,2 с; 3) 1,4 с; 4) 1,5 с.

В1. Мяч свободно падает с высоты $h = 3\,\text{м}$ на горизонтальную поверхность. При каждом отскоке от поверхности скорость мяча уменьшается в два раза. Определить путь, пройденный мячом с начала падения до остановки.

В2. Вблизи поверхности некоторой планеты в течение 3 с свободно падает тело. Определить какое расстояние пролетит тело за время падения, если радиус планеты на одну треть меньше радиуса Земли, а средняя плотность вещества планеты на 40 % меньше средней плотности Земли.

В3. Моторная лодка массой m движется с постоянной скоростью V_0. В момент времени $t = 0$ мотор заглох. Определить зависимость скорости лодки от времени, если сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости $F_c = -kV^2$.

В4. Тело движется по инерции вверх от основания наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 45°$ с начальной скоростью $V_0 = 6\,\text{м/с}$. Коэффициент трения $\mu = 0{,}5$. Определить, на какой высоте скорость тела уменьшится в два раза.

В5. Два тела связаны невесомой пружиной и покоятся на гладкой поверхности. Масса первого тела $m_1 = 300\,\text{г}$, второго – $m_2 = 600\,\text{г}$. Третье тело массой $m_3 = 200\,\text{г}$ движется по прямой, соединяющей центры тяжести тел, и упруго ударяется о первое тело. Определить максимальную деформацию пружины Δl.

В6. Однородный тонкий негнущийся стержень массой $m = 4\,\text{кг}$ поддерживается в горизонтальном положении на двух вертикальных опорах, расположенных у концов стержня. Одну из опор выбивают. Определить силу, которая действует на вторую опору сразу после выбивания первой.

С1. Однородный диск массой m и радиусом R вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости с угловой скоростью ω_0. К ободу диска приложили тормозящую силу, направленную по касательной, причём модуль силы изменяется со временем по закону $F = \alpha t^2$, где α – постоянный коэффициент. Определить время вращения диска до остановки.

С2. Частота свободных затухающих колебаний некоторой системы равна $\omega = 65$ рад/с, а её добротность $Q = 2$. Определить собственную частоту ω_0 колебаний системы.

Вариант 2

А1. Два одинаково направленных гармонических колебания одинакового периода имеют разность фаз $\Delta\varphi = 45°$. Амплитуды колебаний составляют $A_1 = 4$ см, $A_2 = 8$ см. Определить амплитуду результирующего колебания *A*:

1) 12,0 см; 2) 11,8 см; 3) 11,5 см; 4) 11,2 см.

А2. Лодку подтягивают к высокому берегу с помощью каната. В некоторый момент времени лодка движется со скоростью $V_1 = 1{,}2$ м/с. Определить, с какой скоростью тянут канат, если в этот момент он образует с горизонтом угол $\alpha = 60°$:

1) 2,0 м/с; 2) 1,2 м/с; 3) 0,8 м/с; 4) 0,6 м/с.

А3. Под действием тормозящей силы $F = 150$ кН поезд массой $m = 150$ т прошёл путь $S = 50$ м до полной остановки. Определить начальную скорость поезда:

1) 5 м/с; 2) 10 м/с; 3) 15 м/с; 4) 20 м/с.

А4. К невесомой нити подвешен груз массой $m = 1$ кг. Определить натяжение нити, если точка подвеса движется вертикально вниз с ускорением $a = 4$ м/с^2:

1) 6 Н; 2) 4 Н; 3) 2 Н; 4) 5 Н.

А5. К нижнему концу вертикально висящей недеформированной пружины жёсткостью $k = 400$ Н/м прикрепили груз массой $m = 250$ г и без толчка отпустили. Определить максимальную скорость движения груза *V*:

1) 25 см/с; 2) 30 см/с; 3) 35 см/с; 4) 40 см/с.

А6. Кинетическая энергия электрона, движущегося с релятивистской скоростью, в три раза превышает его энергию покоя. Определить скорость электрона:

1) $2{,}9 \cdot 10^8$ м/с; 2) $1{,}8 \cdot 10^8$ м/с; 3) $1{,}2 \cdot 10^8$ м/с; 4) $3{,}9 \cdot 10^8$ м/с.

А7. Автомобиль массой $m = 1$ т трогается с места и, двигаясь равноускоренно, проходит путь $S = 50$ м за промежуток времени $\Delta t = 5$ с. Определить, какую мощность развивает автомобиль в конце 5-й секунды:

1) 50 кВт; 2) 65 кВт; 3) 80 кВт; 4) 95 кВт.

А8. К покоящемуся диску радиусом $R = 0{,}5$ м приложили постоянный момент сил $M = 50$ Н·м. Найти линейную скорость точек на ободе колеса к концу 10-й секунды, если момент инерции диска $J = 20$ кг·м^2:

1) 8,0 м/с; 2) 10,5 м/с; 3) 12 м/с; 4) 12,5 м/с.

А9. Два груза массами $m_1 = 3\,кг$ и $m_2 = 1{,}5\,кг$ связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, масса которого равна $m = 1\,кг$. Определить ускорение, с которым движутся грузы. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь:

1) 1 м/с^2; 2) 2 м/с^2; 3) 3 м/с^2; 4) 4 м/с^2.

А10. Уравнение гармонических колебаний имеет вид $x = A\sin\omega t$. Известно, что при фазе $\varphi_1 = \pi/6$ смещение равно $x_1 = 2$ см. Определить в сантиметрах смещение при фазе $\varphi_2 = 3\pi/4$:

1) $\sqrt{2}$; 2) $2\sqrt{2}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{3}$.

В1. Период колебания математического маятника в неподвижном лифте равен $T_1 = 0{,}9\,с$. Определить, с каким ускорением начал двигаться лифт, если период колебаний при этом увеличился на $\Delta T = 0{,}1\,с$.

В2. Два тела начинают двигаться одновременно по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями $V_1 = 10$ м/с и $V_2 = 20$ м/с и с постоянными ускорениями $a_1 = 2$ м/с^2 и $a_2 = 1$ м/с^2, направленными противоположно соответствующим начальным скоростям. Определить, при каком максимальном начальном расстоянии между телами они встретятся в процессе движения.

В3. Через невесомый неподвижный блок перекинута нить, к концам которой прикреплены два груза массой $m_0 = 400$ г каждый. На один из грузов положили перегрузок массой $m_1 = 200$ г. Определить силу давления перегрузка на груз.

В4. Частица массой m при $t = 0$ начинает двигаться под действием силы, изменяющейся со временем по закону $F = F_0\cos\omega t$, где F_0 и ω – постоянные величины. Найти закон изменения скорости частицы, максимальную скорость и время движения до первой остановки.

В5. Тело длиной $l = 1$ м, равномерно движущееся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $V = 5$ м/с, выезжает на шероховатую поверхность, коэффициент трения которой $\mu = 0{,}5$. Определить путь, пройденный телом по этой поверхности до остановки.

В6. Яхта массой $m = 3$ т под действием постоянной силы ветра на паруса движется прямолинейно, при этом пройденный путь определяется выражением $S = 5 + 3t + t^2$ (м). Найти работу силы ветра за промежуток времени от 3 до 5 с.

С1. Однородный стержень массой $m = 1$ кг и длиной $l = 1$ м имеет ось вращения в точке, которая делит его длину в отношении 1:3. Стержень находится в положении равновесия. Его отводят в горизонтальное положение и отпускают. Определить линейную скорость нижнего конца стержня в момент прохождения положения равновесия.

С2. С вершины сферы радиусом $R = 0{,}5$ м скатывается без скольжения однородный шар радиусом $r = 10$ см. Определить угловую скорость шара после отрыва от поверхности сферы.

Вариант 3

А1. Определить момент инерции J тонкого однородного стержня длиной $l = 4$ м и массой $m = 3$ кг относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку, отстоящую от центра стержня на расстоянии $l/3$:

1) $21\,\text{кг}\cdot\text{м}^2$; 2) $30\,\text{кг}\cdot\text{м}^2$; 3) $42\,\text{кг}\cdot\text{м}^2$; 4) $48\,\text{кг}\cdot\text{м}^2$.

А2. Определить модуль максимальной скорости частицы, если уравнение гармонических колебаний имеет вид $X = 0{,}04\sin(0{,}25\pi t + 0{,}5)$, где X – в метрах, время – в секундах.

1) 2,14 см/с; 2) 2,75 см/с; 3) 3,14 см/с; 4) 4,28 см/с.

А3. Модуль скорости тела за $t = 1$ с увеличился в два раза. Во сколько раз увеличится модуль скорости тела за следующую секунду, если ускорение тела постоянно

1) 1,5; 2) 2,0; 3) 2,5; 4) 3,0?

А4. В некоторой среде тело массой $m = 10$ кг движется вертикально вниз с ускорением $a = 5\,\text{м/с}^2$. Найти силу сопротивления среды:

1) 15 Н; 2) 25 Н; 3) 30 Н; 4) 50 Н.

А5. На горизонтально расположенном диске, вращающемся с частотой $n = 60$ об/мин, находится небольшой предмет. Максимальное расстояние до оси вращения, при котором предмет удерживается на диске, равно $r = 5{,}1$ см. Определить коэффициент трения между предметом и диском:

1) 0,1; 2) 0,2; 3) 0,3; 4) 0,4.

А6. Определить, во сколько раз масса протона, имеющего кинетическую энергию $0{,}30\cdot10^{16}$ эВ, больше массы покоящегося протона:

1) $3{,}0\cdot10^6$; 2) $2{,}2\cdot10^5$; 3) $3{,}2\cdot10^6$; 4) $4{,}2\cdot10^5$.

А7. Автомобиль массой $m = 1$ т трогается с места и, двигаясь равноускоренно, проходит путь $S = 50$ м за $\Delta t = 5$ с. Определить мощность, которую развивает автомобиль в конце 5-й секунды:

1) 50 кВт; 2) 60 кВт; 3) 80 кВт; 4) 100 кВт.

А8. По наклонной доске, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30°$, начинает скользить тело массой $m = 2$ кг. Определить количество теплоты, которое выделится за счёт трения на отрезке пути $S = 1{,}8$ м, если в конце этого отрезка скорость тела $V = 3$ м/с:

1) 5 Дж; 2) 7 Дж; 3) 9 Дж; 4) 15 Дж.

А9. С горки высотой $h = 2{,}7$ м скатывается цилиндр и далее движется по горизонтальной поверхности. Определить скорость цилиндра в момент скатывания на горизонтальную поверхность. Считать, что трение мало:

1) 5 м/с; 2) 6 м/с; 3) 10 м/с; 4) 12 м/с.

A10. К однородному валу массой $m_0 = 1{,}2$ кг и радиусом $R = 0{,}6$ м прикреплена нить, к которой привязан груз массы $m_1 = 1{,}5$ кг. Груз, падая, раскручивает вал. Определить, на сколько процентов изменится ускорение груза, если массу груза m_1 увеличить на 20 %:

1) 4,0 %; 2) 4,5 %; 3) 5,0 %; 4) 5,5 %.

B1. Диск радиусом $R = 0{,}27$ м может колебаться относительно оси, перпендикулярной плоскости диска. Ось проходит на расстоянии $0{,}25R$ от края диска. Определить угловую частоту малых колебаний диска.

B2. Период затухающих колебаний системы составляет $T = 62{,}8$ мс, а логарифмический декремент затухания равен $\lambda = 2$. Определить собственную частоту колебаний системы.

B3. Тело движется вдоль прямой. Ускорение изменяется по закону: $a = 5 - 3t$ (м/с^2). Вычислить путь за $\Delta t = 5$ с движения.

B4. При падении тела с большой высоты его скорость вскоре становится постоянной и достигает значения $V_0 = 80$ м/с. Определить промежуток времени, в течение которого скорость достигает значения $V_1 = 0{,}5V_0$, при условии, что сила сопротивления воздуха изменяется пропорционально скорости тела.

B5. Тонкую цепочку длиной $l = 1$ м и массой $m = 200$ г замкнули в круглое кольцо, положили на гладкую горизонтальную поверхность и раскрутили вокруг вертикальной оси так, что скорость каждого элемента цепочки равна $V = 5$ м/с. Найти натяжение цепочки.

B6. Тело массой $m = 20$ кг движется вдоль оси OX так, что его скорость V связана с перемещением X соотношением $V = 4\sqrt{X}$. Найти выражение для определения работы за промежуток времени Δt и вычислить работу за $\Delta t = 3$ с движения.

C1. После вертикального запуска с поверхности Земли и выключения двигателя скорость ракеты на высоте $h_1 = 1{,}5 \cdot 10^6$ м равна $V_1 = 6$ км/с. На какой высоте h_2 над поверхностью Земли скорость ракеты уменьшится до $V_2 = 2$ км/с. Считать, что масса ракеты остаётся постоянной и на ракету действует только сила тяготения со стороны Земли. Масса Земли и её радиус известны.

C2. Однородный тонкий негнущийся стержень массой $m = 4$ кг поддерживается в горизонтальном положении на двух вертикальных опорах, расположенных у концов стержня. Одну из опор выбивают. Определить силу, которая действует на вторую опору сразу после выбивания первой.

Вариант 4

A1. Стержень массой $M = 1$ кг и длиной $L = 0{,}8$ м, к концам которого прикреплены два одинаковых шара, массой $m = 0{,}5$ кг и радиусом $R = 4$ см каждый, вращается вокруг оси, проходящей через центр стержня перпендикулярно ему, с угловой скоростью $\omega = 0,6$ рад/с. Определить кинетическую энергию системы:

1) 54 мДж; 2) 70 мДж; 3) 77 мДж; 4) 89 мДж.

А2. Частица массой 20 г совершает колебания вдоль оси *OX* по закону $x(t) = 0,15\cos(5\pi t/6)$ (м). В момент времени $t = 0,2$ с проекция вектора квазиупругой силы на ось *OX* равна:

1) 10,3 мН; 2) –17,8 мН; 3) –20,5 мН; 4) 17,8 мН.

А3. За время 8 мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Коэффициент затухания равен:

1) 0,0029 $с^{-1}$; 2) 0,0036 $с^{-1}$; 3) 0,0043 $с^{-1}$; 4) 0,260 $с^{-1}$.

А4. Твёрдое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi(t) = 4 - 2t + t^3$ (рад), где t – время в секундах. Модуль нормального ускорения точки тела, отстоящей от оси вращения на расстоянии 0,5 м, в момент времени $t = 2,0$ с равен:

1) 40 м/с^2; 2) 50 м/с^2; 3) 65 м/с^2; 4) 72 м/с^2.

А5. Ящик массой 5,0 кг перемещается по горизонтальной поверхности под действием силы, модуль которой равен 20 Н, а направление составляет угол 30° с горизонтальной поверхностью. Определить ускорение ящика, если коэффициент трения равен 0,30:

1) 1,1 м/с^2; 2) 1,3 м/с^2; 2) 1,4 м/с^2; 4) 1,5 м/с^2.

А6. Кинетическая энергия частицы равна её энергии покоя при скорости (в долях скорости света в вакууме), равной:

1) 0,65*c*; 2) 0,55*c*; 3) 0,45*c*; 4) 0,865*c*.

А7. Под действием двух взаимно перпендикулярных сил, модули которых равны 3 и 4 Н, тело из состояния покоя за 2 с переместилось по гладкой горизонтальной поверхности на 20 м по направлению равнодействующей. Определить массу тела:

1) 0,4 кг; 2) 0,5 кг 3) 0,7 кг; 4) 0,8 кг.

А8. Тело, падающее с некоторой высоты, в момент падения на Землю имело кинетическую энергию 500 Дж и импульс 100 Н·с. Определить высоту, с которой падало тело:

1) 0,5 м; 2) 2 м; 3) 5 м; 4) 4 м.

А9. Шар массой 5,0 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 10 м/с. Определить кинетическую энергию шара:

1) 250 Дж; 2) 350 Дж; 3) 150 Дж; 4) 375 Дж.

А10. Через неподвижный блок массой $m = 0,5$ кг перекинут шнур, к концам которого привязаны грузы массы $m_1 = 1,0$ кг и $m_2 = 1,2$ кг. Определить ускорение, с которым движутся грузы. Блок имеет форму однородного диска.

1) 0,69 м/с^2; 2) 0,58 м/с^2; 3) 0,75 м/с^2; 4) 0,80 м/с^2.

В1. Частица массой m при $t=0$ начинает двигаться под действием силы, изменяющейся по закону $F=F_0\cos\omega t$, где F_0 и ω – постоянные величины. Найти закон изменения скорости частицы, максимальную скорость и время движения до первой остановки.

В2. Чему равен момент инерции колеса, если под действием момента силы $M=3{,}2\ \text{Н}\cdot\text{м}$ из состояния покоя за время $t=10\ \text{с}$ оно ускорилось до частоты вращения $n=600\ \text{мин}^{-1}$? На каком расстоянии r от оси вращения должна находиться частица массой $m=1{,}0\ \text{кг}$, чтобы её момент инерции был равен моменту инерции колеса?

В3. Частица массой 40 г совершает гармонические колебания с периодом 2,0 с и амплитудой 5,0 см. Определить потенциальную энергию частицы в тот момент времени, когда её кинетическая энергия равна 0,3 мДж.

В4. Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью $V_0=10\ \text{м/с}$. Найти скорость тела в момент, когда оно оказалось на высоте $h=3\ \text{м}$.

В5. Тело скользит вверх по наклонной плоскости, образующей угол $\alpha=30°$ с горизонтом. Коэффициент трения скольжения $\mu=0{,}2$. Путь, пройденный телом за время подъема, $S=1{,}86\ \text{м}$. Определить начальную скорость тела V_0.

В6. Диск электромотора вращается с частотой $n=600\ \text{об/мин}$. После выключения тока он начал вращаться равнозамедленно и остановился. Работа сил торможения равна $A=31{,}4\ \text{Дж}$. Момент инерции диска $J=1{,}59\cdot10^{-2}\ \text{кг}\cdot\text{м}^2$. Определить число оборотов N, которое сделал диск до остановки.

С1. Два абсолютно упругих шарика массами $m_1=100\ \text{г}$ и $m_2=300\ \text{г}$ подвешены на одинаковых нитях длиной $l=50$ см каждая, таким образом, что они соприкасаются. Первый шарик отклоняют от положения равновесия на угол $\alpha=90°$ и отпускают.

С2. Шар массой $m=200\ \text{кг}$ и радиусом $R=0{,}5\ \text{м}$ равномерно вращается вокруг оси, проходящей через центр масс, с частотой $n_1=3\ \text{об/с}$. Какую работу A нужно совершить, чтобы увеличить частоту вращения до $n_2=5\ \text{об/с}$?

Вариант 5

А1. Шар массой $m=10\ \text{кг}$ и радиусом $R=20\ \text{см}$ вращается вокруг оси, проходящей через его центр, так, что угол поворота его радиуса задаётся уравнением $\varphi(t)=1+4t^2-t^3$, где t – время в секундах. Определить модуль момента сил, действующих на шар, через $t=1{,}0\ \text{с}$ после начала движения:

1) $0{,}32\ \text{Н}\cdot\text{м}$; 2) $0{,}40\ \text{Н}\cdot\text{м}$; 3) $0{,}48\ \text{Н}\cdot\text{м}$; 4) $0{,}64\ \text{Н}\cdot\text{м}$.

А2. Сплошной однородный вертикальный цилиндр массой 2,5 кг и радиусом 30 см вращается вокруг своей неподвижной оси с угловой скоростью

$6{,}0$ рад/с. К боковой поверхности цилиндра приложили горизонтальную касательную силу, под действием которой он начал останавливаться. Если модуль силы зависит от времени как $F(t) = 0{,}1t$ (Н), где t – время в секундах, то после начала действия силы цилиндр остановится через время, равное:

1) 4,7 с; 2) 7,8 с; 3) 8,3 с; 4) 9,5 с.

А3. Уравнение гармонических колебаний частицы имеет вид $x(t) = 0{,}02\cos(\pi t + \pi/2)$, где $x(t)$ – смещение частицы от положения равновесия в метрах, t – время в секундах. Определить ускорение частицы через 1,5 с после начала колебаний:

1) $-0{,}3$ м/с^2; 2) $0{,}1$ м/с^2; 3) $-0{,}2$ м/с^2; 4) $0{,}4$ м/с^2.

А4. Тело массой $m = 5$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t = 50$ с тело потеряло 60 % своей энергии. Коэффициент сопротивления равен:

1) 0,0072 г/с; 2) 1) 0,0092 г/с 3) 0,051 г/с; 4) 0,092 г/с.

А5. Две автомашины движутся по взаимно перпендикулярным дорогам, одна – со скоростью 20 м/с, а другая – со скоростью 54 км/ч. Относительная скорость автомашин:

1) 33,6 м/с; 2) 50,2 м/с 3) 57,6 м/с; 4) 74,0 м/с.

А6. Кажущийся объём движущегося тела, масса покоя которого равна $m_0 = 100$ г, изменился в два раза. Кинетическая энергия поступательного движения тела равна:

1) $4{,}5 \cdot 10^{15}$ Дж; 2) $9 \cdot 10^{15}$ Дж; 3) $1{,}8 \cdot 10^{16}$ Дж; 4) $9 \cdot 10^{16}$ Дж.

А7. Тело массой 2,0 кг падает вертикально с ускорением 5,0 м/с^2. Определить силу сопротивления, которая действует на тело:

1) 5,0 Н; 2) 8,0 Н; 3) 10 Н; 4) 12,0 Н.

А8. Тонкий однородный стержень длиной 50 см и массой 400 г вращается с угловым ускорением 3,0 рад/с^2 вокруг оси, проходящей через его середину перпендикулярно стержню. Определить модуль момента сил, действующих на стержень:

1) 15 мН·м; 2) 20 мН·м; 3) 25 мН·м; 4) 35 мН·м.

А9. Небольшое тело массой 2,7 кг медленно втащили на наклонную плоскость, прилагая некоторую силу F, направленную вдоль этой плоскости. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен 0,2. Если длина основания наклонной плоскости составляет 5 м, то при подъеме тела на высоту 3 м сила F совершит работу, равную:

1) 52,9 Дж; 2) 79,4 Дж; 3) 80,5 Дж; 4) 105,8 Дж.

А10. Стержень длиной 1 м и массой 2 кг вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через один из его концов так, что угол поворота изменяется со временем по закону $\varphi(t) = 2t + 0{,}2t^3$ (рад), где t – время в секундах. Изменение кинетической энергии стержня за время от 2 до 3 с от начального момента времени $t = 0$ равно:

1) 0,95 Дж; 2) 1,94 Дж; 3) 3,80 Дж; 4) 5,50 Дж.

B1. Однородный стержень длиной 80 см, имеющий ось вращения, проходящую через один из его концов, находится в положении равновесия. Стержень отклоняют на угол 60° от вертикали и отпускают. Определить линейную скорость нижнего конца стержня при прохождении им положения равновесия.

B2. Однородный диск радиусом $R = 0{,}2$ м и массой $m = 5$ кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости от времени определяется уравнением $\omega(t) = A + Bt$, где $B = 8$ рад/с^2. Найти модуль касательной силы, приложенной к краю диска.

B3. На маховик, вращавшийся с постоянной угловой скоростью $\omega = 40$ рад/с, начинает действовать тормозящий момент $M_{тр}$, после чего маховик останавливается через время $t = 20$ с. Найти $M_{тр}$, если момент инерции маховика равен $J = 100\ г \cdot м^2$.

B4. Частица массой 10 г совершает гармонические колебания с циклической частотой 2,0 рад/с и амплитудой 5,0 см. Определить модуль силы, действующей на частицу, в тот момент времени, когда ее скорость равна 6,0 см/с. В начальный момент времени частица находилась в положении равновесия.

B5. Автомобиль начал движение равноускоренно по закруглённому участку шоссе и, пройдя расстояние $S = 100$ м, развил скорость $V = 36$ км/ч. Радиус закругления $R = 300$ м. Определить тангенциальное a_τ и нормальное ускорение a_n автомобиля в конце 10-й секунды после начала движения.

B6. От ракеты массой 4000 кг, летящей со скоростью 500 м/с, отделяется головной отсек массой 1000 кг и летит со скоростью 800 м/с. С какой скоростью будет продолжать полет оставшаяся часть ракеты?

C1. Два груза массами $m_1 = 5{,}0$ кг и $m_2 = 3{,}0$ кг связаны достаточно длинной нитью, перекинутой через невесомый блок, и удерживаются в состоянии покоя на гладких плоскостях, наклонённых к горизонту под углом $\alpha = 30°$ в противоположные стороны. Какова будет их скорость, если им позволить двигаться, после прохождения расстояния $S = 1$ м?

C2. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой $m_1 = 300$ г, ударяет молот массой $m_2 = 8$ кг. Определить КПД η удара, если удар неупругий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.

Вариант 6

A1. Найти удлинение троса с коэффициентом упругости 100 кН/м при буксировке автомобиля массой 2 т, который, трогаясь с места, через 20 с достиг скорости 30 м/с. Коэффициент трения равен 0,05.

1) 0,02 м; 2) 0,03 м; 3) 0,04 м; 4) 0,05 м.

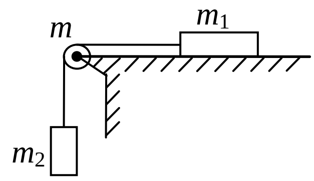

Рис. 1.1

А2. В установке, показанной на рис. 1.1, массы тел равны $m_1 = 1\,кг$ и $m_2 = 2\,кг$, масса блока $m = 1{,}5\,кг$. Блок можно считать однородным диском. Нить невесома и нерастяжима, трение в блоке отсутствует, скольжения нити по блоку нет. Если коэффициент трения между телом m_1 и горизонтальной поверхностью составляет 0,3, то ускорение, с которым опускается тело m_2, равно:

1) 3,7 м/с^2; 2) 4,4 м/с^2; 3) 4,8 м/с^2; 4) 5,1 м/с^2.

А3. В центре скамьи Жуковского массой 10 кг и радиусом 2 м, вращающейся с угловой скоростью 1,5 рад/с, стоит человек и держит на вытянутых руках две гири по 1 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения составляет 80 см. Момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал. Если человек сожмёт руки так, что гири окажутся на оси вращения, то угловая скорость вращения скамьи станет равной:

1) 1,55 рад/с; 3) 1,58 рад/с; 3) 1,60 рад/с; 4) 1,62 рад/с.

А4. Уравнение гармонических колебаний частицы массой 10 г имеет вид $x(t) = 0{,}2\cos(\pi t + \pi/2)$, где $x(t)$ – смещение частицы от положения равновесия в метрах, t – время в секундах. Определить полную энергию частицы:

1) 1 мДж; 2) 2 мДж; 3) 3 мДж; 4) 4 мДж.

А5. Начальная амплитуда колебаний математического маятника равна $A_0 = 20\,см$, а после совершения $N = 10$ полных колебаний становится равной $A = 1{,}3\,см$. Определить коэффициент затухания, если период колебаний маятника $T = 2{,}0\,с$:

1) 0,061 с$^{-1}$; 2) 0,092 с$^{-1}$; 3) 0,115 с$^{-1}$; 4) 0,137 с$^{-1}$.

А6. Найти расстояние l, которое пролетела в неподвижной системе отсчёта K нестабильная частица от момента её рождения до распада, если её время жизни в этой системе отсчёта $\Delta t = 3{,}0\,мкс$, а собственное время жизни $\Delta t_0 = 2{,}2\,мкс$:

1) 0,41 км; 2) 0,49 км; 3) 0, 61 км; 4) 0,88 км.

А7. Стержень вращается в горизонтальной плоскости относительно вертикальной оси. Длина стержня 1 м, линейные скорости точек концов стержня $V_1 = 1\,м/с$, $V_2 = 4\,м/с$. Ось вращения находится на расстоянии от середины стержня, равном:

1) 0,1 м; 2) 0,2 м; 3) 0,3 м; 4) 0,4 м.

А8. Шар массой 3,0 кг движется поступательно со скоростью 4,0 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой 5,0 кг. Какое количество теплоты выделится при деформации шаров, если удар считать абсолютно неупругим:

1) 10 Дж; 2) 12 Дж; 3) 15 Дж; 4) 18 Дж?

А9. Стержень вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через его середину так, что угол поворота изменяется со временем по закону $\varphi(t) = 2t + 0{,}2t^3$ (рад), где t – время в секундах. Если момент инерции стержня относительно оси вращения составляет 0,48 кг·м^2, то спустя 5 с от начала отсчета времени суммарный момент внешних сил, действующих на стержень, относительно этой оси равен:

1) 1,50 Н·м; 2) 2,88 Н·м; 1) 3,67 Н·м; 3) 6,00 Н·м.

А10. Пуля массой $m = 10$ г летит со скоростью $V = 800$ м/с, вращаясь около продольной оси с частотой $n = 3000\ \text{с}^{-1}$. Принимая пулю за цилиндрик диаметром $d = 8$ мм, определить полную кинетическую энергию пули:

1) 2,84 кДж; 2) 3,20 кДж; 3) 4,62 кДж; 4) 6,04 кДж.

В1. Два тела одинаковой массой подвешены в одной точке на нитях длиной $L = 1{,}0$ мм. Первое тело отклонили в горизонтальное положение и отпустили. На какую максимальную высоту поднимутся тела после абсолютно неупругого удара?

В2. При бомбардировке гелия α-частицами с энергией $E = 1$ МэВ найдено, что налетающая частица отклонилась на угол $\alpha = 45°$ по отношению к первоначальному направлению полёта. Считая удар упругим, определить её энергию E_1 и энергию E_2 ядра отдачи.

В3. К ободу однородного диска радиусом $R = 2{,}0$ м приложена постоянная касательная сила $F = 98$ Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{\text{тр}} = 4{,}9\ \text{Н}\cdot\text{м}$. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 100\ \text{рад/с}^2$.

В4. Цилиндр и шар одинаковой массой $m = 5$ кг и радиусом $R = 5$ см катятся без скольжения по горизонтальной плоскости с одинаковой скоростью $V = 2$ м/с. Вычислить отношение $L_{\text{ц}} / L_{\text{ш}}$ момента импульса цилиндра к моменту импульса шара.

В5. Амплитуды смещения вынужденных гармонических колебаний при частотах 400 с^{-1} и 600 с^{-1} оказались равными. Определить частоту, при которой амплитуда смещения максимальна.

В6. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 1{,}2$ м. Уравнение движения точки $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 0{,}5$ рад/с, $B = 0{,}02\ \text{рад/с}^3$. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t = 4$ с.

С1. Шарик массой $m = 200$ г, привязанный к закреплённой одним концом нити длиной $l = 3$ м, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом $R = 1$ м. Найти число оборотов n шарика и натяжение нити T.

С2. Диск массой $m = 1$ кг и радиусом $R = 20$ см вращается с частотой $n = 20$ об/с вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости диска. Какую работу нужно совершить, чтобы остановить вращение диска?

Вариант 7

А1. Какая из указанных формул определяет кинетическую энергию тела:

1) mV; 2) mgh; 3) $\dfrac{p^2}{2m}$; 4) $\dfrac{kx^2}{2}$?

А2. Какая из указанных формул определяет мгновенную мощность тела:

1) $(\vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{r}})$; 2) $(\vec{\mathbf{M}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\varphi}})$; 3) $[\vec{\mathbf{r}}\times\vec{\mathbf{p}}]$; 4) $(\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{v}})$?

А3. Какая из указанных формул определяет момент импульса:

1) $[\vec{\mathbf{r}}\times\vec{\mathbf{p}}]$; 2) $(\vec{\mathbf{M}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\varphi}})$; 3) $[\vec{\mathbf{r}}\times\vec{\mathbf{F}}]$; 4) $(\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{v}})$?

А4. К динамометру подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами $m_1 = 1{,}5\,\text{кг}$ и $m_2 = 3{,}0\,\text{кг}$. Каким будет показание динамометра во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

1) 20 Н; 2) 30 Н; 3) 40 Н; 4) 50 Н.

А5. Уравнение гармонических колебаний частицы имеет вид $x(t) = 0{,}02\cos(\pi t + \pi/2)$, где $[x] = 1\,\text{м}$, $[t] = 1\,\text{с}$. Определить ускорение частицы в момент времени $t = 0{,}5\,\text{с}$.

1) $0{,}1\,\text{м/с}^2$; 2) $0{,}2\,\text{м/с}^2$; 3) $0{,}3\,\text{м/с}^2$; 4) $0{,}4\,\text{м/с}^2$.

А6. Сколько процентов от скорости света в вакууме должна составлять скорость протона, движущегося в ускорителе, чтобы относительное увеличение его полной энергии составило 25 %:

1) 20 %; 2) 40 %; 3) 50 %; 4) 60 %?

А7. Уравнение гармонических колебаний частицы массой $m = 10\,\text{г}$ имеет вид $x(t) = 0{,}2\cos(\pi t + \pi/2)$, где $x(t)$ – смещение частицы от положения равновесия в метрах, t – время в секундах. Определить полную энергию частицы:

1) 1 мДж; 2) 2мДж; 3) 3 мДж; 4) 4 мДж.

А8. Однородный диск катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности так, что скорость поступательного движения центра масс диска равна $V_C = 10\,\text{м/с}$. Определить скорость относительно земли верхней точки обода диска.

1) 12 м/с; 2) 15 м/с; 3) 20 м/с; 4) 22 м/с.

А9. Определить во сколько раз ускорение свободного падения на Земле больше чем на Марсе, если радиус Марса составляет 0,53 радиуса Земли, а масса Марса равна 0,11 массы Земли:

1) 2,6; 2) 2,8; 3) 3,1; 4) 3,7.

А10. Шар массой $m = 300\,\text{г}$, двигаясь со скоростью $V = 10\,\text{м/с}$, упруго ударяется о гладкую неподвижную стенку так, что скорость его направлена под углом $\alpha = 30°$ к нормали. Определить импульс, получаемый стенкой:

1) 3,8 Н·с; 2) 5,2 Н·с; 3) 4,3 Н·с; 4) 5,8 Н·с.

В1. Тело массой $m = 3{,}2\,\text{кг}$ движется в плоскости XY согласно уравнениям: $x = A\sin\pi t$, $y = B\cos\pi t$, где $A = 2{,}0\,\text{м}$, $B = 1{,}0\,\text{м}$, t – время в секундах. Определить модуль силы, действующей на частицу через $t = 2{,}0\,\text{с}$ после начала движения.

В2. Вагон, налетев на пружинный буфер, останавливается, сжав пружину так, что модуль вектора деформации пружины оказался равным $\Delta x = 10\,\text{см}$. Определить скорость вагона, если масса вагона $m = 20\,\text{т}$, а коэффициент жёсткости пружины $k = 4{,}0 \cdot 10^6\,\text{Н/м}$.

В3. Тело массой $M = 1{,}0\,\text{кг}$ лежит на горизонтальной поверхности. В него попадает пуля, летящая горизонтально со скоростью $V = 700\,\text{м/с}$, и застревает в нём. Какой путь пройдёт тело до полной остановки, если масса пули $m = 10\,\text{г}$, а коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0{,}15$?

В4. Тело скользит вверх по наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Коэффициент трения скольжения равен $\mu = 0{,}20$. Определить начальную скорость тела, если путь, пройденный телом за время подъёма, равен $S = 1{,}86\,\text{м}$.

В5. Тонкий однородный обруч скатывается без скольжения по наклонной плоскости, высота которой равна $h = 75\,\text{см}$. Определить скорость обруча при выходе на горизонтальную поверхность.

В6. Начальная амплитуда затухающих колебаний маятника $A_0 = 3\,\text{см}$. По истечении времени $\tau = 10\,\text{с}$ она оказалась равной $A_1 = 1\,\text{см}$. Определить, через какое время *t* амплитуда колебаний станет равной $A_2 = 0{,}3\,\text{см}$.

С1. Конькобежец проходит дистанцию $S = 450\,\text{м}$ с постоянной скоростью, а затем тормозит с ускорением $a = 0{,}5\,\text{м/с}^2$. При какой скорости время движения конькобежца от старта до остановки будет минимальным? Определить это время.

С2. Гирька, привязанная к нити длиной $l = 50\,\text{см}$, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол образует нить с вертикалью, если частота вращения гирьки равна $n = 1{,}0\,\text{с}^{-1}$.

Вариант 8

А1. Какая из указанных формул определяет мгновенное ускорение частицы:

$$1)\ \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt};\quad 2)\ \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t};\quad 3)\ \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt};\quad 4)\ \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t}?$$

А2. Какая из указанных формул определяет потенциальную энергию пружины:

$$1)\ mV;\quad 2)\ mgh;\quad 3)\ \frac{p^2}{2m};\quad 4)\ \frac{kx^2}{2}?$$

А3. Какая из указанных формул определяет элементарную работу силы при поступательном движении:

1) $[\vec{\mathbf{r}}\times\vec{\mathbf{F}}]$; 2) $(\vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{r}})$; 3) $(\vec{\mathbf{M}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\varphi}})$; 4) $[\vec{\mathbf{r}}\times\vec{\mathbf{p}}]$?

А4. Тонкий однородный обруч скатывается без скольжения по наклонной плоскости, высота которой равна $h = 75\,\text{см}$. Чему будет равно ускорение обруча при длине наклонной плоскости $l = 1{,}5\,\text{м}$:

1) 2,5 м/с^2; 2) 1,5 м/с^2; 3) 2,1 м/с^2; 4) 1,8 м/с^2?

А5. К динамометру подвешен блок, через который перекинута нить с прикреплёнными к ней грузами массами $m_1 = 2{,}0\,\text{кг}$ и $m_2 = 1{,}0\,\text{кг}$. Определить ускорение, с которым движутся грузы, если масса блока $m = 1{,}0\,\text{кг}$ и он имеет форму диска:

1) 3,2 м/с^2; 2) 2,1 м/с^2; 3) 1,8 м/с^2; 4) 2,9 м/с^2?

А6. Во сколько раз полная энергия релятивистской частицы превышает энергию покоя, если её кинетическая энергия в 3,0 раза больше энергии покоя:

1) 3,5; 2) 4,0; 3) 2,0; 4) 2,5?

А7. Уравнение гармонических колебаний задано в виде $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$, где $A = 10\,\text{см}$, $\omega = 2{,}5\,\text{рад/с}$, $\varphi_0 = \pi/3$. Определить период колебаний:

1) 0,8 с; 2) 0,7 с; 3) 0,6 с; 4) 0,9 с.

А8. Частица совершает гармонические колебания. Амплитуда колебаний $A = 10\,\text{см}$, максимальная скорость $V_{\max} = 20\,\text{см/с}$. Определить угловую частоту колебаний:

1) 1,2 рад/с; 2) 2,0 рад/с; 3) 1,8 рад/с; 4) 1,5 рад/с.

А9. Однородный диск катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности так, что скорость поступательного движения центра масс диска равна $V_C = 5\,\text{м/с}$. Определить скорость относительно земли точки обода диска, находящейся на высоте, равной радиусу диска:

1) 7,8 м/с; 2) 6,5 м/с; 3) 6,9 м/с; 4) 7,1 м/с.

А10. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием $M = 10\,\text{т}$. Орудие стреляет вверх под углом $\alpha = 60°$ к горизонту в направлении пути. С какой скоростью откатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда $m = 20\,\text{кг}$ и он вылетает со скоростью $V = 600\,\text{м/с}$:

1) 0,6 м/с; 2) 0,8 м/с; 3) 0,5 м/с; 4) 0,4 м/с?

В1. В нижней части наклонной плоскости длиной $l = 13\,\text{м}$ и высотой $h = 5\,\text{м}$ лежит груз массой $m = 26\,\text{кг}$. Коэффициент трения $\mu = 0{,}50$. Определить силу, направленную вдоль наклонной плоскости, которую необходимо приложить к грузу, чтобы медленно затащить его на наклонную плоскость?

В2. Тело массой $m = 2{,}0\,\text{кг}$ движется прямолинейно, при этом его координата изменяется по закону $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 1{,}0\,\text{м}$, $B = -1{,}0\,\text{м/с}$, $C = 5{,}0\,\text{м/с}^2$ и $D = -1{,}0\,\text{м/с}^3$. Определить силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

B3. На какое расстояние по горизонтальной поверхности пружина оттолкнёт тело массой $m = 125\,\text{г}$, если модуль деформации пружины $\Delta x = 5{,}0\ \text{см}$? Тело и пружина не скреплены, коэффициент упругости пружины $k = 100\ \text{Н/м}$, коэффициент трения скольжения между телом и поверхностью $\mu = 0{,}10$.

B4. Брусок, ширина которого $l = 20\,\text{см}$ и высота $h = 40\,\text{см}$, лежит на горизонтальной поверхности. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы перевернуть его через ребро, если масса бруска $m = 9{,}0\,\text{кг}$?

B5. Шар массой $m = 10\,\text{кг}$ и радиусом $R = 20\,\text{см}$ вращается вокруг оси, проходящей через его центр, согласно уравнению $\varphi(t) = A + Bt^2 + Ct^3$, $A = 1{,}0\,\text{рад}$, $B = 4{,}0\,\text{рад/с}^2$, $C = -1{,}0\,\text{рад/с}^3$, t – время в секундах. Определить модуль момента сил, действующих на шар в момент времени $t = 1{,}0\,\text{с}$ после начала движения.

B6. На горизонтальную ось насажен маховик и лёгкий шкив радиусом $R = 5{,}0\ \text{см}$. На шкив намотана нить, к концу которой привязан груз массой $m = 400\,\text{г}$. Под действием силы тяжести за время $t = 3{,}0\,\text{с}$ равноускоренного движения груз опустился на расстояние $h = 1{,}8\ \text{м}$. Определить момент инерции маховика.

C1. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника длиной $l = 1{,}0\ \text{м}$ за время $t = 10\,\text{мин}$ уменьшилась в $k = 2{,}0$ раза. Определить логарифмический декремент затухания.

C2. Антилопа может прыгнуть в длину на расстояние $S = 6{,}0\ \text{м}$, а в высоту на $H = 2{,}0\ \text{м}$. С какой скоростью и под каким углом к горизонту должна прыгнуть антилопа, чтобы установить сразу два рекорда?

Вариант 9

A1. Какая из указанных формул определяет модуль силы, действующей на тело:

1) mV; 2) ma; 3) mgh; 4) $\dfrac{p^2}{2m}$?

A2. Какая из указанных формул определяет элементарную работу силы при вращательном движении:

1) $[\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}]$; 2) $[\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}]$; 3) $(\vec{\mathbf{M}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\varphi}})$; 4) $(\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}})$?

A3. Какая из указанных формул определяет момент силы:

1) $[\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}]$; 2) $(\vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}})$; 3) $(\vec{\mathbf{M}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\varphi}})$; 4) $[\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}]$?

A4. Вагон массой $m = 20\ \text{т}$ останавливается после столкновения с неподвижным буфером, при этом деформация пружины оказалась равной $\Delta l = 10\,\text{см}$. Определить скорость вагона, если коэффициент жёсткости пружины $k = 2{,}0 \cdot 10^6\ \text{Н/м}$:

1) 1,2 м/с; 2) 1,5 м/с; 3) 1,8 м/с; 4) 1,0 м/с.

А5. Во сколько раз изменится момент инерции однородного сплошного диска, если ось вращения, перпендикулярную плоскости диска, сместить параллельно самой себе из центра диска на половину его радиуса:

1) уменьшится в 2 раза; 2) увеличится в 1,5 раза;
3) увеличится в 2 раза; 4) уменьшится в 1,5 раза?

А6. Чему равно отношение скорости релятивистской частицы к скорости света в вакууме, если её полная энергия в 3,0 раза больше энергии покоя:

1) 0,94; 4) 0,86; 3) 0,72; 2) 0,47?

А7. Определить момент инерции однородного сплошного цилиндра массой $m = 10\,\text{кг}$ и радиусом $R = 20\,\text{см}$:

1) 0,30 кг·м^2; 2) 0,20 кг·м^2; 3) 0,40 кг·м^2; 4) 0,10 кг·м^2.

А8. Амплитуда гармонических колебаний частицы $A = 5\,\text{см}$, период колебаний $T = 4{,}0\,\text{с}$. Определить максимальную скорость частицы:

1) 6,4 см/с; 2) 5,8 см/с; 3) 5,1 см/с; 4) 7,9 см/с.

А9. К пружине подвешен груз массой $m = 10\,\text{кг}$. Зная, что пружина под действием силы $F = 10\,\text{Н}$ увеличивает свою длину на $\Delta l = 1{,}5\,\text{см}$, определить период вертикальных колебаний груза:

1) 0,62 с; 2) 0,77 с; 3) 0,69 с; 4) 0,58 с.

А10. Определить линейную скорость точек земной поверхности на широте Минска ($\varphi = 54°$). Радиус Земли $R_З = 6{,}38 \cdot 10^6\,\text{м}$:

1) 0,26 км/с; 2) 0,29 км/с; 3) 0,21 км/с; 4) 0,32 км/с.

В1. Тело движется равномерно замедленно по прямолинейной траектории с ускорением, модуль которого равен $a = 2{,}0\,\text{м/с}^2$, начальная скорость тела $V_0 = 14\,\text{м/с}$. Какой путь пройдёт тело за последнюю секунду движения?

В2. К динамометру подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами $m_1 = 1{,}5\,\text{кг}$ и $m_2 = 3{,}0\,\text{кг}$. Каким будет показание динамометра во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

В3. На полу стоит тележка в виде длинной доски с легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека $M = 60\,\text{кг}$, масса доски $m = 20\,\text{кг}$. С какой скоростью относительно пола будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью $V = 1{,}0\,\text{м/с}$ относительно доски? Массой колес пренебречь. Трение во втулках колес не учитывать.

В4. Тело массой $M = 1{,}0\,\text{кг}$ лежит на горизонтальной поверхности. В него попадает пуля, летящая горизонтально со скоростью $V = 700\,\text{м/с}$, и застревает в нём. Какой путь пройдёт тело до полной остановки, если масса пули $m = 10\,\text{г}$, а коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0{,}15$?

В5. Шар массой $m = 500\,\text{г}$ падает с высоты $H = 30\,\text{см}$ на невесомую вертикально расположенную пружину с коэффициентом жесткости $k = 1000\,\text{Н/м}$.

Определить модуль максимальной деформации пружины. Высота отсчитывается от верхнего края недеформированной пружины.

B6. На горизонтальную ось насажен маховик и легкий шкив радиусом $R = 5,0$ см. На шкив намотана нить, к концу которой привязан груз массой $m = 400$ кг. Под действием силы тяжести за время $t = 3,0$ с равноускоренного движения груз опустился на расстояние $h = 1,8$ м. Определить силу натяжения нити.

C1. Маховик, имеющий момент инерции $J = 1,0\ кг \cdot м^2$, раскручивают так, что его угловая скорость изменяется по закону $\omega = \omega_0 \sin^2(\pi t/2)$, где $\omega_0 = 31,4$ рад/с. Определить кинетическую энергию маховика через $t = 3,0$ с после начала движения.

C2. Лёгкий стержень длиной $l = 1,4$ м согнули посередине под углом $\varphi = 90°$ и прикрепили к его концам шарики одинаковой массы. Определить период малых колебаний такой системы относительно горизонтальной оси, проходящей через точку сгиба.

Вариант 10

A1. Какая из указанных формул определяет мгновенную скорость частицы:

$$1)\ \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}; \quad 2)\ \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t}; \quad 3)\ \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}; \quad 4)\ \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t}?$$

A2. Какая из указанных формул определяет модуль импульса тела:

$$1)\ ma; \quad 2)\ mgh; \quad 3)\ \frac{p^2}{2m}; \quad 4)\ mV?$$

A3. Под действием двух взаимно перпендикулярных сил, модули которых равны $F_1 = 3$Н и $F_2 = 4$Н, тело из состояния покоя за промежуток времени $\Delta t = 2$ с переместилось по гладкой горизонтальной поверхности на расстояние $S = 20$ м по направлению равнодействующей. Определить массу тела:

1) 0,5 кг; 2) 0,4 кг; 3) 0,8 кг; 4) 0,6 кг.

A4. Камень брошен под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Кинетическая энергия камня в начальный момент $E_0 = 20$ Дж. Определить кинетическую энергию камня в высшей точке траектории:

1) 4 Дж; 2) 8 Дж; 3) 5 Дж; 4) 10 Дж.

A5. Тело массой $m = 5,0$ кг поднимается с ускорением $a = 2,0\ м/с^2$. Определить работу действующей на тело силы за время $t = 5,0$ с от начала движения:

1) 1,5 кДж; 2) 1,8 кДж; 3) 2,0 кДж; 4) 1,2 кДж.

A6. Определить отношение скорости релятивистской частицы к скорости света в вакууме, если её кинетическая энергия оказалась равной энергии покоя:

1) 0,72; 2) 0,61; 3) 0,87; 4) 0,91.

А7. Диск массой $m = 2{,}0$ кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $V = 4{,}0$ м/с. Определить кинетическую энергию диска:

1) 20 Дж; 2) 24 Дж; 3) 18 Дж; 4) 28 Дж.

А8. На барабан, имеющий форму однородного цилиндра с массой $m = 9{,}0$ кг, намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_1 = 2{,}0$ кг. Определить ускорение, с которым будет опускаться груз:

1) 3,2 м/с^2; 2) 2,8 м/с^2; 3) 3,0 м/с^2; 4) 2,5 м/с^2.

А9. Складываются два колебания одинакового направления $x_1 = A_1\cos(\omega t + \pi/6)$ и $x_2 = A_2\cos(\omega t + \pi/2)$, где $A_1 = 1{,}0$ см, $A_2 = 2{,}0$ см, $\omega = 3{,}14$ рад/с. Определить амплитуду результирующего колебания:

1) 2,4 см; 2) 2,6 см; 3) 2,1 см; 4) 2,9 см.

А10. Груз, подвешенный на резиновом шнуре, совершает гармонические колебания в вертикальной плоскости. Во сколько раз изменится период колебаний, если груз подвесить на том же шнуре, сложенном вдвое:

1) увеличится в 2 раза; 2) увеличится в $\sqrt{2}$ раза;
3) уменьшится в 2 раза; 4) увеличится в $\sqrt{2}$ раза?

В1. Логарифмический декремент затухания частицы, колеблющейся с частотой $\nu = 50$ Гц, равен $\lambda = 0{,}01$. Определить время, за которое амплитуда колебаний уменьшится в $n = 20$ раз.

В2. Тело свободно падает с некоторой высоты вблизи поверхности Земли. Во сколько раз средняя скорость прохождения второй половины пути больше средней скорости прохождения первой половины пути?

В3. Ведро с водой поднимают из колодца с помощью ворота, вращая барабан с постоянной скоростью. Когда ведро достигло высоты $h = 7{,}7$ м над поверхностью воды, ручку ворота отпустили, при этом ведро долетело до воды за время $t = 3{,}0$ с. Во сколько раз сила натяжения троса при падении ведра была меньше, чем при подъёме? Силу сопротивления воздуха не учитывать.

В4. Автомобиль, масса которого $m = 3{,}0$ т, спускаясь с горы при выключенном моторе, движется с постоянной скоростью. Склон горы составляет угол $\alpha = 10^\circ$ с горизонтом. Какую минимальную силу тяги должен развивать двигатель автомобиля при подъёме на эту же гору? Силу сопротивления движению автомобиля во всех случаях считать одинаковой.

В5. На столе лежат карманные часы с цепочкой. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы оторвать часы от стола, поднимая их за цепочку? Длина цепочки $l = 20$ см и масса $m = 10$ г. Масса часов $M = 50$ г, а их диаметр $d = 5{,}0$ см.

В6. Тело массой $m = 2{,}5$ кг движется под действием силы направленной вдоль оси OX согласно уравнению $x(t) = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, $A = 1{,}0$ м,

$B = 2{,}0$ м/с, $C = 5{,}0$ м/с^2, $D = 1{,}5$ м/с^3, t – время в секундах. Определить мощность силы, действующей на частицу, в момент времени $t = 3{,}0$ с.

С1. Сколько времени будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной $l = 2{,}0$ м и высотой $h = 10$ см?

С2. Платформа в виде диска радиусом $R = 1{,}5$ м и массой $m_1 = 180$ кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n = 10$ мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек, масса которого $m_2 = 60$ кг. Определить линейную скорость относительно поверхности земли, которую будет иметь человек, если он перейдёт на край платформы? Человека рассматривать как материальную точку.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. Основные формулы

Относительная атомная масса A_r химического элемента

$$A_r = \frac{M_A}{m_{\text{ед}}}, \tag{2.1}$$

где M_A – масса атома этого элемента;

$m_{\text{ед}} = \frac{1}{12} M_{^{12}\text{C}}$ – атомная единица массы;

$M_{^{12}\text{C}}$ – масса атома изотопа углерода ^{12}C.

Относительная молярная масса M_r вещества

$$M_r = \frac{M_M}{m_{\text{ед}}}, \tag{2.2}$$

где M_M – масса молекулы этого вещества.

Молярная масса вещества

$$M = N_\text{A} M_r m_{\text{ед}}, \tag{2.3}$$

где N_A – число Авогадро.

Количество вещества в молях

$$\nu = \frac{N}{N_\text{A}} = \frac{m}{M}, \tag{2.4}$$

где m – масса вещества, содержащая N молекул.

Для смеси газов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1}{N_\text{A}} + \frac{N_2}{N_\text{A}} + \ldots + \frac{N_n}{N_\text{A}} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \ldots + \frac{m_n}{M_n}, \tag{2.5}$$

где ν_i, N_i, m_i, M_i – количество вещества, число молекул, масса и молярная масса i-й компоненты смеси, соответственно.

Молярная масса смеси газов

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n}. \tag{2.6}$$

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева) имеет вид

$$pV = \frac{m}{M} RT = NkT, \text{ или } p = nkT, \tag{2.7}$$

где p – давление газа;

V – объём газа;

T – температура газа;

N – число молекул газа;

n – концентрация газа (число молекул в единице объёма);

$R = N_\text{A} k$ – универсальная газовая постоянная;

$k = 1{,}380622 \cdot 10^{-23}$ Дж / К – постоянная Больцмана.

Закон парциальных давлений Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_N, \tag{2.8}$$

где p – давление смеси, состоящей из N идеальных газов, занимающей некоторый объём;

p_i – парциальное давление i-го газа, занимающего этот же объём.

Закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс, $T = \text{const}$):

$$pV = \text{const}, \text{ или } p_1V_1 = p_2V_2 = p_3V_3 = ... \tag{2.9}$$

Закон Гей – Люссака (изобарический процесс, $p = \text{const}$):

$$V = V_0[1 + \alpha_V(t - t_0)], \text{ или } \frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = ... = \text{const}, \tag{2.10}$$

где V_0 – объём газа при температуре $T_0 = 273{,}15\ \text{K}$ ($t = 0\,°\text{C}$);

V_i – объём газа при температуре $T_i = t_i + T_0$;

$\alpha_V = 1/T_0$ – термический коэффициент объёмного расширения.

Закон Шарля (изохорический процесс, $V = \text{const}$):

$$p = p_0[1 + \alpha_p(t - t_0)], \text{ или } \frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = ... = \text{const}, \tag{2.11}$$

где p_0 – давление газа при температуре $T_0 = 273{,}15\text{K}$ ($t = 0\,°\text{C}$);

p_i – давление газа при температуре $T_i = t_i + T_0$;

α_p – термический коэффициент давления, различный для разных идеальных газов.

Первое начало термодинамики:

$$\delta Q = dU + \delta A, \tag{2.12}$$

где δQ – количество теплоты, поступающее в систему;

dU – приращение внутренней энергии;

$\delta A = \delta A_1 + \delta A_2$ – работа, производимая системой против внешних сил;

$\delta A_1 = pdV$ – работа, производимая системой против внешнего давления p;

dV – изменение объёма;

δA_2 – работа, производимая системой против других внешних сил.

Теплоёмкость тела

$$C = \frac{\delta Q}{dT}, \tag{2.13}$$

где δQ – количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела на dT.

Удельная теплоёмкость вещества

$$c = \frac{C}{m}, \tag{2.14}$$

где m – масса тела.

Молярная теплоёмкость вещества

$$C_m = Mc, \tag{2.15}$$

где M – молярная масса вещества.

Внутренняя энергия термодинамической системы

$$U = E_к + E_п = C_V T\,, \tag{2.16}$$

где $E_к$ – суммарная кинетическая энергия молекул;

$E_п$ – суммарная потенциальная энергия взаимодействия молекул (для идеального газа $E_п = 0$);

C_V – теплоёмкость при постоянном объёме;

T – температура газа.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа

$$\bar{\varepsilon}_{пост} = \frac{m_0\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2}kT\,, \tag{2.17}$$

где T – абсолютная температура газа;

m_0 – масса молекулы;

k – постоянная Больцмана;

$\overline{v^2}$ – средний квадрат скорости молекулы (квадрат среднеквадратичной скорости):

$$v_{кв} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}\,. \tag{2.18}$$

Полная средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{пост} + \bar{\varepsilon}_{вр} = \frac{i}{2}kT\,, \tag{2.19}$$

где $\bar{\varepsilon}_{пост}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа;

$\bar{\varepsilon}_{вр}$ – средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы идеального газа;

i – число поступательных и вращательных степеней свободы для молекулы газа ($i = 3$ для одноатомного газа, $i = 5$ для двухатомного газа, $i = 6$ для газа, состоящего из многоатомных молекул).

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов:

$$pV = \frac{2}{3}E_к = \frac{2}{3}\sum_{i=1}^{N}\frac{m_0\vec{\mathbf{v}}_i^2}{2} = \frac{1}{3}Nm_0\overline{v^2}\,, \tag{2.20}$$

где p – давление газа, состоящего из N одинаковых молекул массы m_0;

V – объём газа;

$E_к$ – суммарная кинетическая энергия молекул газа;

$\vec{\mathbf{v}}_i$ – скорость i-ой молекулы.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = E_к = N\bar{\varepsilon} = \frac{im}{2M}RT\,. \tag{2.21}$$

Удельные теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме c_V и постоянном давлении c_p:

$$c_V = \frac{iR}{2M},\ c_p = \frac{(i+2)R}{2M}. \qquad (2.22)$$

Уравнение Майера для молярных теплоёмкостей:

$$C_p - C_V = R. \qquad (2.23)$$

Уравнения Пуассона для адиабатического (изоэнтропийного) процесса:

$$pV^\gamma = \text{const},\ \text{или}\ TV^{\gamma-1} = \text{const},\ \text{или}\ pT^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}, \qquad (2.24)$$

где $\gamma = c_p / c_V$ – показатель адиабаты.

Уравнения политропического процесса:

$$pV^n = \text{const},\ \text{или}\ TV^{n-1} = \text{const},\ \text{или}\ pT^{\frac{1-n}{n}} = \text{const}, \qquad (2.25)$$

где $n = \dfrac{c - c_p}{c - c_V}$ – показатель политропы;

c – удельная теплоёмкость газа.

Работа расширения газа:

1) $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p dV$ – в общем случае;
2) $A = 0$ – в изохорическом процессе;
3) $A = p(V_2 - V_1)$ – в изобарическом процессе;
4) $A = \dfrac{m}{M} RT \ln\dfrac{V_2}{V_1}$ – в изотермическом процессе;
5) $A = -\Delta U = \dfrac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1} = -C_V \Delta T$ – в адиабатическом процессе;
6) $A = \dfrac{p_1V_1 - p_2V_2}{n-1} = \dfrac{mR\Delta T}{(n-1)M}$ – в политропическом процессе ($n \neq 1$).

Термический КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \eta_0, \qquad (2.26)$$

где A – работа, совершённая рабочим телом в течение цикла;

Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика (нагревателя);

Q_2 – теплота, переданная рабочим телом теплоприёмнику (холодильнику);

η_0 – термический КПД цикла Карно:

$$\eta_0 = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad (2.27)$$

где T_1 и T_2 – температуры теплоотдатчика и теплоприёмника.

Изменение энтропии термодинамической системы:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \qquad (2.28)$$

где δQ – количество тепла, поступающее в квазистатическую систему, имеющую температуру T.

Закон распределения Максвелла молекул по скоростям:

$$dN = F(v)dv = \frac{4N}{\sqrt{\pi}v_{\text{в}}^3} e^{-\frac{v^2}{v_{\text{в}}^2}} v^2 dv, \tag{2.29}$$

где dN – число молекул, имеющих скорость в интервале $(v, v + dv)$;

N – полное число молекул;

$v_{\text{в}}$ – наивероятнейшая скорость молекулы:

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \tag{2.30}$$

m_0 – масса молекулы газа;

M – молярная масса газа.

Средняя скорость молекулы газа

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \tag{2.31}$$

Закон распределения Больцмана молекул газа, находящегося в потенциальном поле:

$$N = N_0 e^{-\frac{E_{\text{п}}}{kT}}, \tag{2.32}$$

где N_0 – число молекул газа, потенциальная энергия которых принимается равной нулю;

N – число молекул газа, имеющих потенциальную энергию $E_{\text{п}}$;

T – температура газа.

Барометрическая формула:

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{m_0 gz}{kT}} = p_0 e^{-\frac{Mgz}{RT}}, \tag{2.33}$$

где p_0 – давление газа на высоте $z = 0$;

p – давление газа на высоте z;

m_0 – масса молекулы;

M – молярная масса газа.

Закон распределения Максвелла – Больцмана:

$$dN = N_0 e^{-\frac{E}{kT}} dV_v, \tag{2.34}$$

где $E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}}$ – полная энергия молекулы;

$dV_v = dv_x dv_y dv_z$ – элемент объёма пространства скоростей.

2.2. Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

А1. В баллоне содержится $m = 3$ кг газа при температуре $T_1 = 270$ К. Какую массу газа Δm (кг) нужно удалить из баллона, чтобы при температуре $T_2 = 300$ К давление осталось прежним:

1) 0,1 кг; 2) 0,2 кг; 3) 0,3 кг; 4) 0,4 кг?

А2. Определить количество вещества ν (моль), содержащегося в теле, состоящем из $1{,}204 \cdot 10^{24}$ молекул:

1) 2 моль; 2) 4 моль; 3) 5 моль; 4) 10 моль.

А3. В сосуде *A* ёмкостью $V_1 = 3$ л находится газ под давлением $p_1 = 0{,}2$ МПа. В сосуде *B* ёмкостью $V_2 = 4$ л находится тот же газ под давлением $p_2 = 0{,}1$ МПа. Температура в обоих сосудах одинаковая. Определить, под каким давлением *P* (МПа) будет находиться газ, если соединить сосуды *A* и *B* трубкой:

1) 1,2 МПа; 2) 1,4 МПА; 3) 1,6 МПА; 4) 1,8 МПа.

А4. После того как в комнате включили электрокамин, температура воздуха повысилась от $t_1 = 18\,°\text{C}$ до $t_2 = 27\,°\text{C}$ при неизменном давлении. Определить, на сколько процентов уменьшилось число молекул воздуха в комнате:

1) 1 %; 2) 3 %; 3) 5 %; 4) 10 %.

А5. Определить среднеквадратичную скорость $\upsilon_{\text{кв}}$ молекул газа, молярная масса которого $M = 2$ г/моль. Концентрация молекул газа равна $n = 4{,}2 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$. Давление газа $p = 266{,}6$ Па.

1) 233 м/с; 2) 235 м/с; 3) 237 м/с; 4) 239 м/с.

А6. Определить давление воздуха на высоте $h = 3250$ м над уровнем моря. Давление на уровне моря $p_0 = 101{,}3$ кПа, температура $t = 5\,°\text{C}$. Молярная масса воздуха $M = 0{,}029$ кг/моль.

1) 65,1 кПа; 2) 66,0 кПа; 3) 67,2 кПа; 4) 68,3 кПа.

А7. Определить энергию вращательного движения молекул *E* (кДж), содержащихся в массе $m = 1$ кг азота при температуре $t = 7\,°\text{C}$:

1) 80 кДж; 2) 81 кДж; 3) 82 кДж; 4) 83 кДж.

А8. В закрытом сосуде объёмом $V = 2$ л находится азот, плотность которого $\rho = 1{,}4$ кг/м^3. Какое количество теплоты *Q* (Дж) надо сообщить азоту, чтобы нагреть его в этих условиях на $\Delta t = 100\,°\text{C}$:

1) 175 Дж; 2) 208 Дж; 3) 292 Дж; 4) 300 Дж?

В1. Двухатомному газу сообщено $Q = 2{,}093$ кДж тепла. При этом газ расширяется при постоянном давлении. Найти работу *A* (Дж) расширения газа.

В2. Определить изменение энтропии ΔS (Дж/К) при изобарном нагревании $m = 0{,}1$ кг азота от $t_1 = 17\,°\text{C}$ до $t_2 = 100\,°\text{C}$. Молярная масса азота $M = 28$ г/моль.

В3. Определить, какая часть молекул кислорода (%) при $T = 300$ К обладает скоростью от $\upsilon_1 = 100$ м/с до $\upsilon_2 = 110$ м/с.

В4. На *PV*-диаграмме изображен цикл, проводимый с одноатомным идеальным газом (рис. 2.1). Определить КПД

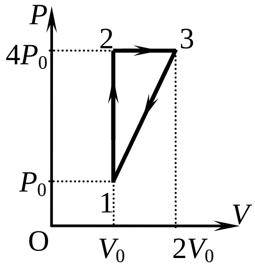

Рис. 2.1

цикла.

С1. В длинной узкой пробирке с воздухом, расположенной горизонтально капелька ртути находится на расстоянии $L_1 = 15\,\text{см}$ от дна. Если пробирку повернуть вверх отверстием, то капелька окажется на расстоянии $L_2 = 10\,\text{см}$ от дна. Определить, на каком расстоянии от дна окажется капелька, если пробирку повернуть вверх дном.

С2. Идеальный газ находится в горизонтальном цилиндрическом сосуде, который закрыт поршнем массой *M*. Газ нагревают изобарически. Поршень, двигаясь равноускоренно, приобретает скорость *V*. Найти количество теплоты, сообщённой газу. Трением, теплоёмкостью сосуда и поршня пренебречь.

Вариант 2

А1. Газ, совершающий цикл Карно, за счёт каждых 2 кДж энергии, полученной от нагревателя, производит работу $A = 600\,\text{Дж}$. Определить, во сколько раз абсолютная температура нагревателя больше абсолютной температуры холодильника:

1) 1,3; 2) 1,4; 3) 1,5; 4) 1,6.

А2. Определить температуру, которую имеют $m = 2\,\text{г}$ азота, занимающего объём $V = 820\,\text{см}^3$ при давлении $p = 0{,}2\,\text{МПа}$. Молярная масса азота $M = 28\,\text{г/моль}$.

1) 260 К; 2) 280 К; 3) 300 К; 4) 320 К.

А3. По какой из приведённых ниже формул можно правильно рассчитать давление газа *p* через его температуру *T* и концентрацию молекул *n*:

1) $p = \frac{3}{2}kT$; 2) $p = \frac{3}{2}nkT$; 3) $p = \frac{1}{3}nkT$; 4) $p = nkT$?

А4. Какую массу водорода ($M = 2\,\text{г/моль}$) содержал баллон, если он взорвался при температуре $T_1 = 1172\,\text{К}$ и был рассчитан на хранение азота ($M = 28\,\text{г/моль}$) массой $m = 7\,\text{кг}$ при температуре $T_0 = 293\,\text{К}$ с десятикратным запасом прочности:

1) 1,25 кг; 2) 1,50 кг; 3) 1,75 кг; 4) 2,00 кг?

А5. Найти импульс *P* ($\text{кг}\cdot\text{м/с}$) молекулы водорода ($M = 2\,\text{г/моль}$) при температуре $t = 20\,°\text{C}$. Скорость молекул считать равной среднеквадратичной скорости.

1) $5{,}8\cdot10^{-22}\,\text{кг}\cdot\text{м/с}$; 2) $6{,}6\cdot10^{-22}\,\text{кг}\cdot\text{м/с}$;

3) $5{,}3\cdot10^{-23}\,\text{кг}\cdot\text{м/с}$; 4) $6{,}3\cdot10^{-24}\,\text{кг}\cdot\text{м/с}$.

А6. Масса $m = 1\,\text{кг}$ двухатомного газа находится под давлением $p = 80\,\text{кПа}$ и имеет плотность $\rho = 4\,\text{кг/м}^3$. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях:

1) 45 кДж; 2) 50 кДж; 3) 55 кДж; 4) 65 кДж.

А7. Определить, на какой высоте h (м) давление воздуха составляет 75 % от давления на уровне моря. Температуру воздуха считать постоянной и равной $t = 0\,°\text{C}$.

1) 2296 м; 2) 2395 м; 3) 2406 м; 4) 2545 м.

А8. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа, находящегося под давлением $p = 0{,}1\,\text{Па}$. Концентрация молекул $n = 10^{13}\,\text{см}^{-3}$.

1) $1{,}0 \cdot 10^{-15}\,\text{Дж}$; 2) $1{,}5 \cdot 10^{-18}\,\text{Дж}$; 3) $1{,}5 \cdot 10^{-20}\,\text{Дж}$; 4) $2{,}0 \cdot 10^{-25}\,\text{Дж}$.

В1. При изобарном расширении азота газ совершил работу $A = 156{,}8\,\text{Дж}$. Определить, какое количество теплоты было сообщено азоту. Молярная масса $M = 0{,}028\,\text{кг/моль}$, теплоёмкость при постоянном объёме $C_V = 745\,\text{Дж/кг} \cdot \text{К}$.

В2. Кислород в количестве $\nu = 2\,\text{моль}$, находящийся при температуре $T = 273\,\text{К}$ адиабатно расширяется так, что его объём увеличивается в 3 раза. Определить изменение внутренней энергии газа.

В3. Кислород массой $m = 10\,\text{г}$ нагревают изобарно от $T_1 = 290\,\text{К}$ до $T_2 = 373\,\text{К}$. Определить изменение энтропии ΔS (Дж/К) в ходе этого процесса. Молярная масса кислорода $M = 32\,\text{г/моль}$.

В4. Определить среднюю квадратичную скорость молекул идеального газа, если при давлении в закрытом сосуде $p = 105\,\text{Па}$, плотность идеального газа составляет $\rho = 1{,}2\,\text{кг/м}^3$.

С1. Многоатомный идеальный газ совершает цикл Карно, при этом в процессе адиабатного расширения объём газа увеличился в 4 раза. Определить термический КПД цикла.

С2. Баллон объёмом $V_1 = 40\,\text{л}$ содержит сжатый воздух под давлением $p_1 = 18\,\text{МПа}$ при температуре $t_1 = 27\,°\text{C}$. Определить, какой объём воды V_2 (л) можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если лодка находится на глубине $h = 20\,\text{м}$, где температура $t_2 = 7\,°\text{C}$. Атмосферное давление $p_0 = 0{,}1\,\text{МПа}$.

Вариант 3

А1. Гелий, находящегося в объёме $V_1 = 1\,\text{л}$ при давлении $p_1 = 10^5\,\text{Па}$, изотермически расширяется за счёт полученного извне тепла до объёма $V_2 = 2\,\text{л}$. Найти работу A (Дж), совершённую газом при расширении:

1) 60 Дж; 2) 70 Дж; 3) 80 Дж; 4) 100 Дж.

А2. КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно, $\eta = 0{,}1$. Определить полезную работу, которую совершает двигатель за цикл, если холодильнику передаётся $Q = 900\,\text{Дж}$ теплоты:

1) 1000 Дж; 2)500 Дж; 3)300 Дж; 4)100 Дж.

А3. Определить, как изменился объём (V_2 / V_1) данной массы идеального газа, если при увеличении абсолютной температуры в два раза, его давление увеличилось на 25 %:

1) 0,8; 2) 1,2; 3) 1,4; 4) 1,6.

А4. В водоём глубиной $h = 20$ м и площадью $S = 100$ км^2 бросили кристаллик соли массой $m = 0{,}1$ г. Соль, растворившись, равномерно распределилась в воде. Определить, сколько молекул соли содержится в объёме воды $V = 1$ мм^3. Молярная масса соли $M = 40$ г/моль.

1) 750; 2) 200; 3) 625; 4) 1500.

А5. Определить наименьший объём баллона V (л), вмещающего $m = 6{,}4$ кг кислорода ($M = 32$ г/моль), если стенки баллона при температуре $t = 20$ °С выдерживают давление $p = 15{,}7$ МПа:

1) 26 л; 2) 29 л; 3) 31 л; 4) 33 л.

А6. Среднеквадратичная скорость молекул некоторого газа равна $\upsilon_{\text{кв}} = 450$ м/с. Давление газа $p = 50$ кПа. Найти плотность газа ρ (кг/м^3) при этих условиях:

1) 0,64 кг/м^3; 2) 0,68 кг/м^3; 3) 0,74 кг/м^3; 4) 0,78 кг/м^3.

А7. Определить какой процент молекул азота ($M = 28$ г/моль), находящегося при температуре $T = 900$ К, имеет скорости, лежащие в интервале от $\upsilon_{\text{в}}$ до $\upsilon_{\text{в}} + \Delta\upsilon$, где $\Delta\upsilon = 20$ м/с:

1) 1,2 %; 2) 1,6 %; 3) 1,8 %; 4) 2,2 %.

А8. Кинетическая энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объёмом $V = 0{,}02$ м^3, равна $E_{\text{пост}} = 5$ кДж, а средняя квадратичная скорость его молекул равна $\upsilon_{\text{кв}} = 2 \cdot 10^3$ м/с. Найти давление p (кПа), под которым находится азот:

1) 163 кПа; 2) 165 кПа; 3) 167 кПа; 4) 169 кПа.

В1. Определить плотность воздуха ρ(кг/м^3) на высоте $h = 4$ км от поверхности Земли. Температуру воздуха считать постоянной и равной $t = 0$ °С. Давление воздуха у поверхности Земли равно $p_0 = 100$ кПа.

В2. Молярная внутренняя энергия некоторого двухатомного газа $U_m = 6{,}02$ кДж/моль. Определить среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

В3. При изохорическом нагревании $\nu = 1$ кмоль двухатомного газа его абсолютная температура увеличивается в 1,5 раза. Найти изменение энтропии газа ΔS (Дж/К).

В4. Два шара соединены горизонтальной трубкой с площадью поперечного сечения $S = 0{,}2$ см^2. Газ, общим объёмом $V = 88$ см^3 при температуре $t_1 = 27$ °С разделён каплей ртути в трубке на равные части. Определить смещение капли в трубке Δl (м) при нагревании одной половины конструкции на $\Delta T = 60\,\text{К}$.

С1. Определить, какая доля n_1 количества теплоты, подводимого к идеальному двухатомному газу, расходуется на увеличение внутренней энергии газа, а какая доля n_2 – на работу расширения.

С2. В сосуде находится углекислый газ. При некоторой температуре степень диссоциации молекул углекислого газа на кислород и окись углерода равна $\alpha = 25\,\%$. Во сколько раз давление в сосуде при этих условиях будет больше того давления, которое имело бы место, если бы молекулы углекислого газа не были диссоциированы?

Вариант 4

А1. При изохорном нагревании идеального газа его внутренняя энергия увеличилась от $U_1 = 200\,\text{Дж}$ до $U_2 = 300\,\text{Дж}$. Определить количество теплоты, сообщённое газу:

1) 600 Дж; 2) 700 Дж; 3) 800Дж; 4) 1000 Дж.

А2. При изобарном расширении идеальный одноатомный газ получил $Q = 100\,\text{Дж}$ тепла. Определить работу, совершённую газом:

1) 40 Дж; 2) 60 Дж; 3) 80Дж; 4) 100 Дж.

А3. Газ, совершающий цикл Карно, получает от нагревателя $Q = 84\,\text{Дж}$ теплоты. Определить в килоджоулях работу газа в цикле, если температура нагревателя в три раза больше температуры холодильника:

1) 42 кДж; 2) 56 кДж; 3) 68 кДж; 4) 70 кДж.

А4. В баллоне содержится $m = 3\,\text{кг}$ газа при температуре $T_1 = 270\,\text{К}$. Какую массу газа нужно удалить из баллона, чтобы при температуре $T_2 = 300\,\text{К}$ давление осталось прежним:

1) 0,1 кг; 2) 0,3 кг; 3) 0,5 кг; 4) 0,8 кг?

А5. Определить, сколько тысяч молекул воздуха находится в $V = 1\,\text{мм}^3$ сосуда при температуре $t = 27\,°\text{C}$, если воздух в сосуде откачан до давления $p = 0{,}83\,\text{мкПа}$:

1) 50; 2) 90; 3) 150; 4) 200.

А6. В одинаковых баллонах при одинаковой температуре находятся равные массы водорода ($M_1 = 2\,\text{г/моль}$) и кислорода ($M_2 = 32\,\text{г/моль}$). Во сколько раз давление, производимое водородом на стенки баллона, больше давления, производимого кислородом:

1) 4; 2) 8; 3) 16; 4) 20?

А7. Среднеквадратичная скорость $\upsilon_{\text{кв}}$ молекул аргона ($M = 40\,\text{г/моль}$) на 100 м/с больше наиболее вероятной $\upsilon_{\text{в}}$ скорости молекул. Определить, при какой температуре T (К) находится газ:

1) 350 К; 2) 370 К; 3) 450 К; 4) 470 К.

А8. При увеличении температуры водорода от $T_1 = 300\ \text{К}$ до $T_2 = 1350\ \text{К}$ все молекулы распались на атомы. Определить, во сколько раз возросла средняя квадратичная скорость молекул газа:

1) 3; 2) 5; 3) 12; 4) 16.

В1. Давление воздуха у поверхности Земли равно $p_0 = 100\ \text{кПа}$, а температура $t = 0\ °\text{C}$. На высоте h (км) от поверхности плотность воздуха составляет $\rho = 0{,}774\ \text{кг/м}^3$. Считая, что температура не изменяется при подъёме, Определить эту высоту.

В2. На подъём груза весом $P = 100\ \text{кН}$ на высоту $h = 6\ \text{м}$ пошло 80 % всей механической работы, полученной в результате работы идеальной тепловой машины, у которой разность температур нагревателя и холодильника $T_1 - T_2 = 125\ \text{К}$, а отношение количества теплоты, полученной от нагревателя, к его абсолютной температуре $Q_1 / T_1 = 300\ \text{Дж/К}$. Сколько циклов было совершено за время подъёма груза?

В3. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа равна $\upsilon_{\text{кв}} = 450\ \text{м/с}$. Давление газа $p = 50\ \text{кПа}$. Найти плотность газа при этих условиях.

В4. Молярная масса аргона $M = 40\ \text{г/моль}$. Определить, сколько процентов молекул аргона при $T = 300\ \text{К}$ обладает скоростью от 100 до 110 м/с.

С1. Давление водорода в закрытом сосуде равно $p = 266{,}6\ \text{Па}$, а средняя квадратичная скорость его молекул равна $\upsilon_{\text{кв}} = 2400\ \text{м/с}$. Найти концентрацию молекул водорода.

С2. Горизонтально расположенный закрытый цилиндрический сосуд с гладкими стенками разделен тонким подвижным поршнем на две части, в которых находятся равные массы различных идеальных газов: в одной части газ с молярной массой M_1, в другой – с молярной массой M_2. Какую часть объёма занимает газ с молярной массой M_1 при равновесном положении поршня?

Вариант 5

А1. Какая из формул является математическим выражением первого начала термодинамики:

1) $S = k \ln W$; 2) $Q = \Delta U + A$; 3) $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$; 4) $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$?

А2. Если в некотором процессе внутренняя энергия газа уменьшилась на 300 Дж, а газ совершил работу 500 Дж, то в этом процессе сообщённая газу теплота равна:

1) 200 Дж; 2) 300 Дж; 3) 500 Дж; 4) 800 Дж.

А3. Работа, совершаемая газом при изотермическом процессе, равна:

1) $A = p_1V_1 \ln\frac{p_1}{p_2}$; 2) $A = 0$; 3) $A = \frac{m}{M}C_V(T_1 - T_2)$; 4) $A = p(V_2 - V_1)$?

А4. Идеальный газ изотермически расширяется от давления 100 кПа до давления 25 кПа. Если количество газа составляет 3,0 моль, то приращение его энтропии при этом равно:

1) 13,8 Дж/К; 2) 23,1 Дж/К; 3) 34,6 Дж/К; 4) 51,9 Дж/К.

А5. Для какого из процессов при $m = \text{const}$ выполняется равенство $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$:

1) изотермического; 2) адиабатного; 3) изохорного; 4) изобарного?

А6. Определить количество вещества *ν* водорода, заполняющего сосуд вместимостью $V = 3$ л, если плотность газа $\rho = 6{,}65 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3:

1) $9{,}97 \cdot 10^{-6}$ моль; 2) $19{,}95 \cdot 10^{-6}$ моль;
3) $9{,}97 \cdot 10^{-3}$ моль; 4) $19{,}95 \cdot 10^{-3}$ моль.

А7. В процессе нагревания идеального газа на $\Delta T = 1$К при постоянном давлении объём его увеличивается на 1/350 первоначального объёма. Найти начальную температуру газа:

1) 300 К; 2) 350 К, 3) 350 °С, 4) 450 К.

А8. При какой температуре *T* молекулы кислорода имеют такую же среднеквадратичную скорость $\upsilon_{\text{кв}}$, как молекулы водорода при температуре $T_1 = 100$ К:

1) 0,67 кК; 2) 0,85 кК; 3) 1,16 кК; 4) 1,74 кК?

В1. Температура водорода 300 К. Определить, какую часть от общего числа молекул составляют молекулы, модули скоростей которых отличаются от наиболее вероятной не больше чем на 5 м/с.

В2. Вблизи поверхности Земли отношение объёмных концентраций кислорода (O_2) и азота (N_2) в воздухе $\eta_0 = 20{,}95/78{,}08 = 0{,}268$. Полагая температуру атмосферы не зависящей от высоты и равной 0 °С, определить это отношение на высоте $h = 10$ км.

В3. Число молекул, энергия которых заключена в пределах от нуля до некоторого значения *ε*, составляет 0,1 % от общего числа молекул. Определить величину *ε* в долях *kT*.

В4. Определить удельную теплоемкость c_p смеси $\nu_1 = 2$ моля кислорода и $\nu_2 = 4$ моля азота.

С1. Плотность воздуха при температуре 0 °С и давлении $p_1 = 100$ кПа равна $\rho = 0{,}00129$ г/см^3. Определить массу литра воздуха при температуре $t = 27$ °С и давлении $p_2 = 90$ кПа.

С2. Воздух объёмом $V_1 = 0{,}6$ м^3 сжимают так, что его объём уменьшается в 5 раз, а давление увеличивается в 10 раз. Исходное давление $p_1 = 100$ кПа.

Показатель адиабаты $\gamma = 1{,}4$. Считая процесс сжатия политропическим, найти: а) показатель политропы; б) приращение внутренней энергии; в) количество теплоты, полученное воздухом.

Вариант 6

А1. Укажите формулы для вычисления внутренней энергии идеального газа:

1) $U = m\frac{i}{2}RT$; 2) $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$; 3) $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}N_A T$; 4) $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}N_A kT$?

А2. Три литра кислорода находятся под давлением 0,15 МПа. Для увеличения давления кислорода в три раза при постоянном объёме ему необходимо сообщить количество теплоты, равное:

1) 1,35 МДж; 2) 2,25 МДж; 3) 1,35 кДж; 4) 2,25 кДж.

А3. Если в ходе некоторого процесса приращение внутренней энергии системы равно ΔU и ей передали количество теплоты Q, то работа, совершенная внешними силами над данной системой при этом, равна:

1) $\Delta U - Q$; 2) $\Delta U + Q$; 3) $Q - \Delta U$; 4) $-\Delta U - Q$.

А4. Чему равна работа, совершаемая газом при адиабатном процессе:

1) $A = p_1 V_1 \ln\frac{p_1}{p_2}$; 2) $A = 0$; 3) $A = \frac{m}{M}C_V(T_1 - T_2)$; 4) $A = p(V_2 - V_1)$?

А5. Идеальный газ изотермически расширяется от давления 100 кПа до давления 25 кПа. Если количество газа составляет 3,0 моль, то приращение его энтропии при этом равно:

1) 13,8 Дж/К; 2) 23,1 Дж/К; 3) 34,6 Дж/К; 4) 51,9 Дж/К.

А6. Если баллон, содержащий 12 л кислорода при давлении 1 МПа, соединить с пустым баллоном вместимостью 3 л, то в процессе изотермического расширения газа в сосудах установится давление, равное:

1) 4,0 МПа; 2) 0,8 МПа; 3) 0,6 МПа; 4) 0,4 МПа.

А7. Масса молекулы углекислого газа равна:

1) $7{,}31 \cdot 10^{-26}$ кг; 2) $8{,}17 \cdot 10^{-26}$ кг; 3) $9{,}70 \cdot 10^{-26}$ кг; 4) $8{,}17 \cdot 10^{-25}$ кг.

А8. Баллон вместимостью $V = 12$ л содержит углекислый газ. Давление газа равно $p = 1$ МПа, температура $T = 300$ К. Определить массу m газа в баллоне:

1) 0,135 кг; 2) 0, 212 кг; 3) 0,270 кг; 4) 0,312 кг; 5) 0,366 кг.

В1. Колба вместимостью $V = 4$ л содержит некоторый газ массой $m = 0{,}6$ г под давлением $p = 200$ кПа. Определить среднеквадратичную скорость $\upsilon_{кв}$ молекул газа.

В2. Во сколько, раз среднеквадратичная скорость $\upsilon_{кв}$ молекул кислорода больше среднеквадратичной скорости пылинки массой $m = 10^{-8}$ г, находящейся среди молекул кислорода?

B3. Считая атмосферу изотермической, а ускорение свободного падения не зависящим от высоты, вычислить давление в шахте на глубине $h = 2\,\text{км}$. Давление на уровне моря равно p_0, температура атмосферы $T = 293\,\text{К}$.

B4. Найти относительное число молекул идеального газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятного значения $\varepsilon_{\text{в}}$ энергии не более чем на 1 %.

C1. При адиабатном расширении кислорода с начальной температурой $T_1 = 320\,\text{К}$ внутренняя энергия уменьшилась на $\Delta U = 8{,}4\,\text{кДж}$, а его объём увеличился в $n = 10$ раз. Определить массу кислорода.

C2. В закрытом сосуде объёмом $V = 1\,\text{м}^3$ находится масса $m_1 = 1{,}6\,\text{кг}$ кислорода и масса $m_2 = 0{,}9\,\text{кг}$ воды. Найти давление в сосуде при температуре $t = 500\,°\text{C}$, зная, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

Вариант 7

A1. Кислород находится при температуре 47 °С. Определить кинетическую энергию одной молекулы:

1) $6{,}62 \cdot 10^{-21}\,\text{Дж}$; 2) $7{,}73 \cdot 10^{-21}\,\text{Дж}$; 3) $1{,}10 \cdot 10^{-20}\,\text{Дж}$; 4) $1{,}99 \cdot 10^{-20}\,\text{Дж}$.

A2. Чему равна молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном объёме:

1) $C_V = \frac{i}{2}R$; 2) $C_V = \frac{i+2}{i}R$; 3) $C_V = \frac{i+2}{2}R$; 4) $C_V = 0$?

A3. Четыре литра кислорода находятся под давлением 0,16 МПа. Для увеличения объёма кислорода в три раза при постоянном давлении ему необходимо сообщить количество теплоты, равное:

1) 3,20 кДж; 2) 1,92 МДж; 3) 4,48 кДж; 4) 3,20 МДж.

A4. Один моль двухатомного газа адиабатически расширяется от объёма 22 л до объёма 110 л. Если начальная температура газа составляет 290 К, то приращение его внутренней энергии равно:

1) 2860 Дж; 2) –2860 Дж; 4) 5444 Дж; 5) –5444 Дж.

A5. При адиабатном расширении 1 моля идеального одноатомного газа он совершает работу 1,5 кДж. Изменение температуры газа равно:

1) –160 К; 2) +100 К; 3) –120 К; 4) +120 К.

A6. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 2,5 раза больше температуры холодильника. Если за цикл силы давления газа совершают работу, равную 30 кДж, то количество теплоты, подводимое при этом к газу, составляет:

1) 30 кДж; 2) 50 кДж; 3) 75 кДж; 4) 80 кДж.

A7. В баллоне находился ацетилен массой $m_1 = 10\,\text{кг}$ при давлении $p_1 = 10\,\text{МПа}$. Какую массу Δm газа взяли из баллона, если давление стало равным $p_2 = 2{,}5\,\text{МПа}$? Температуру газа считать постоянной.

1) 5,7 кг; 2) 7,5 кг; 3) 10,25 кг; 4) 15,0 кг.

A8. Масса молекулы поваренной соли равна:

1) $7{,}31 \cdot 10^{-26}$ кг; 2) $8{,}17 \cdot 10^{-26}$ кг; 3) $9{,}70 \cdot 10^{-26}$ кг; 4) $8{,}17 \cdot 10^{-25}$ кг.

B1. Определить молярную массу M смеси кислорода массой $m_1 = 25$ г и азота массой $m_2 = 75$ г.

B2. Найти кинетическую энергию вращательного движения всех молекул кислорода массой $m = 4$ г при температуре $T = 350$ К.

B3. Какую часть от общего числа молекул некоторого газа составляют молекулы, модули скоростей которых отличаются не более чем на 0,5 % от наиболее вероятной скорости?

B4. На какой высоте при 0 °С давление воздуха уменьшается втрое.

C1. В баллоне объёмом $V = 10$ л находится гелий под давлением $p_1 = 1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К. После того, как из баллона было взято $m = 10$ г гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

C2. Работа изотермического расширения массы $m = 10$ г некоторого газа от объёма V_1 до объёма $V_2 = 2V_1$ оказалась равной $A = 575$ Дж. Найти среднеквадратичную скорость молекул газа при этой температуре.

Вариант 8

A1. Какие из формул выражают зависимость давления газа от высоты в поле тяготения Земли (m_0 – масса молекулы, M – молярная масса, ρ – плотность газа):

1) $p = p_0 e^{-\frac{\rho g h}{kT}}$; 2) $p = p_0 e^{\frac{Mgh}{RT}}$; 3) $p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}$; 4) $p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$?

A2. Определить среднеквадратичную скорость молекул идеального газа, если при давлении в закрытом сосуде $p = 105$ Па плотность идеального газа составляет $\rho = 1{,}2$ кг/м^3:

1) 13,2 м/с; 2) 14,9 м/с; 3) 16,2 м/с; 4) 17,3 м/с.

A3. Чему равна молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном давлении:

1) $C_p = \frac{i}{2}R$; 2) $C_p = \frac{i+2}{2}R$; 3) $C_p = \frac{i+2}{i}R$; 4) $C_p = 0$?

A4. Один моль газа расширяется при постоянной температуре 300 К. Для увеличения объёма газа в три раза ему необходимо сообщить теплоту, равную:

1) 0,90 кДж; 2) 2,74 кДж; 3) 4,99 кДж; 4) 1,66 кДж.

A5. Двухатомный газ был нагрет при постоянном давлении 90 кПа. Если при этом объём газа увеличился на 2 м^3, то приращение его внутренней энергии равно:

1) 450 Дж; 2) 180 кДж; 3) 270 кДж; 4) 450 кДж.

А6. Кислород, занимающий при давлении $p_1 = 1\,\text{МПа}$ объём $V_1 = 5\,\text{л}$, изобарно расширяется в $n = 3$ раза. Работа, совершённая газом, равна:

1) 10 Дж; 2) 20 Дж; 3) 30 Дж; 4) 10 кДж.

А7. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2{,}512\,\text{кДж}$. Температура нагревателя $T_1 = 400\,\text{К}$, температура холодильника $T_2 = 300\,\text{К}$. Работа, совершаемая машиной за один цикл, равна:

1) 360 Дж; 2) 630 Дж; 3) 1250 Дж; 4) 1880 Дж.

А8. Три литра кислорода находятся под давлением 0,15 МПа. Для увеличения давления кислорода в три раза при постоянном объёме ему необходимо сообщить количество теплоты, равное:

1) 1,35 МДж; 2) 2,25 МДж; 3) 3,15 кДж; 4) 2,25 кДж.

В1. Определить число *N* молекул, содержащихся в объёме $V = 1\,\text{мм}^3$ воды.

В2. Баллон содержит $m_1 = 80\,\text{г}$ кислорода и $m_2 = 320\,\text{г}$ аргона. Давление смеси $p = 1\,\text{МПа}$, температура $T = 300\,\text{К}$. Принимая данные газы за идеальные, определить объём *V* баллона.

В3. Найти энергию вращательного движения молекул, содержащихся в массе $m = 1\,\text{кг}$ азота при температуре $t = 7\,°\text{C}$.

В4. Одинаковые частицы массой $m = 10^{-12}\,\text{г}$ каждая распределены в однородном гравитационном поле напряжённостью $G = 0{,}2\,\text{мкН/кг}$. Определить отношение n_1 / n_2 концентраций частиц, находящихся на эквипотенциальных уровнях, отстоящих друг от друга на $\Delta z = 10\,\text{м}$. Температура во всех слоях считается одинаковой и равной $T = 290\,\text{К}$.

С1. Один моль аргона расширили по политропе с показателем $n = 3$. При этом температура газа испытала приращение $\Delta T = -26\,\text{К}$. Найти работу, совершённую над газом.

С2. В баллонах вместимостью $V_1 = 20\,\text{л}$ и $V_2 = 44\,\text{л}$ содержится газ. Давление в первом баллоне $p_1 = 2{,}4\,\text{МПа}$, во втором – $p_2 = 1{,}6\,\text{МПа}$. Определить общее давление после соединения баллонов, если температура газа осталась прежней.

Вариант 9

А1. Какая из приведенных формул описывает распределение молекул газа по модулю скоростей:

1) $p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$; 2) $f(\text{v}) = Ae^{-\frac{m_0 \text{v}^2}{2kT}}\text{v}^2$; 3) $n = n_0 e^{-\frac{U(z)}{kT}}$; 4) $W_\text{к} = \frac{m_0 \text{v}^2}{2}$?

А2. Какие из приведённых формул описывают распределение молекул газа по высоте в поле тяготения Земли:

1) $p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$; 2) $f(\text{v}) = Ae^{-\frac{m_0 \text{v}^2}{2kT}}\text{v}^2$; 3) $W = mgh$; 4) $n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$?

А3. Полная кинетическая энергия молекул многоатомного газа, масса которого $m = 20$ г, равна $E_\text{к} = 3{,}2$ кДж. Определить среднеквадратичную скорость молекул этого газа:

1) 200 м/с; 2) 400 м/с; 3) 283 м/с 4) 566 м/с.

А4. Какое из приведённых соотношений называют уравнением Майера:

1) $C_p - C_V = R$; 2) $Q = \Delta U + A$; 3) $C_p = \frac{i+2}{2}R$; 4) $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$?

А5. Один моль аргона расширили по политропе с показателем $n = 3$. При этом температура газа испытала приращение $\Delta T = -26$ К. Количество полученного газом тепла равно:

1) –324 Дж; 2) 324 Дж; 3) –216 кДж; 4) 432 Дж.

А6. Один моль двухатомного газа адиабатно расширяется так, что давление уменьшается в 4 раза, и затем изотермически сжимается до первоначального давления. Температура в исходном состоянии $T_1 = 450$ К. Найти приращение внутренней энергии газа:

1) –1,83 кДж; 2) –3,06 кДж; 3) 0 кДж; 4) 1,83 кДж.

А7. Азот массой 0,56 кг нагрели на 100 К, сообщив ему при этом $58{,}75$кДж теплоты. Если молярная масса азота составляет $M = 28$г/моль, то работа, совершенная силами давления азота при нагревании, равна:

1) 17,2 кДж; 2) 33,8 кДж; 3) 24,9 кДж; 4) 41,5 кДж.

А8. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2{,}512$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Количество теплоты, отдаваемое холодильнику за один цикл, равно:

1) 360 Дж; 2) 630 Дж; 3) 1250 Дж; 4) 1880 Дж.

В1. Во сколько раз плотность ρ_1 воздуха, заполняющего помещение зимой ($t_1 = 7$ °С), больше его плотности ρ_2 летом ($t_2 = 37$ °С)? Давление газа считать постоянным.

В2. Какое число молекул содержит единица массы водяного пара?

В3. Котел вместимостью $V = 2$ м^3 содержит перегретый водяной пар массой $m = 10$кг при температуре $T = 500$ К. Определить давление *p* пара в котле.

В4. Найти среднюю кинетическую энергию $<\varepsilon_\text{вр}>$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 350$ К.

C1. Какое число частиц n находится в единице массы парообразного йода (I_2), степень диссоциации которого $\alpha = 0{,}5$? Молярная масса молекулярного йода $M = 0{,}254\,\text{кг/моль}$.

C2. Какое количество теплоты выделится, если азот массой $m = 1\,\text{г}$, взятый при температуре $T = 280\,\text{К}$ под давлением $p_1 = 0{,}1\,\text{МПа}$, изотермически сжать до давления $p_2 = 1\,\text{МПа}$?

Вариант 10

A1. Какая из приведённых формул выражает основное уравнение кинетической теории газов (уравнение Клаузиуса):

1) $p = NkT$; 2) $p = \dfrac{m}{M}\dfrac{RT}{V}$; 3) $p = \dfrac{1}{3}nm\text{v}^2_{\text{кв}}$; 4) $p = \dfrac{2}{3}n < \varepsilon >$?

A2. Каково соотношение температур газа, график распределения молекул по скоростям для которых имеет вид (рис. 2.2):

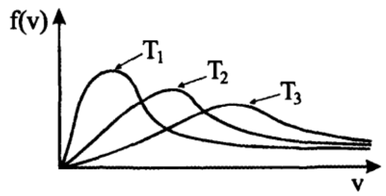

Рис. 2.2

1) $T_1 < T_2 < T_3$; 2) $T_1 > T_2 > T_3$;
3) $T_1 > T_3 > T_2$; 4) $T_2 > T_1 > T_3$

A3. Концентрация молекул воздуха вблизи поверхности Земли при нормальных условиях составляет:

1) $5{,}98 \cdot 10^{23}\,\text{м}^{-3}$; 2) $6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{м}^{-3}$; 3) $6{,}20 \cdot 10^{23}\,\text{м}^{-3}$; 4) $6{,}63 \cdot 10^{23}\,\text{м}^{-3}$.

A4. Какую долю составляет кинетическая энергия вращательного движения молекул от полной кинетической энергии молекул одноатомного газа:

1) 0,0; 2) 0,3; 3) 0,4; 4) 0,5?

A5. Найти температуру кислорода массой $m = 16\,\text{г}$, внутренняя энергия которого равна $U = 3{,}326\,\text{кДж}$:

1) 273 К; 2) 304 К; 3) 320 К; 4) 350 К.

A6. Расширяясь, водород совершил работу $A = 6\,\text{кДж}$. Определить количество теплоты Q, подведенное к газу, если процесс протекал изобарно:

1) 6 кДж; 2) 9 кДж; 3) 14 кДж; 4) 21 кДж.

A7. Один моль двухатомного газа адиабатно расширяется так, что давление уменьшается в четыре раза, и затем изотермически сжимается до первоначального давления. Температура в исходном состоянии $T_1 = 450\,\text{К}$. Температура газа в конечном состоянии равна:

1) 273 К; 2) 303 К; 3) 366 К; 4) 450 К.

A8. Азот массой $m = 56\,\text{г}$, находящийся при нормальных условиях, расширяется адиабатно, причем объём газа увеличивается в два раза. Определить работу расширения газа:

1) 1,50 кДж; 2) 2,75 кДж; 3) 3,50 кДж; 4) 3,75 кДж.

B1. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500\,\text{К}$. Определить термический КПД η цикла, если за счёт каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу $A = 350\,\text{Дж}$.

B2. При температуре $t = 50\,°\text{C}$ давление насыщенного водяного пара $p = 12{,}3\,\text{кПа}$. Найти плотность водяного пара.

B3. Вычислить массу m электронов, содержащихся в одном моле.

B4. В баллоне вместимостью $V = 25\,\text{л}$ находится водород при температуре $T = 290\,\text{К}$. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 0{,}4\,\text{МПа}$. Определить массу израсходованного водорода.

C1. Найти приращение энтропии при переходе массы $m = 8\,\text{г}$ кислорода от объёма $V_1 = 10\,\text{л}$ при температуре $t_1 = 80\,°\text{C}$ к объёму $V_2 = 40\,\text{л}$ при температуре $t_2 = 300\,°\text{C}$.

C2. Двухатомный газ, имеющий массу $m = 1\,\text{кг}$ и плотность $\rho = 4\,\text{кг/м}^3$, находится под давлением $p = 80\,\text{кПа}$. Найти энергию U теплового движения молекул газа при этих условиях.

3. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

3.1. Основные формулы

Электростатика

Закон Кулона определяет силу $\vec{\mathbf{F}}$ взаимодействия неподвижных точечных зарядов q и Q в вакууме или в однородной диэлектрической среде:

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\vec{\mathbf{r}}, \ F = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = \frac{kqQ}{\varepsilon r^2}, \tag{3.1}$$

где $r = |\vec{\mathbf{r}}|$ – расстояние между зарядами;

$\vec{\mathbf{r}}$ – радиус-вектор, проведённый от заряда-источника Q к пробному заряду q, на который действует кулоновская сила;

ε_0 – электрическая постоянная;

ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой заряды взаимодействуют;

$k = 1/4\pi\varepsilon_0 \approx 9\cdot10^9$ м/Ф – коэффициент в законе Кулона.

Суммарный заряд, распределённый в объёме V, на поверхности S или на линии L:

$$Q = \int_V \rho dV,\ Q = \int_S \sigma dS,\ Q = \int_L \tau dl, \tag{3.2}$$

где $\rho = dQ/dV$ – объёмная плотность заряда;

$\sigma = dQ/dS$ – поверхностная плотность заряда;

$\tau = dQ/dl$ – линейная плотность заряда.

Напряжённость электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\vec{\mathbf{r}},\ E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = \frac{kQ}{\varepsilon r^2}. \tag{3.3}$$

Связь потенциала с напряжённостью электрического поля:

а) $\vec{\mathbf{E}} = -\mathrm{grad}\varphi = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{\mathbf{i}} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{\mathbf{j}} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{\mathbf{k}}$ – в общем случае;

б) $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$ – в случае однородного поля;

в) $\vec{\mathbf{E}} = E_r\vec{\mathbf{r}} = -\frac{d\varphi}{dr}\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}$ – в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией,

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ – векторный дифференциальный оператор «набла»;

$\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$ – единичные векторы (орты) выбранной декартовой системы координат;

d – расстояние между двумя эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2, соответственно.

Разность потенциалов между двумя точками:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{l}}). \tag{3.4}$$

Напряжённость и потенциал электрического поля, создаваемого системой N зарядов, удовлетворяют принципу суперпозиции полей:

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_{i=1}^{N}\vec{\mathbf{E}}_i,\ \varphi = \sum_{i=1}^{N}\varphi_i, \tag{3.5}$$

где $\vec{\mathbf{E}}_i$, φ_i – напряжённость и потенциал электрического поля, создаваемого i-м зарядом в данной точке пространства.

Напряжённость и потенциал электрического поля, создаваемого заряженной до заряда Q проводящей сферой радиуса R на расстоянии r от центра шара:

$$E=0,\ \varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}=\text{const}\ \text{при}\ r<R; \qquad (3.6)$$

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},\ \varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\ \text{при}\ r\geq R. \qquad (3.7)$$

Теорема о циркуляции для электрического поля:

$$\oint_{\mathrm{L}}(\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{l}})=0, \qquad (3.8)$$

где L – произвольный замкнутый контур.

Теорема Гаусса для напряжённости электрического поля:

$$\oint_{\mathrm{S}}(\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{S}})=\frac{Q}{\varepsilon_0}, \qquad (3.9)$$

где S – произвольная замкнутая поверхность;

Q – алгебраическая сумма всех зарядов, находящихся внутри поверхности S.

Напряжённость поля, создаваемого прямой бесконечной равномерно заряженной нитью или бесконечно длинным цилиндром радиусом R в точке, отстоящей от нити или оси цилиндра на расстояние r:

$$E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r},\ r\geq R. \qquad (3.10)$$

Напряжённость поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (3.11)$$

Электрический дипольный момент электрического диполя:

$$\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{e}}=|Q|\,\vec{\mathbf{l}}, \qquad (3.12)$$

где $\vec{\mathbf{l}}$ – плечо диполя (радиус-вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному).

Потенциал и напряжённость поля диполя на больших расстояниях:

$$\varphi=\frac{(\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{e}}\cdot\vec{\mathbf{r}})}{4\pi\varepsilon_0 r^3},\ \vec{\mathbf{E}}=\frac{3\vec{\mathbf{r}}(\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{e}}\cdot\vec{\mathbf{r}})-r^2\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{e}}}{4\pi\varepsilon_0 r^5}, \qquad (3.13)$$

где $\vec{\mathbf{r}}$ – радиус-вектор, проведённый из середины диполя в точку наблюдения, $r\gg l$.

Работа кулоновских сил по перемещению заряда из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2:

$$A_{12}=Q(\varphi_1-\varphi_2). \qquad (3.14)$$

Потенциальная энергия взаимодействия системы N зарядов:

$$W^{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}q_k\varphi_k, \qquad (3.15)$$

где φ_k – потенциал поля в месте нахождения k-го заряда, создаваемого остальными зарядами.

Механический (вращательный) момент, действующий на электрический диполь, помещённый во внешнее поле $\vec{\mathbf{E}}$:

$$\vec{\mathbf{M}} = [\vec{\mathbf{p}}_e \times \vec{\mathbf{E}}],\ M = p_e E \sin\alpha, \tag{3.16}$$

где α – угол между векторами $\vec{\mathbf{p}}_e$ и $\vec{\mathbf{E}}$.

Потенциальная энергия электрического диполя во внешнем поле $\vec{\mathbf{E}}$:

$$W^e = -(\vec{\mathbf{p}}_e \cdot \vec{\mathbf{E}}) = -p_e E \cos\alpha. \tag{3.17}$$

Индукция электрического поля, или электрическое смещение:

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{\mathbf{E}} = \varepsilon_0 \vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{P}} = \varepsilon_0 (1+\varkappa) \vec{\mathbf{E}}, \tag{3.18}$$

где $\vec{\mathbf{P}}$ – вектор поляризации (поляризованность) среды;
$\varkappa$ – относительная диэлектрическая восприимчивость среды;
$\varepsilon = 1+\varkappa$ – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Теорема Гаусса для индукции электрического поля:

$$\oint_S (\vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}) = Q, \tag{3.19}$$

где S – произвольная замкнутая поверхность;
Q – алгебраическая сумма всех свободных зарядов, находящихся внутри поверхности S.

Теорема Гаусса для вектора поляризации:

$$\oint_S (\vec{\mathbf{P}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}) = -Q_{\text{связ}}, \tag{3.20}$$

где $Q_{\text{связ}}$ – алгебраическая сумма всех связанных зарядов, находящихся внутри поверхности S.

Электроёмкость уединённого заряженного проводника

$$C = \frac{Q}{\varphi}, \tag{3.21}$$

где Q – заряд проводника;
φ – потенциал проводника.

Взаимная электроёмкость двух проводников

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U}, \tag{3.22}$$

где Q – заряд, который необходимо перенести с одного проводника на другой, чтобы изменить разность потенциалов между ними $\varphi_1 - \varphi_2$ на 1 В.

Электроёмкость уединённой проводящей сферы радиусом R

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \tag{3.23}$$

Электроёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \tag{3.24}$$

где S – площадь одной пластины конденсатора;
d – расстояние между пластинами.

Напряжённость электрического поля внутри плоского конденсатора

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}, \tag{3.25}$$

где Q – заряд на обкладках конденсатора.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}. \tag{3.26}$$

Электроёмкость системы N конденсаторов:

а) $C = \sum_{i=1}^{N} C_i$ – при параллельном соединении;

б) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$ – при последовательном соединении.

Объёмная плотность энергии электрического поля:

$$w^{\text{e}} = \frac{(\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{D}})}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \vec{\mathbf{E}}^2}{2}. \tag{3.27}$$

Постоянный ток

Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = \int_S (\vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}), \tag{3.28}$$

где $Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$ – заряд, протекающий через поперечное сечение S проводника.

Плотность тока

$$\vec{\mathbf{j}} = \frac{dI}{d\vec{\mathbf{S}}} = \vec{\mathbf{j}}_- + \vec{\mathbf{j}}_+ = \rho_- < \vec{\mathbf{v}}_- > + \rho_+ < \vec{\mathbf{v}}_+ > = e_- n_- < \vec{\mathbf{v}}_- > + e_+ n_+ < \vec{\mathbf{v}}_+ >, \tag{3.29}$$

где $\vec{\mathbf{j}}_-$ и $\vec{\mathbf{j}}_+$ – плотности токов отрицательных и положительных носителей заряда, соответственно;

ρ_- и ρ_+ – объёмные плотности отрицательных и положительных зарядов, соответственно;

n_- и n_+ – концентрации отрицательных и положительных зарядов, соответственно;

$< \vec{\mathbf{v}}_- >$ и $< \vec{\mathbf{v}}_+ >$ – средние скорости направленного движения (скорости дрейфа) отрицательных и положительных зарядов, соответственно;

Закон Ома для участка цепи:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R} = \frac{U_{12}}{R}, \tag{3.30}$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов на концах участка цепи;

$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 (\vec{\mathbf{E}}_{\text{ст}} \cdot d\vec{\mathbf{l}})$ – ЭДС, содержащаяся на данном участке;

$\vec{\mathbf{E}}_{\text{ст}}$ – напряжённость поля в проводнике, создаваемая сторонними зарядами;

$U_{12}=\varphi_1-\varphi_2+\mathcal{E}_{12}$ – напряжение на концах участка цепи;

R – полное сопротивление участка цепи.

Закон Ома для полной замкнутой цепи:

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r_\mathrm{i}}, \qquad (3.31)$$

где R – внешнее сопротивление цепи;

r_i – внутреннее сопротивление источника тока.

Сопротивление однородного проводника длиной l с поперечным сечением S:

$$R=\gamma\frac{l}{S}=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{S}, \qquad (3.32)$$

где γ – удельное сопротивление;

σ – удельная проводимость (электропроводность).

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{\mathbf{j}}=\sigma\vec{\mathbf{E}}, \qquad (3.33)$$

где $\vec{\mathbf{j}}$ – плотность тока;

σ – удельная проводимость;

$\vec{\mathbf{E}}$ – напряжённость электрического поля в проводнике.

Зависимость удельного сопротивления металлов от температуры

$$\gamma=\gamma_0(1+\alpha t), \qquad (3.34)$$

где γ_0 – удельное сопротивление при температуре $t_0=0°\mathrm{C}$;

α – температурный коэффициент сопротивления;

t – температура (в градусах Цельсия).

Сопротивление системы N проводников:

а) $R=\sum\limits_{i=1}^{N}R_i$ – при последовательном соединении;

б) $\frac{1}{R}=\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{1}{R_i}$ – при параллельном соединении.

Работа dA тока I, проходящего в течение времени dt по однородному проводнику, напряжение на концах которого U, равна

$$dA=Pdt=IUdt=I^2Rdt=\frac{U^2}{R}dt, \qquad (3.35)$$

где P – тепловая мощность тока;

R – сопротивление проводника.

Закон Джоуля – Ленца в интегральной форме:

$$\Delta Q=\langle P\rangle\Delta t=\int_0^{\Delta t}Pdt=\int_0^{\Delta t}I^2Rdt, \qquad (3.36)$$

где ΔQ – теплота, выделяемая в проводнике за время Δt;

$\langle P\rangle$ – средняя тепловая мощность тока.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$w = (\vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{E}}) = \sigma E^2, \qquad (3.37)$$

где $w = dP / dV$ – плотность тепловой мощности тока;

$\vec{\mathbf{E}}$ – напряжённость электрического поля в проводнике.

Магнитное поле

Закон Био – Савара – Лапласа определяет индукцию $d\vec{\mathbf{B}}$ магнитного поля, создаваемого элементом $d\vec{\mathbf{l}}$ тока *I*:

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi} \frac{[d\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{r}}]}{r^3}, \; dB = \frac{\mu_0 \mu I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{4\pi r^2}, \qquad (3.38)$$

где $r = |\vec{\mathbf{r}}|$ – расстояние от элемента тока $d\vec{\mathbf{l}}$ до точки, в которой измеряется магнитное поле;

$\vec{\mathbf{r}}$ – радиус-вектор, проведённый от элемента тока $d\vec{\mathbf{l}}$ до точки, в которой измеряется магнитное поле;

α – угол между направлением элемента $d\vec{\mathbf{l}}$ тока *I* и радиус-вектором $\vec{\mathbf{r}}$;

μ_0 – магнитная постоянная;

μ – относительная магнитная проницаемость среды, в которой протекает ток *I*.

Теорема Гаусса для индукции магнитного поля:

$$\oint_S (\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}) = 0, \qquad (3.39)$$

где S – произвольная замкнутая поверхность;

Теорема о циркуляции для индукции магнитного поля:

$$\oint_L (\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}) = \mu_0 I, \qquad (3.40)$$

где L – произвольный замкнутый контур с выбранным направлением обхода;

I – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром L.

Магнитная индукция поля, создаваемого током *I*, текущим по тонкому прямому бесконечному проводнику:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}, \qquad (3.41)$$

где *r* – расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}, \qquad (3.42)$$

где *R* – радиус кругового витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока радиусом *R*:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \qquad (3.43)$$

где *h* – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком тонкого проводника с током (рис. 3.1, а). Направление вектора магнитной индукции $\vec{\mathbf{B}}$ обозначено кружком с крестиком – это значит, что вектор $\vec{\mathbf{B}}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа от нас:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \tag{3.44}$$

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис. 3.1, б) выполняется соотношение $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1 = -\cos\alpha$. Тогда

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0}\cos\alpha. \tag{3.45}$$

Магнитная индукция внутри соленоида

$$B = \mu_0 \mu n I, \tag{3.46}$$

где $n = N / l$ – количество витков, приходящееся на единицу длины соленоида;
N – число витков в соленоиде;
l – длина соленоида.

Магнитный дипольный момент плоского контура с током

$$\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{m}} = I\vec{\mathbf{S}} = IS\vec{\mathbf{n}}, \tag{3.47}$$

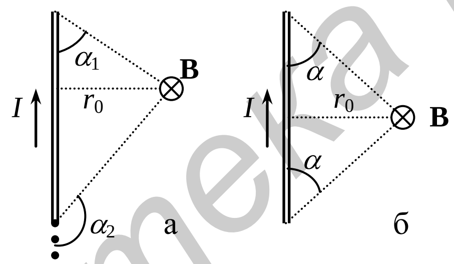

Рис. 3.1

где I – сила тока, протекающего по контуру;
$S = |\vec{\mathbf{S}}|$ – площадь контура;
$\vec{\mathbf{n}}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на магнитный диполь, помещённый во внешнее поле $\vec{\mathbf{B}}$:

$$\vec{\mathbf{M}} = [\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{m}} \times \vec{\mathbf{B}}], \; M = p_{\mathrm{m}} B \sin\alpha, \tag{3.48}$$

где α – угол между векторами $\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{m}}$ и $\vec{\mathbf{B}}$.

Потенциальная энергия контура с током (магнитного диполя) во внешнем поле $\vec{\mathbf{B}}$

$$W^{\mathrm{m}} = -(\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{m}} \cdot \vec{\mathbf{B}}) = -p_{\mathrm{m}} B \cos\alpha. \tag{3.49}$$

Индукция магнитного поля, или магнитная индукция $\vec{\mathbf{B}}$ связана с напряжённостью магнитного поля соотношением

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \mu \vec{\mathbf{H}} = \mu_0 \vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{J}} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{\mathbf{H}}, \tag{3.50}$$

где $\vec{\mathbf{J}}$ – вектор намагниченности среды;

χ – магнитная восприимчивость среды.

$\mu = 1 + \chi$ – относительная магнитная проницаемость среды.

Теорема о циркуляции для напряжённости магнитного поля (закон полного тока):

$$\oint_L (\vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}) = I, \tag{3.51}$$

где L – произвольный замкнутый контур с выбранным направлением обхода;

I – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром L.

Закон Ампера

$$d\vec{\mathbf{F}} = I[d\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{B}}],\ dF = IBdl\sin\alpha \tag{3.52}$$

определяет силу $d\vec{\mathbf{F}}$, действующую со стороны магнитного поля с индукцией $\vec{\mathbf{B}}$, на элемент $d\vec{\mathbf{l}}$ проводника с током I, помещённого в это поле, α – угол между направлением элемента $d\vec{\mathbf{l}}$ тока I в проводнике и вектором магнитной индукции $\vec{\mathbf{B}}$.

Сила взаимодействия двух прямых параллельных проводов с токами I_1 и I_2, действующая на участок проводника длиной Δl:

$$dF = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 dl}{2\pi d}, \tag{3.53}$$

где d – расстояние между проводниками.

Сила Лоренца

$$\vec{\mathbf{F}} = q(\vec{\mathbf{E}} + [\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}]), \tag{3.54}$$

определяет силу $\vec{\mathbf{F}}$, действующую со стороны электрического поля $\vec{\mathbf{E}}$ и магнитного поля $\vec{\mathbf{B}}$ на электрический заряд q, движущийся в этих полях со скоростью $\vec{\mathbf{v}}$, α – угол между направлением скорости $\vec{\mathbf{v}}$ и направлением вектора магнитной индукции $\vec{\mathbf{B}}$.

Отношение магнитного момента p_m к моменту импульса L заряженной частицы, движущейся по круговой орбите

$$\frac{p_\mathrm{m}}{L} = \frac{Q}{2m}, \tag{3.55}$$

где Q – заряд частицы;

m – масса частицы.

Поток вектора магнитной индукции $\vec{\mathbf{B}}$, или магнитный поток:

а) в случае однородного поля через плоскую поверхность площадью S

$$\Phi = B_n S = BS\cos\alpha, \tag{3.56}$$

где α – угол между направлением вектора магнитной индукции $\vec{\mathbf{B}}$ и нормалью к площадке S;

б) в случае неоднородного поля через произвольную поверхность

$$d\Phi = (\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}) = B_n dS = B\cos\alpha \cdot dS,\ \Phi = \int_S (\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}). \tag{3.57}$$

Полный магнитный поток, или потокосцепление Ψ, для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу витков

$$\Psi = N\Phi , \tag{3.58}$$

где N – число витков в соленоиде или тороиде;

Φ – магнитный поток через один виток.

Работа по перемещению замкнутого контура с током I в магнитном поле:

$$dA = Id\Phi . \tag{3.59}$$

Закон электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = -\frac{d\Psi}{dt} \tag{3.60}$$

определяет ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\mathrm{i}}$, возникающую в замкнутом контуре, если в течение времени dt полный магнитный поток через этот контур изменяется на величину $d\Psi$.

Разность потенциалов, возникающая на концах прямого проводника, движущегося со скоростью $\vec{\mathbf{v}}$ в магнитном поле:

$$U = Bl\upsilon \sin\alpha , \tag{3.61}$$

где l – длина проводника;

α – угол между векторами $\vec{\mathbf{v}}$ и $\vec{\mathbf{B}}$.

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$\Delta Q = \frac{\Delta\Psi}{R} = \frac{N\Delta\Phi}{R}, \tag{3.62}$$

где R – сопротивление контура.

Индуктивность контура

$$L = \frac{\Psi}{I} . \tag{3.63}$$

ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_{\mathrm{s}} = -L\frac{dI}{dt} . \tag{3.64}$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0 \mu n^2 V , \tag{3.65}$$

где n – число витков, приходящееся на единицу длины соленоида;

V – объём соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи с сопротивлением R и индуктивностью L:

1) при замыкании цепи: $I = \frac{\mathcal{E}}{R}[1 - e^{-t/\tau}]$,

где $\mathcal{E}$ – э.д.с. источника тока;

t – время, прошедшее после замыкания цепи;

$\tau = L/R$ – постоянная времени цепи;

2) при размыкании цепи: $I = I_0 e^{-t/\tau}$,

где I_0 – сила тока в цепи в момент $t = 0$;

t – время, прошедшее с момента размыкания цепи;

$\tau = L/R$ – постоянная времени цепи.

Собственная энергия тока I:

$$W^{\mathrm{m}} = \frac{LI^2}{2} \qquad (3.66)$$

определяет энергию магнитного поля, сосредоточенную в пространстве, окружающем проводник с током.

В длинном соленоиде энергия W магнитного поля сосредоточена в объёме соленоида V:

$$W^{\mathrm{m}} = \frac{\mu_0 \mu n^2 I^2 V}{2}. \qquad (3.67)$$

Объёмная плотность энергии магнитного поля:

$$w^{\mathrm{m}} = \frac{(\vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{H}})}{2} = \frac{\mu_0 \mu \vec{\mathbf{H}}^2}{2}, \qquad (3.68)$$

где $\vec{\mathbf{B}}$ – магнитная индукция;

$\vec{\mathbf{H}}$ – напряжённость магнитного поля.

3.2. Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

А1. Одинаковые металлические шарики с зарядами $q_1 = +1\,\text{мкКл}$ и $q_2 = +4\,\text{мкКл}$ находятся на расстоянии $l_0 = 1\,\text{м}$ друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние следует развести шарики, чтобы сила их кулоновского взаимодействия осталась прежней:

1) 1,10 м; 2) 1,25 м; 3) 1,40 м; 4) 1,50 м?

А2. Сферическая поверхность охватывает точечные заряды $q_1 = 5\,\text{нКл}$ и $q_2 = -2\,\text{нКл}$. Определить поток $\Phi_E\ (\text{В} \cdot \text{м})$ вектора напряжённости электростатического поля через поверхность:

1) $335\,\text{В} \cdot \text{м}$; 2) $339\,\text{В} \cdot \text{м}$; 3) $344\,\text{В} \cdot \text{м}$; 4) $347\,\text{В} \cdot \text{м}$.

А3. Во сколько раз увеличится ёмкость воздушного плоского конденсатора, пластины которого расположены вертикально, если конденсатор наполовину погрузить в жидкий диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 5$:

1) 5,0; 2) 3,0; 3) 2,5; 4) 1,5?

А4. Закон Ома в дифференциальной форме имеет вид:

1) $I = \dfrac{U}{R}$; 2) $I = U \cdot R$; 3) $\vec{\mathbf{j}} = \sigma \vec{\mathbf{E}}$; 4) $\vec{\mathbf{j}} = \dfrac{\vec{\mathbf{E}}}{\sigma}$.

А5. Два резистора сопротивлениями $R_1 = 12\,\text{Ом}$ и $R_2 = 4\,\text{Ом}$ соединены параллельно. Последовательно к ним включен резистор $R_3 = 3\,\text{Ом}$. Найти силу тока I в резисторе R_1, если падение напряжения на резисторе R_3 составляет $U_3 = 9\,\text{В}$:

1) 0,50 А; 2) 0,65 А; 3) 070 А; 4) 0,75 А.

А6. Определить силу тока, протекающего по плоскому контуру площадью $S = 5\,\text{см}^2$, находящемуся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5\,\text{Тл}$, если максимальный механический момент, действующий со стороны поля, равен $M = 0{,}25\,\text{мН}\cdot\text{м}$:

1) 1 А; 2) 2 А; 3) 4 А; 4) 6 А.

А7. Частица влетает в однородное магнитное поле со скоростью $\upsilon = 10^8\,\text{см/с}$ и движется по дуге окружности радиусом $r = 10{,}4\,\text{см}$. Индукция магнитного поля $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. Направление скорости частицы перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить отношение заряда частицы к её массе q/m:

1) $5{,}6\cdot10^6\,\text{Кл/кг}$; 2) $9{,}6\cdot10^7\,\text{Кл/кг}$; 3) $8{,}6\cdot10^8\,\text{Кл/кг}$; 4) $6{,}8\cdot10^9\,\text{Кл/кг}$.

А8. Магнитная индукция переменного поля меняется по закону $B = 0{,}03\cos\pi t$, где t – время в секундах. Линии индукции перпендикулярны контуру площадью $S = 1\,\text{м}^2$. Определить: среднюю ЭДС индукции $<\varepsilon>$, возникающую в контуре за промежуток времени $\Delta t = 1\,\text{с}$ от начала включения поля; мгновенную ЭДС индукции $\mathcal{E}$ в момент $t = 1\,\text{с}$:

1) 0,06 В; 0,06 В; 2) 0,60 В; 0,30 В; 3) 0,06 В; 0 В; 4) 0,05 В; 0,25 В.

В1. Между пластинами плоского конденсатора, расположенного горизонтально, на расстоянии $l = 10\,\text{см}$ от нижней пластины «висит» заряженный шарик. Разность потенциалов между пластинами $U_1 = 400\,\text{В}$. Через какое время шарик упадет на нижнюю пластину, если разность потенциалов мгновенно уменьшить до $U_2 = 200\,\text{В}$?

В2. С какой силой (на единицу длины) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\tau = 3\cdot10^{-8}\,\text{Кл/см}$, находящиеся на расстоянии $r = 2\,\text{см}$ друг от друга?

В3. Из проволоки длиной 60 см и сопротивлением 20 Ом сделали квадратный контур и подключили к источнику постоянного напряжения 100 В. Определить индукцию магнитного поля в центре контура.

В4. Электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Скорость электрона $\upsilon = 4\cdot10^7\,\text{м/с}$. Индукция магнитного поля $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. Определить тангенциальное ускорение a_τ и нормальное ускорение a_n электрона в магнитном поле.

С1. Колебательный контур состоит из катушки с общим числом витков $N = 100$ и индуктивностью $L = 10\,\text{мкГн}$ и конденсатора ёмкостью $C = 1\,\text{нФ}$. Максимальное напряжение на обкладках конденсатора $U_m = 100\,\text{В}$. Определить максимальный магнитный поток Φ_m, пронизывающий катушку.

С2. Заряд равномерно распределён по тонкому прямому стержню длиной $l = 20\,\text{см}$. Поверхностная плотность заряда $\tau = 200\,\text{нКл/м}$. Определить напряжённость поля E, создаваемого зарядом в точке, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20\,\text{см}$ от ближайшего конца.

Вариант 2

А1. Два замкнутых круговых проводника лежат в одной плоскости. При одинаковом изменении индукции однородного магнитного поля в первом возникла ЭДС индукции $\mathcal{E}_1 = 0{,}15\,\text{В}$, а во втором – $\mathcal{E}_2 = 0{,}6\,\text{В}$. Определить во сколько раз длина второго проводника больше первого:

1) 5; 2) 4; 3) 3; 4) 2.

А2. На двух проводящих концентрических сферах с радиусами $R_1 = 20\,\text{см}$ и $R_2 = 40\,\text{см}$ находятся заряды $q_1 = -0{,}2\,\text{мкКл}$ и $q_2 = 0{,}3\,\text{мкКл}$, соответственно. Определить модуль напряжённости электрического поля E на расстоянии $r = 60\,\text{см}$ от поверхности внешней сферы:

1) 450 В/м; 2) 600 В/м; 3) 750 В/м; 4) 900 В/м.

А3. Определить, с какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл/см^2:

1) 5,1 Н/м^2; 2) 10,2 Н/м^2; 3) 15,5 Н/м^2; 4) 20,0 Н/м^2.

А4. Напряжённость электрического поля плоского воздушного конденсатора $E = 1000\,\text{В/м}$, ёмкость конденсатора $C = 4\,\text{мкФ}$. Определить энергию электрического поля конденсатора, если расстояние между его обкладками $d = 1\,\text{мм}$:

1) 2 мкДж; 2) 4 мкДж; 3) 6 мкДж; 4) 10 мкДж.

А5. Через проводник с площадью поперечного сечения $S = 1{,}6\,\text{мм}^2$ за $\Delta t = 2\,\text{с}$ прошло $N = 2 \cdot 10^{19}$ электронов. Определить плотность тока j:

1) $1\,\text{А/мм}^2$; 2) $10\,\text{А/мм}^2$; 3) $13\,\text{А/мм}^2$; 4) $21\,\text{А/мм}^2$.

А6. При сопротивлении нагрузки $R_1 = 4\,\text{Ом}$ в электрической цепи идет ток $I_1 = 0{,}2\,\text{А}$, а при сопротивлении нагрузки $R_2 = 7\,\text{Ом}$ – ток $I_2 = 0{,}14\,\text{А}$. Определить ЭДС источника тока

1) 1,0 В; 2) 1,2 В; 3) 1,4 В; 4) 1,5 В.

А7. Проводящая рамка, имеющая $N = 500$ витков площадью $S = 12\,\text{см}^2$ каждый, замкнута на гальванометр, сопротивление которого составляет $R = 5\,\text{кОм}$. Рамка находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-2}\,\text{Тл}$, причём силовые линии поля перпендикулярны плоскости рамки. Какой заряд пойдёт по цепи гальванометра, если рамку повернуть на угол $\alpha = 180°$:

1) 4,2 мкКл; 2) 4,5 мкКл; 3) 4,8 мкКл; 4) 5,5 мкКл?

А8. Определить, при какой скорости v (Мм/с) пучок заряженных частиц, двигаясь перпендикулярно скрещенным под прямым углом электрическому и магнитному полям, не отклоняется. Напряжённость электрического поля $E = 100\,\text{кВ/м}$, магнитная индукция $B = 50\,\text{мТл}$.

1) 0,5 Мм/с; 2) 1,0 Мм/с; 3) 2,0 Мм/с; 4) 10 Мм/с.

B1. Рамка площадью $S = 100\,\text{см}^2$ расположена перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. Рамка начинает равномерно вращаться с частотой $n = 5\,\text{с}^{-1}$. Определить мгновенное значение ЭДС индукции $\mathcal{E}$ (мВ) через $t = 50\,\text{мс}$ после начала вращения.

B2. Какой заряд появится на заземлённой проводящей сфере радиусом $R = 3\,\text{см}$, если на расстоянии $r = 10\,\text{см}$ от её центра поместить точечный заряд $q_1 = -20\,\text{мкКл}$?

B3. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией $B = 2\,\text{мТл}$, движется по круговой орбите радиусом $R = 15\,\text{см}$. Определить магнитный момент эквивалентного кругового тока p_m $(\text{пА} \cdot \text{м}^2)$.

B4. Плоский конденсатор заряжен до разности потенциалов $U = 300\,\text{В}$ и отключён от источника тока. Заряд на обкладках $q = 100\,\text{мкКл}$. Определить работу внешней силы по увеличению расстояния между пластинами конденсатора вдвое.

C1. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного провода, в точке, равноудалённой от концов отрезка и находящейся на расстоянии $d = 4\,\text{см}$ от его середины. Длина отрезка провода $l = 20\,\text{см}$, а сила тока в проводе $I = 10\,\text{А}$.

C2. Два длинных, тонких равномерно заряженных ($\tau = 1\,\text{мкКл/м}$) стержня расположены перпендикулярно друг другу так, что точка пересечения их осей находится на расстояниях $a = 10\,\text{см}$ и $b = 15\,\text{см}$ от ближайших концов стержней. В эту точку поместили точечный заряд $q = 10\,\text{нКл}$. Определить силу взаимодействия заряда и стержней.

Вариант 3

A1. Круглая рамка радиусом $r = 0{,}5\,\text{м}$ расположена в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}3\,\text{Тл}$ так, что нормаль к рамке параллельна вектору $\vec{\mathbf{B}}$. Затем рамка поворачивается на угол $\varphi = \pi$. Определить изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через площадь рамки:

1) 3,26 Вб; 2) 3,62 Вб; 3) 4,58 Вб; 4) 4,71 Вб.

A2. Кольцо радиусом $r = 1\,\text{м}$ и сопротивлением $R = 0{,}1\,\text{Ом}$ помещено в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. Плоскость кольца перпендикулярна индукции поля. Определить, какой заряд q (Кл) пройдёт через поперечное сечение кольца при исчезновении поля:

1) 2,75 Кл; 2) 2,97 Кл; 3) 3,14 Кл; 4) 6,28 Кл.

А3. Шарик массой $m = 10\text{г}$ подвешен вблизи земли на невесомой и непроводящей нити в однородном электрическом поле напряжённостью $E = 1000\ \text{В/м}$. Определить минимальное значение модуля силы натяжения нити F (Н), если заряд шарика равен $q = 1\text{мКл}$:

1) 0,9 Н; 2) 1,2 Н; 3) 1,5 Н; 4) 1,8 Н.

А4. Поверхностная плотность заряда на обкладках плоского конденсатора $\sigma = 2\ \text{нКл/м}^2$. Точечный заряд $q = 1\,\text{нКл}$ перемещается перпендикулярно обкладкам на расстояние $\Delta r = 3\,\text{см}$. Определить работу A по перемещению заряда:

1) 60 мкДж; 2) 64 мкДж; 3) 68 мкДж; 4) 70 мкДж.

А5. Объёмная плотность энергии электростатического поля определяется формулой:

1) $w = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$; 2) $w = \dfrac{\varepsilon E U}{2}$; 3) $w = \dfrac{\varepsilon U^2}{2E}$; 4) $w = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2}{2}$.

А6. Два резистора сопротивлением $R_1 = 12\,\text{Ом}$ и $R_2 = 4\,\text{Ом}$ соединены параллельно. Последовательно к ним включён резистор $R_3 = 3\,\text{Ом}$. Найти силу тока I в резисторе R_1, если падение напряжения на резисторе R_3 составляет $U_3 = 9\,\text{В}$:

1) 0,50 А; 2) 0,65 А; 3) 0,70 А; 4) 0,75 А.

А7. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 24\,\text{В}$. Наибольшая сила тока, которую она может дать $I_{\max} = 10\,\text{А}$. Найти наибольшую мощность $P_{\max}$, которая может выделяться во внешней цепи:

1) 50 Вт; 2) 60 Вт; 3) 80 Вт; 4) 100 Вт.

А8. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30°$ к линии индукции и движется по спирали. Определить радиус спирали r, если за один оборот частица смещается вдоль линий индукции поля на $l = 6{,}28\,\text{см}$:

1) 0,2 см; 2) 0,4 см; 3) 0,6 см; 4) 1,0 см.

В1. Электрон движется прямолинейно с постоянной скоростью $v = 0{,}2\,\text{Мм/с}$. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого электроном в точке, находящейся на расстоянии $r = 2\,\text{нм}$ от электрона и лежащей на прямой, проходящей через мгновенное положение электрона и составляющей угол $\alpha = 45°$ со скоростью движения электрона.

В2. Катушка длиной $l = 50\,\text{см}$ и диаметром $d = 5\,\text{см}$ содержит $N = 200$ витков. По катушке течет ток $I = 1\,\text{А}$. Определить индуктивность катушки L и магнитный поток Ф, пронизывающий площадь её поперечного сечения.

В3. Определить напряжённость поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p_e = 1\,\text{нКл}\cdot\text{м}$ на расстоянии $r = 25\,\text{см}$ от центра диполя в направлении, перпендикулярном оси диполя.

В4. Заряд равномерно распределён по тонкому прямому стержню с линейной плотностью $\tau = 15\,\text{нКл}/\text{м}$. На расстоянии $a = 40\,\text{см}$ от конца стержня находится точечный заряд $q = 10\,\text{мкКл}$. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия F (мН) стержня и заряда q.

С1. Удалённые друг от друга изолированные проводники с одинаковыми зарядами имеют потенциалы $\varphi_1 = 20\,\text{В}$ и $\varphi_2 = 30\,\text{В}$, соответственно. Каким станет потенциал этих проводников, если их соединить тонкой проволокой?

С2. По П-образной рамке, наклонённой под углом $\alpha = 30°$ к горизонту и помещённой в однородное магнитное поле, начинает двигаться без трения перемычка массой $m = 30\,\text{г}$. Длина перемычки $l = 10\,\text{см}$, её сопротивление $R = 1\,\text{мОм}$, индукция магнитного поля $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. Найти установившуюся скорость движения перемычки.

Вариант 4

А1. Прямой проводник, по которому течёт постоянный ток, расположен в однородном магнитном поле так, что направление тока в проводнике составляет угол $\alpha_1 = 30°$ с направлением линии магнитной индукции. Во сколько раз изменится сила, действующая на проводник, если его расположить под углом $\alpha_2 = 60°$ к направлению линий магнитной индукции:

1) увеличится в 2 раза; 2) увеличится в $\sqrt{2}$ раз;
3) уменьшится в $\sqrt{3}$ раз; 4) увеличится в $\sqrt{3}$ раз?

А2. Сила тока в контуре меняется по закону $I = 30 + 50t\,(\text{А})$. Найти магнитный поток, пронизывающий контур в конце восемнадцатой секунды, если при $t = 0$ поток равен $\Phi_0 = 0{,}1\,\text{Вб}$:

1) 2,5 Вб; 2) 3,1 Вб; 3) 4,2 Вб; 4) 5,1 Вб.

А3. Определить энергию магнитного поля катушки *W*, в которой при силе тока $I = 7{,}5\,\text{А}$ магнитный поток через один виток $\Phi = 4\,\text{мВб}$. Число витков в катушке $N = 100$.

1) 1,5 Дж; 2) 2,3 Дж; 3) 3,7 Дж; 4) 4,5 Дж.

А4. Электрон влетел в однородное электрическое поле напряжённостью $E = 60\,\text{кВ/м}$ со скоростью $v = 8\,\text{Мм/с}$ перпендикулярно линиям напряжённости. Определить величину его скорости в момент времени $t = 5/9\,\text{нс}$:

1) 1 Мм/с; 2) 3 Мм/с; 3) 5 Мм/с; 4) 10 Мм/с.

А5. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 0{,}1\,\text{нКл/см}^2$ расположена круглая пластина. Нормаль к плоскости пластины составляет с линиями напряжённости угол $\alpha = 30°$. Определить поток вектора напряжённости Φ_E через эту пластину, если её радиус равен $r = 15$ см:

1) $3{,}15\,\text{кВ}\cdot\text{м}$; 2) $3{,}32\,\text{кВ}\cdot\text{м}$; 3) $3{,}46\,\text{кВ}\cdot\text{м}$; 4) $3{,}63\,\text{кВ}\cdot\text{м}$.

А6. Конденсатор ёмкостью $C = 8$ мкФ подключен к источнику тока напряжением $U = 100$ В. Вычислить работу, которую необходимо совершить, чтобы задвинуть в конденсатор пластину с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$. Пластина заполняет весь объём конденсатора.

1) 0,08 Дж; 2) 0,10 Дж; 3) 0,12 Дж; 4) 0,15 Дж.

А7. В сеть напряжением $U = 220$ В включили последовательно резистор $R_1 = 2$ кОм и вольтметр. Показания вольтметра $U_1 = 80$ В. При замене резистора R_1 на резистор R_2 вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Найти сопротивление резистора R_2:

1) 3 кОм; 2) 4 кОм; 3) 5 кОм; 4)6 кОм.

А8. Найти минимальную ЭДС источника тока с внутренним сопротивлением $r = 4$ Ом, при которой он в состоянии за $t = 1$ ч нагреть воду в электрочайнике с температуры $T_1 = 303$ К до $T_2 = 373$ К. КПД кипятильника $\eta = 100\,\%$, теплоёмкость воды $C = 2520$ Дж/К.

1) 28 В; 2) 32 В; 3) 45 В; 4) 50 В.

В1. Пучок протонов влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Протоны движутся в магнитном поле по дуге окружности радиусом $R = 20$ см и попадают на заземлённую мишень. Определить тепловую мощность P (Вт), выделяющуюся в мишени, если сила тока в пучке $I = 0{,}1$ мА.

В2. Тороид с воздушным сердечником содержит $N = 20$ витков на 1 см. Определить объёмную плотность энергии w (Дж/м^3) в тороиде, если по его обмотке протекает ток $I = 3$ А.

В3. При перемещении точечного заряда с расстояния $r_1 = 6$ см до $r_2 = 2$ см перпендикулярно бесконечно длинной заряженной нити совершается работа $A = 50$ мкДж. Определить величину точечного заряда q (нКл). Линейная плотность заряда нити $\tau = 3$ мкКл/м.

В4. Две концентрические проводящие сферы имеют радиусы $R_1 = 8$ см и $R_2 = 10$ см. Внешняя сфера заряжена, а внутренняя – электронейтральна. Внутреннюю сферу заземляют с помощью тонкой проволоки, проходящей через маленькое отверстие во внешней сфере. Во сколько раз уменьшится при этом потенциал внешней сферы?

С1. На тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом $R = 10$ см, равномерно распределён заряд $q = 20$ нКл. Длина нити равна четверти длины окружности. Определить напряжённость поля E, создаваемого нитью в точке, совпадающей с центром кривизны дуги.

С2. Два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении находятся друг от друга на расстоянии X. Чтобы их раздвинуть до расстояния $2X$, на каждый сантиметр длины проводника затрачивается работа $A = 138\,\text{нДж/см}$. Определить силу тока I в проводниках.

Вариант 5

А1. Через лампочку сопротивлением $R = 1\,\text{Ом}$, подключённую к аккумулятору, протекает ток силой $I = 15\,\text{А}$. Определить уменьшение энергии, запасённой в аккумуляторе, за $\Delta t = 20\,\text{мин}$. Внутренним сопротивлением аккумулятора и сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

1) 150 кДж; 2) 210 Дж; 3)270 кДж; 4)300 Дж.

А2. Постоянный ток силой 10 А течёт по отрезку тонкого проводника (рис. 3.2). Точка O находится на серединном перпендикуляре к отрезку на расстоянии 4,5 см от него. Если угол $\varphi = 60°$, то модуль индукции магнитного поля этого тока в точке О равен:

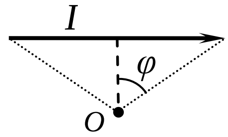

Рис. 3.2

1) 19,2 мкТл; 2) 22,2 мкТл; 3) 44,4 мкТл; 4) 38,5 мкТл.

А3. Круговой контур радиусом 0,25 м находится в однородном магнитном поле с индукцией 50 мТл, так, что плоскость контура образует с силовыми линиями поля угол 60°. Если по контуру течет ток силой 2 А, то модуль механического момента, действующего на рамку, равен:

1) 17,0 мН·м; 2) 9,81 мН·м; 3) 12,5 мН·м; 4) 3,92 мН·м.

А4. В однородном магнитном поле с индукцией 0,4 мТл расположена прямоугольная рамка *abcd*, подвижная сторона *ab* которой перемещается с постоянной скоростью 15 м/с (рис. 3.3). Если длина подвижной стороны рамки равна 0,2 м, то ЭДС индукции в рамке составляет:

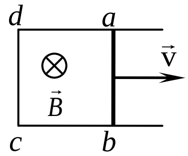

Рис. 3.3

1) 12,0 В; 2) 6,0 В; 3) 0,6 мВ; 4) 1,2 мВ.

А5. Потенциалы точек A и B, лежащих на одной линии напряжённости в электростатическом поле точечного заряда, равны 30 и 20 В, соответственно. Определить потенциал точки C, лежащей посередине между точками A и B:

1) 28 В; 2) 22 В; 3) 24 В; 4) 25 В.

А6. По всему объёму шара радиусом 3 см равномерно распределён заряд 4,8 нКл. На расстоянии 2,4 см от центра шара модуль напряжённости равен:

1) 48,0 кВ/м; 2) 93,7 кВ/м; 3) 38,4 кВ/м; 4) 75,0 кВ/м.

А7. Два конденсатора, рассчитанные на максимальное напряжение $U_1 = 300\,\text{В}$ каждый, но имеющие разные ёмкости $C_1 = 500\,\text{пФ}$ и $C_2 = 300\,\text{пФ}$, соединены последовательно. Какое наибольшее напряжение U_{max} можно приложить к такому составному конденсатору:

1) 400 В; 2) 440 В; 3) 480 В; 4) 510 В?

А8. Определить ЭДС источника тока, если при силе тока $I_1 = 30\,\text{А}$ во внешней цепи выделяется мощность $P_1 = 180\,\text{Вт}$, а при силе тока $I_2 = 10\,\text{А}$ мощность равна $P_2 = 100\,\text{Вт}$:

1) 12 В; 2) 15 В; 3) 20 В; 4) 22 В.

В1. Какую работу надо совершить, чтобы перенести точечный заряд $q = 6\,\text{нКл}$ из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $l = 10\,\text{см}$ от поверхности металлического шарика, потенциал которого $\varphi = 200\,\text{В}$, а радиус $R = 2\,\text{см}$? Шарик находится в воздухе, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$.

В2. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток силой $I_1 = 10\,\text{А}$. Под ним на расстоянии $d = 1{,}5\,\text{см}$ находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому течёт ток $I_2 = 1{,}5\,\text{А}$. Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода S (м^2), чтобы он удерживался незакреплённым. Плотность алюминия $\rho = 2{,}7\,\text{г/см}^3$.

В3. В импульсной фотовспышке лампа питается от конденсатора ёмкостью $C = 800\,\text{мкФ}$, заряженного до напряжения $U = 300\,\text{В}$. Найти энергию вспышки и среднюю мощность, если продолжительность разрядки $\tau = 2{,}4\,\text{мс}$.

В4. На тонком кольце массой $m = 10\,\text{г}$ и радиусом $r = 8\,\text{см}$ находится заряд, распределённый с линейной плотностью $\tau = 10\,\text{нКл/м}$. Кольцо равномерно вращается с частотой $\nu = 15\,\text{Гц}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через ее центр. Определить: 1) магнитный момент кругового тока $p_\text{m}\,(\text{нА}\cdot\text{м}^2)$, создаваемого кольцом; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса кольца $p_\text{m}/L\,(\text{нКл/кг})$.

С1. Определить линейную плотность бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда $Q = 1\,\text{нКл}$ с расстояния $r_1 = 5\,\text{см}$ до $r_2 = 2\,\text{см}$ в направлении, перпендикулярном нити, равна $A = 50\,\text{мкДж}$.

С2. По соленоиду длиной $l = 50\,\text{см}$ и диаметром $d = 2\,\text{см}$, имеющему $N = 1000$ витков, протекает ток $I = 2\,\text{мА}$. Определить энергию магнитного поля в соленоиде W^m (нДж) и объёмную плотность энергии $w^\text{m}\,(\text{мкДж/м}^3)$.

Вариант 6

А1. Батарея включена на сопротивление $R_1 = 10\,\text{Ом}$, через которое протекает ток силой $I_1 = 3\,\text{А}$. Если ту же батарею включить на сопротивление $R_2 = 20\,\text{Ом}$, то сила тока будет $I_2 = 1{,}6\,\text{А}$. Найти ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление батареи *r*:

1) 2,07 В; 1,43 Ом; 2) 4,29 В; 13,48 Ом;

3) 4,29 В; 1,43 Ом; 4) 2,07 В; 13,48 Ом.

А2. ЭДС источника тока $\mathcal{E} = 2{,}17\ \text{В}$, внутреннее сопротивление $r = 1\ \text{Ом}$. К источнику подключён резистор сопротивлением $R = 2\ \text{Ом}$. Какую силу тока I в этой цепи покажет амперметр с сопротивлением $R_a = 0{,}1\ \text{Ом}$:

1) 0,5 А; 2) 0,6 А; 3) 0,7 А; 4) 0,9 А?

А3. Постоянный ток силой 10 А течёт по отрезку тонкого проводника (рис. 3.4). Точка О находится на перпендикуляре к отрезку, проходящем через один из его концов, на расстоянии 4,5 см от него. Если угол $\varphi = 60°$, то модуль индукции магнитного поля этого тока в точке О равен:

1) 0; 2) 19,2 мкТл; 3) 38,5 мкТл; 4) 11,1 мкТл.

А4. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 52,2 В, влетает в поперечное однородное магнитное поле с индукцией 20 мТл. Радиус траектории движения протона в этом поле, равен:

1) 5,2 см; 2) 1,9 см; 3) 2,6 см; 4) 1,9 м.

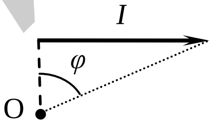

Рис. 3.4

А5. Горизонтальный проводящий стержень длиной 1,2 м вращается в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией 50 мкТл вокруг оси, проходящей через один из концов стержня перпендикулярно к нему. Если разность потенциалов на концах стержня составляет 1,4 мВ, то частота его вращения равна:

1) 38,9 Гц; 2) 3,1 Гц; 3) 6,2 Гц; 4) 7,4 Гц.

А6. На двух проводящих концентрических сферах радиусами 20 см и 40 см находятся заряды –0,2 и +0,3 мкКл. Определить модуль напряжённости электростатического поля в точке, находящейся на расстоянии 60 см от поверхности внешней сферы:

1) 0,5 кВ/м; 2) 0,9 кВ/м; 3) 0,8 кВ/м; 4) 0,6 кВ/м.

А7. Бесконечно длинный цилиндр радиусом 5 см равномерно заряжен с объёмной плотностью заряда 39,4 нКл/м^3. Модуль напряжённости в точке, удалённой на расстояние 3 см от оси цилиндра, равен:

1) 133,6 В/м; 2) 185,5 В/м; 3) 111,3 В/м; 4) 66,8 В/м.

А8. Плоский конденсатор ёмкостью $C = 1\ \text{пФ}$ с зарядом $q = 1\ \text{нКл}$ на обкладках погрузили на 2/3 его объёма в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$, так, что его пластины перпендикулярны поверхности жидкости. Определить разность потенциалов U между пластинами погружённого конденсатора:

1) 200 В; 2) 400 В; 3) 600 В; 4) 800 В.

В1. Электрон в бетатроне движется по орбите радиусом $R = 0{,}5\ \text{м}$ и приобретает за один оборот кинетическую энергию в $E_\text{к} = 20\ \text{эВ}$. Если скорость изменения среднего по площади орбиты значения магнитной индукции $\partial B / \partial t$ считать постоянной, то её значение равно … .

В2. Бесконечно длинный провод образует круговую петлю, касательную к проводу. По проводу идёт ток силой 5 А. Найти радиус петли, если известно, что напряжённость магнитного поля в центре петли равна 41 А/м.

В3. Две длинные параллельные нити, несущие равномерно распределённый положительный заряд, находятся на расстоянии $r = 10$ см друг от друга. Определить напряжённость электростатического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = r = 10$ см. Линейная плотность заряда на нитях одинакова и равна $\tau = 10$ мкКл/м.

В4. При помощи электрометра сравнивали между собой ёмкости двух конденсаторов. Для этого заряжали их до разных потенциалов $U_1 = 300$ В и $U_2 = 100$ В, и соединяли оба конденсатора параллельно. Измеренная при этом разность потенциалов между обкладками оказалась равной $U = 250$ В. Найти отношение ёмкостей C_1 / C_2.

С1. Потенциалы точек *A* и *B*, лежащих на одной силовой линии поля созданного точечным зарядом, равны 20 В и 30 В. Определить потенциал точки, лежащей посередине между точками *A* и *B*.

С2. Квадратный контур со стороной $a = 5$ см расположен в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1{,}5$ Тл, так, что плоскость контура образует с силовыми линиями поля угол $\varphi = 30°$. В контуре поддерживается постоянный ток силой $I = 70$ А. Под действием сил Ампера контур меняет форму на окружность, не изменяя своей ориентации относительно силовых линий поля. Определить работу, совершаемую при этом силами Ампера.

Вариант 7

А1. Определить электрическую энергию сферы радиусом 4,0 см, заряженной до потенциала 300 В:

1) 0,3 мкДж; 2) 0,5 мкДж; 3) 0,4 мкДж; 4) 0,2 мкДж.

А2. Два проводника при последовательном соединении дают сопротивление $R_1 = 27$ Ом, а при параллельном соединении $R_2 = 6$ Ом. Определить модуль разности сопротивлений этих проводников ΔR:

1) 9 Ом; 2) 15 Ом; 3) 18 Ом; 4) 21 Ом.

А3. Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме имеет вид:

1) $dQ = \dfrac{U^2}{R}dt$; 2) $dQ = IUdt$; 3) $w = \sigma E^2$; 4) $w = \dfrac{j^2}{E}$.

А4. По круговому витку радиусом 0,1 м из тонкого провода циркулирует постоянный ток силой 12 А. Модуль индукции магнитного поля этого тока в его центре равен:

1) 75,4 мкТл; 2) 24,0 мкТл; 3) 0; 4) 75,4 мТл

А5. Электрон движется в однородном магнитном поле индукцией 0,6 мТл по винтовой линии радиусом 4,7 мм с шагом 2,6 см. Модуль скорости электрона равен:

1) $4{,}9\cdot10^5$ м/с; 2) $9{,}3\cdot10^5$ м/с; 3) $6{,}6\cdot10^5$ м/с; 4) $4{,}4\cdot10^5$ м/с.

А6. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл равномерно вращается рамка с частотой 50 Гц, содержащая 1000 проводящих витков площадью 120 см^2 каждый. Ось вращения рамки лежит в её плоскости и перпендикулярна силовым линиям поля. В момент времени, когда угол между нормалью к рамке и силовыми линиями поля составляет 30°, ЭДС индукции в рамке равна:

1) 326,3 В; 2) 60,0 В; 3) 188,4 В; 4) 376,8 В.

А7. По направлению линии напряжённости однородного электрического поля движется электрон, скорость которого на пути 2,7 мм изменилась в два раза. Напряжённость поля 500 В/м. Скорость электрона в конце пути равна:

1) $6\cdot10^5$ м/с 2) $5\cdot10^5$ м /с 3) $4\cdot10^5$ м /с; 4) $3\cdot10^5$ м /с.

А8. Бесконечно длинный цилиндр радиусом 6 см равномерно заряжен с объёмной плотностью заряда 39,4 нКл/м^3. Модуль напряжённости в точке, удалённой на расстояние 15 см от оси цилиндра, равен:

1) 133,6 В/м; 2) 53,4 В/м; 3) 106,8 В/м; 4) 333,9 В/м.

В1. В однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции влетел электрон, ускоренный электрическим полем. Величина магнитной индукции $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. Разность потенциалов электрического поля $U = 400\,\text{В}$. Определить частоту вращения электрона и радиус его траектории.

В2. На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения $D = 5\,\text{см}$ и содержащий 20 витков на 1 см длины, плотно надет круговой виток из медного провода сечением $S = 1\,\text{мм}^2$. Ток в обмотке соленоида увеличивают ежесекундно на 100 А. Удельное сопротивление меди равно $\rho = 1{,}7\cdot10^{-8}\,\text{Ом}\cdot\text{м}$. Найти силу тока в медном витке.

В3. Два одинаковых шарика, имеющих заряды $q = 400\,\text{нКл}$, соединены пружиной и находятся на гладком горизонтальном столе. Шарики колеблются так, что расстояние между ними меняется от L до $4L$. Найти жёсткость пружины k (Н/м), если известно, что её длина в свободном состоянии равна $2L$, где $L = 2\,\text{см}$.

В4. Какая работа совершается при перенесении точечного заряда $q = 2\cdot10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1\,\text{см}$ от поверхности проводящего шара радиусом $R = 1\,\text{см}$ с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2\cdot10^{-8}$ Кл/см^2?

С1. По сферической оболочке радиусом $R_1 = 20\,\text{см}$ равномерно распределён заряд $Q = 5\,\text{мкКл}$. Найти работу электрических сил при расширении этой оболочки до радиуса $R_2 = 40\,\text{см}$.

С2. По однородному прямому проводу, радиус сечения которого равен $r = 7\,\text{см}$, течёт постоянный ток, плотность которого зависит от расстояния r до оси провода как $j(r) = j_0 r$, где $j_0 = 75\,\text{кА/м}^2$. Магнитная проницаемость провода и окружающей среды $\mu = 1$. Найти модуль индукции магнитного поля тока в точке, удалённой от оси провода на расстояние $R = 5\,\text{см}$.

Вариант 8

А1. Нить длиной 90 см равномерно заряжена с линейной плотностью заряда 6 мкКл/м. На оси нити на расстоянии 60 см от ближайшего её конца находится точечный заряд 4 мкКл. Модуль илы взаимодействия между этим зарядом и нитью равен:

1) 540 мН; 2) 176 мН; 3) 86 мН; 4) 216 мН.

А2. Конденсатор электроёмкостью $C_1 = 3{,}0\,\text{мкФ}$ заряжен до разности потенциалов $U = 40\,\text{В}$. После отключения его от источника напряжения, к нему параллельно подключили конденсатор с электроёмкостью $C_2 = 5{,}0\,\text{мкФ}$. Определить энергию, которая выделилась при соединении конденсаторов:

1) 2,1 мДж; 2) 1,2 мДж; 3) 1,8 мДж; 4) 1,5 мДж.

А3. Проволоку длиной $l_0 = 1\,\text{м}$ растянули так, что её длина стала $l_1 = 110\,\text{см}$. На сколько процентов при этом увеличилось её сопротивление:

1) 10 %; 2) 11 %; 3) 20 %; 4) 21 %?

А4. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}02\,\text{Тл}$, имея импульс $P = 3{,}2 \cdot 10^{-23}\,\text{Н} \cdot \text{с}$. Определить радиус окружности:

1) 1 см; 2) 2 см; 3) 5 см; 4) 10 см.

А5. По круговому витку радиусом 0,40 м из тонкого провода циркулирует постоянный ток силой 12 А. Модуль индукции магнитного поля этого тока на оси витка в точке, отстоящей от его центра на расстояние 0,30 м, равен:

1) 18,84 мкТл; 2) 6,14 мкТл; 3) 30,30 мкТл; 4) 9,65 мкТл.

А6. Пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 500\,\text{В}$, протон движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1{,}6\,\text{м}$. Определить индукцию магнитного поля B:

1) 1 мТл; 2) 2 мТл; 3)5 мТл; 4)10 мТл.

А7. В однородное магнитное поле с индукцией 50 мТл помещена катушка, состоящая из 200 витков провода, причем её ось образует с линиями поля угол 60°. Сопротивление катушки составляет 40 Ом, площадь её поперечного сечения равна 12 см^2. При исчезновении поля по катушке пройдёт электрический заряд, равный:

1) 125 мкКл; 2) 300 мкКл; 3) 260 мкКл; 4) 150 мкКл.

А8. По направлению линий напряжённости однородного электрического поля движется электрон, скорость которого на пути 2,7 мм изменилась в два раза. Напряжённость поля 500 В/м. Скорость электрона в начале пути равна

1) $8\cdot10^5$ м /с; 2) $7\cdot10^5$ м /с; 3) $6\cdot10^5$ м /с; 4) $5\cdot10^5$ м /с.

В1. По однородному прямому проводу, радиус сечения которого равен $r = 5\,\text{см}$, течёт постоянный ток, плотность которого зависит от расстояния r до оси провода как $j(r) = j_0 r$, где $j_0 = 75\,\text{кА/м}^2$. Магнитная проницаемость провода и окружающей среды $\mu = 1$. Найти модуль индукции магнитного поля тока в точке, удалённой от оси провода на расстояние $R = 7\,\text{см}$.

В2. Бесконечная плоскость несёт заряд, распределённый равномерно с поверхностной плотностью $\sigma = -50\,\text{нКл/м}^2$. Определить работу по перемещению заряда $q = 1{,}0\,\text{нКл}$ из точки 1, отстоящей от плоскости на расстоянии $h_1 = 15\,\text{см}$, в точку 2, отстоящей от плоскости на $h_2 = 5\,\text{см}$.

В3. Катушку индуктивностью $L = 0{,}3\,\text{Гн}$ и сопротивлением $R = 0{,}15\,\text{Ом}$ отключили от источника постоянного напряжения. Определить промежуток времени, через который сила тока в катушке уменьшится в четыре раза.

В4. Два одинаковых отрицательных точечных заряда $q_1 = 100\,\text{нКл}$ и массой $m = 0{,}3\,\text{г}$ каждый движутся по окружности радиусом $R = 10\,\text{см}$ вокруг положительного заряда $q_2 = 100\,\text{нКл}$. При этом отрицательные заряды находятся на концах одного диаметра. Определить угловую скорость вращения зарядов ω.

С1. Круговой контур диаметром $D = 0{,}1\,\text{м}$ свободно установился в однородном магнитном поле индукцией $B = 20\,\text{мТл}$. В контуре поддерживается постоянный ток силой $I = 60\,\text{А}$. Найти работу внешней силы, под действием которой контур медленно поворачивается на угол $\varphi = 60°$ относительно оси, совпадающей с его диаметром.

С2. Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 10{,}0\,\text{см}$ и $R_2 = 10{,}2\,\text{см}$ образуют сферический конденсатор. Внутренней сфере сообщён заряд $q = 4\,\text{мкКл}$. Определить разность потенциалов между обкладками конденсатора, электроёмкость и энергию конденсатора.

Вариант 9

А1. Электрическое поле образовано точечным зарядом $1{,}5\cdot10^{-9}\,\text{Кл}$. Две эквипотенциальные поверхности с потенциалами 45 В и 30 В расположены в вакууме на расстоянии друг от друга:

1) 0,05 м 2) 0,25 м; 3) 0,15 м; 4) 0,55 м.

А2. По тонкому полукольцу радиусом 20 см равномерно распределён заряд 5,2 нКл. Модуль напряжённости в центре полукольца равен:

1) 1170,0 В/м; 2) 234,0 В/м; 3) 372,6 В/м; 4) 745,2 В/м.

А3. Два конденсатора, электроёмкости которых $C_1 = 1{,}0\,\text{мкФ}$ и $C_2 = 4{,}0\,\text{мкФ}$, соединены последовательно и подключены к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 120\,\text{В}$. Найти разность потенциалов на конденсаторе C_2:

1) 24 В; 2) 20 В; 3) 28 В; 4) 26 В.

А4. Каким диаметром *D* следует взять медный провод, чтобы падение напряжения на нём на расстоянии $L = 1{,}4\,\text{км}$ равнялось $U = 1\,\text{В}$ при токе $I = 1\,\text{А}$:

1) 4,6 мм; 2) 5,0 мм; 3) 5,6 мм; 4) 6,5 мм?

А5. Амперметр с внутренним сопротивлением $R_A = 2\,\text{Ом}$, подключённый к зажимам батареи, показывает силу тока $I_A = 5\,\text{А}$. Вольтметр с внутренним сопротивлением $R_V = 150\,\text{Ом}$, подключённый к зажимам этой же батареи, показывает $U_V = 150\,\text{В}$. Определить силу тока короткого замыкания батареи $I_{\text{кз}}$:

1) 29 600 мА; 2) 31 525 мА; 3) 35 620 мА; 4) 41 570 мА.

А6. Постоянный ток силой 12 А течёт по тонкому проводнику, который имеет вид, показанный на рис. 3.5. Если радиус изогнутой части проводника равен 0,30 м, а прямолинейные участки проводника считать очень длинными, то модуль индукции магнитного поля этого тока в точке *O* равен:

1) 22,84 мкТл; 2) 6,00 мкТл; 3) 18,84 мкТл; 4) 26,84 мкТл.

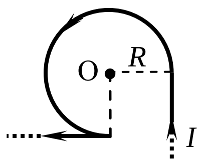

Рис. 3.5

А7. Из проволоки длиной $l = 20\,\text{см}$ сделаны контуры: 1) квадратный и 2) круговой. По контурам течет ток силой $I = 2\,\text{А}$. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha = 45°$ с направлением магнитного поля с индукцией $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. Определить разность вращающих моментов сил ΔM, действующих на каждый контур:

1) $10^{-4}\,\text{Н}\cdot\text{м}$; 2) $2\cdot10^{-4}\,\text{Н}\cdot\text{м}$; 3) $4\cdot10^{-5}\,\text{Н}\cdot\text{м}$; 4) $1{,}2\cdot10^{-4}\,\text{Н}\cdot\text{м}$.

А8. В однородном магнитном поле находится рамка, состоящая из 50 проводящих витков площадью 12 см^2 каждый. Силовые линии поля перпендикулярны плоскости рамки, сопротивление которой равно 300 Ом. Если при повороте рамки на угол 180° по ней проходит заряд 5,0 мкКл, то модуль магнитной индукции поля равен:

1) 25,0 мТл; 2) 80,0 мТл; 3) 30,0 мТл; 4) 12,5 мТл.

В1. Шар, погружённый в масло, диэлектрическая проницаемость которого $\varepsilon = 4$, имеет потенциал $\varphi = 4{,}5\,\text{кВ}$ и поверхностную плотность заряда $\sigma = 11{,}3\,\text{мкКл/м}^2$. Определить радиус и заряд шара.

В2. В вертикальном направлении создано постоянное магнитное поле с индукцией *B*. Шарик массой *m* и зарядом *q*, подвешенный на нити длиной *l*, движется по окружности так, что нить составляет с вертикалью угол α. Определить угловую скорость движения шарика ω.

В3. Сферическая поверхность радиусом $R = 5\,\text{см}$ равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 1\,\text{нКл/м}^2$. Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях $r_1 = 10$ см и $r_2 = 15$ см от центра сферы.

B4. Катушку индуктивностью $L = 0{,}4$ Гн и сопротивлением $R = 0{,}15$ Ом подключили к источнику постоянного напряжения. Определить промежуток времени, через который сила тока в катушке достигнет 70 % установившегося значения.

C1. Две круглые металлические пластины радиусом $r = 6$ см каждая расположены на малом расстоянии друг от друга и соединены тонким проводящим проводом. Пластины помещают в однородное электрическое поле, направленное перпендикулярно пластинам, напряжённостью $E_0 = 10$ кВ/м. Определить, какая сила *F* (мкН) будет действовать на каждую из пластин.

C2. Равносторонний треугольник *ABC* массой *m* расположен в горизонтальной плоскости. Вектор индукции $\vec{\mathbf{B}}$ горизонтального однородного магнитного поля перпендикулярен стороне *AB*. Определить силу тока *I*, который надо пропустить по периметру *L* треугольника, чтобы он начал приподниматься относительно стороны *AB*.

Вариант 10

A1. Квадратная рамка со стороной 0,3 м расположена в магнитном поле, индукция которого уменьшается на 20 мТл в секунду. Если силовые линии поля перпендикулярны плоскости рамки, то ЭДС индукции в ней равна:

1) 1,8 мВ; 2) 6,0 мВ; 3) 0,9 мВ; 4) 1,2 мВ.

A2. Модуль напряжённости электростатического поля на расстоянии 2,0 м от точечного заряда равен 7200 кВ/м. Определить числовое значение заряда, создающего это поле:

1) 1,8 мКл; 2) 2,6 мКл; 3) 3,8 мКл; 4) 3,2 мКл.

A3. По тонкому кольцу радиусом 3 см равномерно распределён заряд 2,5 нКл. В точке, расположенной на перпендикуляре к плоскости кольца, проходящем через его центр, на расстоянии 4 см от него, модуль напряжённости равен:

1) 0; 2) 7,2 кВ/м; 3) 14,1 кВ/м; 4) 25,0 кВ/м.

A4. При увеличении напряжения, поданного на конденсатор ёмкостью $C = 20$ мкФ, в два раза энергия поля возросла на 0,3 Дж. Найти начальные значения напряжения и энергии поля:

1) 10 В; 100 Дж; 2) 100 В; 100 Дж; 3) 100 В; 10 Дж; 4) 1 кВ; 1 кДж.

A5. Сила тока в проводнике изменяется по закону $I = 2t + 3t^2$ (А). Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника от $t_1 = 4$ с до $t_2 = 5$ с? При какой силе постоянного тока через поперечное сечение проводника за это же время проходит такое же количество электричества?

1) 51 Кл; 14 А; 2) 78 Кл; 26 А; 3) 82 Кл; 25 А; 4) 93 Кл; 34 А.

А6. Два сопротивления $R_1 = 5\,\text{Ом}$ и $R_2 = 7\,\text{Ом}$ соединены последовательно. На обоих сопротивлениях выделилось $Q = 560\,\text{Дж}$ теплоты. Определить количество теплоты Q_1, которое выделилось на первом сопротивлении за это время:

1) 400 Дж; 2) 380 Дж; 3) 360 Дж; 4) 300 Дж.

А7. Постоянный ток силой 12 А течёт по тонкому проводнику, который имеет вид, показанный на рис. 3.6. Если радиус изогнутой части проводника равен 0,40 м, а прямолинейные участки проводника считать очень длинными, то модуль индукции магнитного поля этого тока в точке *O* равен:

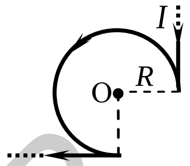

Рис. 3.6

1) 14,13 мкТл; 2) 20,13 мкТл; 3) 8,13 мкТл; 4) 2,13 мкТл.

А8. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2\,\text{Тл}$ перпендикулярно линиям магнитной индукции с постоянной скоростью влетает заряженная частица. В течение $\Delta t = 5\,\text{мкс}$ включается электрическое поле напряжённостью $E = 0{,}5\,\text{кВ/м}$ в направлении, параллельном магнитному полю. Определить шаг винтовой траектории *h* заряженной частицы:

1) 7,85 см; 2) 8,15 см; 3) 8,50 см; 4) 8,85 см.

В1. Бесконечно длинная прямая нить заряжена равномерно с линейной плотностью заряда $\tau = 4\,\text{нКл/м}$. Первая точка находится на расстоянии 2 см от нити, а вторая – на расстоянии 4 см от нити. Найти разность потенциалов первой и второй точек.

В2. Конденсатор с электроёмкостью $C_1 = 2{,}0\,\text{мкФ}$ заряжен до разности потенциалов $U = 100\,\text{В}$. После отключения от источника напряжения этот конденсатор параллельно подключили к незаряженному конденсатору с электроёмкостью, равной $C_2 = 5{,}0\,\text{мкФ}$. Какая энергия выделится при соединении конденсаторов?

В3. Провод, висящий вертикально, в некоторой точке образует горизонтальную петлю радиусом $r = 0{,}1\,\text{м}$ и далее опускается вертикально вниз. Определить индукцию магнитного поля в центре петли. Считать длину провода бесконечной. Сила тока $I = 1\,\text{А}$.

В4. По кольцу радиусом $R = 10\,\text{мм}$, сделанному из медной проволоки с площадью поперечного сечения $S = 1\,\text{мм}^2$, течёт ток силой $I = 1\,\text{мА}$. Кольцо помещено в однородное магнитное поле так, что его ось совпадает с направлением поля. Определить при каком значении индукции магнитного поля *B* кольцо разорвётся, если прочность меди на разрыв $\sigma = 2{,}3 \cdot 10^8\,\text{Н/м}^2$.

С1. Квадратная рамка со стороной $a = 1{,}3\,\text{м}$ находится в магнитном поле, модуль индукции которого изменяется со временем по закону $B(t) = 25 + 3t$ (Тл), где *t* – время в секундах. Рамка изготовлена из провода, площадь поперечного сечения которого равна $S = 1\,\text{мм}^2$, а удельное сопротивление составляет

$\rho = 2{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Чему равно максимальное количество теплоты, выделяющейся в рамке за минуту, если самоиндукция рамки мала?

С2. Тонкая сферическая оболочка радиусом $R_1 = 10$ см массой $m = 60$ кг заряжена. На оболочке увеличивают заряд, и при достижении потенциала $\varphi = 3$ кВ оболочка разлетается на большое число мелких осколков. Определить скорость осколков в тот момент, когда они окажутся на поверхности радиусом $R_2 = 25$ см.

4. ОБЪЕДИНЁННЫЙ ТЕСТ

А1. Тело массой 12 кг движется прямолинейно вдоль оси X по закону $x = 2t + 3t^2 - 0{,}1t^3$. Найти мощность, развиваемую при движении через 1 с:

1) 200 Вт; 2) 352 Вт; 3) 405 Вт; 4) 499 Вт.

А2. Уравнение гармонических колебаний частицы массой 10 г имеет вид $x(t) = 0{,}2\cos(\pi t + \pi/2)$, где $x(t)$ – смещение частицы от положения равновесия в метрах, t – время в секундах. Определить полную энергию частицы:

1) 2 мДж; 2) 4 мДж; 3) 1 мДж; 4) 3 мДж.

А3. Модуль напряжённости электростатического поля на расстоянии $r = 2{,}0$ м от точечного заряда, находящегося в воздушной среде, равен $E = 7200$ кВ/м. Определить числовое значение заряда q, создающего это поле:

1) 1,8 мКл; 2) 2,6 мКл; 3) 3,8 мКл; 4) 3,2 мКл.

А4. Газ, совершая цикл Карно, КПД которого $\eta = 25\,\%$, при изотермическом расширении производит работу $A = 240$ Дж. Какова работа, совершаемая газом при изотермическом сжатии:

1) 150 Дж; 2) –180 Дж; 3) 200 Дж; 4) –210 Дж?

А5. Определить, во сколько раз увеличится время жизни нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начнёт двигаться со скоростью, составляющей $0{,}9c$:

1) 2,10; 2) 2,29; 3) 2,35; 4) 2,41.

А6. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400$ В, попал в однородное магнитное поле напряжённостью $H = 1$ кА/м. Определить радиус кривизны траектории R и частоту n обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

1) 4,5 см; $4{,}2\cdot10^5$ с$^{-1}$; 2) 5,0 см; $4{,}0\cdot10^6$ с$^{-1}$;

3) 5,2 см; $3{,}8\cdot10^6$ с$^{-1}$; 4) 5,4 см; $3{,}5\cdot10^7$ с$^{-1}$.

А7. Конденсатор ёмкостью $C_1 = 3$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40$ В. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором ёмкостью $C_2 = 5$ мкФ. Какая энергия ΔW (мДж) израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора

1) 1,5 мДж; 2) 2,0 мДж; 3) 2,4 мДж; 4) 3,0 мДж?

А8. При включении батареи на сопротивление $R_1 = 20$ Ом сила тока в цепи составляет $I_1 = 2{,}5$ А. Если ту же батарею включить на сопротивление $R_2 = 50$ Ом, то сила тока будет $I_2 = 1{,}1$ А. Найти ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r батареи:

1) 45,33 В; 2,57 Ом; 2) 52,15 В; 3,00 Ом;

3) 58,93 В; 3,57 Ом; 4) 60,15 В; 4,10 Ом.

В1. Идеальный газ в количестве $\nu = 3$ моль нагревают на $\Delta T = 14$ К так, что температура газа меняется пропорционально квадрату давления. Определить работу, совершаемую газом при нагревании.

В2. Физический маятник представляет собой однородный диск радиусом *R*, ось колебаний которого перпендикулярна плоскости диска и проходит через середину одного из радиусов. Период колебаний такого маятника составляет $T = 1,2$ с. Определить момент инерции диска относительно оси вращения, если масса диска равна $m = 1$ кг.

В3. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течёт ток силой $I = 100$ А. Найти магнитную индукцию *B* в точке *O* пересечения диагоналей квадрата.

В4. Сила тока *I* в проводнике сопротивлением *R* изменяется со временем *t* по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$, где I_0 и α известны. Найти тепло *Q*, выделившееся в проводнике за время Δt.

В5. Вычислить энергию магнитного поля в соленоиде длиной $l = 50$ см и диаметром $d = 2$ см, имеющем $N = 1000$ витков, если по нему протекает ток $I = 2$ мА? Найти объёмную плотность энергии. Среда внутри соленоида – воздух.

В6. Двухатомный идеальный газ с молярной массой *M* находится при температуре *T*. Используя функцию распределения молекул идеального газа по относительным скоростям *u*: $f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2$, где $u = \upsilon / \upsilon_в$, υ – скорость теплового движения молекул, $\upsilon_в$ – наиболее вероятная скорость молекул, Определить (в процентах) вероятность того, что молекулы идеального газа имеют скорости теплового движения в интервале от $\upsilon_1 = 0,40\upsilon_в$ до $\upsilon_2 = 0,50\upsilon_в$.

С1. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности, равномерно распределён заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить напряжённость *E* и потенциал φ электрического поля, создаваемого таким распределённым зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги. Длина нити составляет одну треть длины окружности и равна $l = 15$ см.

С2. Шайба, скользящая без трения по льду со скоростью 10 м/с, заскакивает на трамплин, верхняя часть которого горизонтальна, и соскальзывает с него. При какой высоте трамплина *h* дальность *S* полёта шайбы, соскользнувшей с трамплина, будет максимальной?

4.1. Решения объединённого теста

А1. Мощность силы *F*, действующей на тело определяется формулой (1.44):

$$N = F\upsilon.$$

Учитывая, что $\upsilon = dx/dt$, $a = d\upsilon/dt$, и используя второй закон Ньютона

$F = ma$, получаем выражение $N = m\upsilon a = m(2+6t-0{,}3t^2)\cdot(6-0{,}6t)$.

Проведя расчёты, найдём $N = 499\,\text{Вт}$.

Ответ: 4) 499 Вт.

А2. Полная энергия колеблющейся частицы определяется выражением (1.76):

$$E = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

Уравнение гармонических колебаний в общем виде записывается в виде (1.68):

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Сопоставив его с уравнением, данным в условии задачи, находим

$$A = 0{,}2;\ \omega = \pi;\ \varphi_0 = \pi/2.$$

Проведём расчёт в системе СИ

$$E = \frac{10\cdot10^{-3}\cdot0{,}2^2\cdot3{,}14^2}{2} = 2\cdot10^{-3}\,\text{Дж} = 2\,\text{мДж}.$$

Ответ: 1) 2 мДж.

А3. Напряжённость электростатического поля E на расстоянии r от заряда q определяется формулой (3.3):

$$E = \frac{kq}{\varepsilon r^2},\ \varepsilon = 1,$$

откуда следует $q = Er^2/k$. Проведя расчёт в системе СИ, получим $q = 3{,}2\,\text{мКл}$.

Ответ: 4) 3,2 мКл.

А4. КПД цикла Карно определяется по формуле (2.26):

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где $Q_1 = A$ – теплота, полученная от теплоотдатчика, равная работе, совершаемой газом при расширении;

Q_2 – количество тепла, отданное газом холодильнику, равное работе, совершаемой над газом при его сжатии.

Поэтому работа газа при его сжатии будет отрицательной и равной $A_{\text{сж}} = -Q_2$. Таким образом, из (2.26) получаем

$$A_{\text{сж}} = -Q_2 = Q_1(\eta-1) = A(\eta-1) = 240\cdot(0{,}25-1) = -180\,\text{Дж}.$$

Ответ: 2) –180 Дж.

А5. Интервал времени по часам неподвижного наблюдателя Δt и наблюдателя, находящегося в движущейся системе отсчёта Δt_0, связаны соотношением (формула (1.59)):

$$\Delta t = \Delta t_0\sqrt{1 - V^2/c^2},$$

откуда следует

$$\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

Проведя вычисления, найдём $\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = 2,29$.

Ответ: 2) 2,29.

А6. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $\vec{\mathbf{F}}_{\text{Л}}$ (действием силы тяжести можно пренебречь), которая перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное ускорение. По второму закону Ньютона $F_{\text{Л}} = ma_{\text{n}}$, где a_{n} – нормальное ускорение, или

$$evB\sin\alpha = \frac{mv^2}{R}, \tag{4.1}$$

где e – элементарный заряд;

v – скорость электрона;

B – магнитная индукция;

m – масса электрона;

R – радиус кривизны траектории;

α – угол между векторами $\vec{\mathbf{v}}$ и $\vec{\mathbf{B}}$ (в данном случае $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$).

Из формулы (4.1) найдём

$$R = \frac{mv}{eB}. \tag{4.2}$$

Входящий в равенство (4.2) импульс mv может быть выражен через кинетическую энергию $E_{\text{к}}$ электрона:

$$mv = \sqrt{2mE_{\text{к}}}. \tag{4.3}$$

С другой стороны, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством

$$E_{\text{к}} = eU.$$

Подставив выражение $E_{\text{к}}$ в формулу (4.3), получим

$$mv = \sqrt{2meU}. \tag{4.4}$$

Магнитная индукция B связана с напряжённостью H магнитного поля в вакууме:

$$B = \mu_0 H, \tag{4.5}$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Подставив выражения (4.4) и (4.5) в формулу (4.2), определим радиус кривизны траектории:

$$R = \frac{1}{\mu_0 H}\sqrt{\frac{2mU}{e}} = 5,4\,\text{см}. \tag{4.6}$$

Для определения частоты обращения воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом:

$$n = \frac{\text{v}}{2\pi R}. \tag{4.7}$$

Подставив в формулу (4.7) выражение (4.2) и произведя вычисления, получим

$$n = \frac{eB}{2\pi m} = \frac{\mu_0 eH}{2\pi m} = 3{,}5 \cdot 10^7\ \text{с}^{-1}.$$

Ответ: 4) 5,4 см; $3{,}5 \cdot 10^7\ \text{с}^{-1}$.

А7. Энергия, израсходованная на образование искры, равна

$$\Delta W = W_1 - W_2, \tag{4.8}$$

где W_1 – энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора;

W_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из двух конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора или батареи конденсаторов ёмкостью C определяется по формуле (3.26):

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Используя формулы (4.8) и (3.26) и принимая во внимание, что общая ёмкость параллельно соединённых конденсаторов равна сумме ёмкостей отдельных конденсаторов, получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \tag{4.9}$$

где U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}. \tag{4.10}$$

Подставив выражение (4.10) в (4.9), найдём

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2} = \frac{C_1 C_2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)} = 1{,}5\ \text{мДж}.$$

Ответ: 1) 1,5 мДж.

А8. Запишем закон Ома для полной цепи для двух случаев, указанных в условии:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r};\ I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}.$$

Имеем систему уравнений с двумя неизвестными, решая которую, находим

$$\mathcal{E} = \frac{I_1 I_2 (R_2 - R_1)}{I_1 - I_2};\ r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2}.$$

Произведя вычисления, получим $\mathcal{E} = 58{,}93\ \text{В}$, $r = 3{,}57\ \text{Ом}$.

Ответ: 3) 58,93 В; 3,57 Ом.

В1. Работа газа определяется как

$$A = \int\limits_{(T)}^{(T+\Delta T)} p\,dV.$$

Подставим в уравнение Клапейрона – Менделеева $pV = \nu RT$ зависимость давления газа от температуры $p = \alpha T^{1/2}$ и проведём преобразования:

$$V = \frac{\nu RT}{p} = \frac{\nu RT}{\alpha T^{1/2}} = \frac{\nu RT^{1/2}}{\alpha}, \; dV = \frac{\nu RdT}{2\alpha T^{1/2}}.$$

Определим работу

$$A = \int_{T}^{T+\Delta T} \alpha T^{1/2} \frac{\nu RdT}{2\alpha T^{1/2}} = \frac{\nu R\Delta T}{2}.$$

Проведём расчёт

$$A = \frac{2 \cdot 8,31 \cdot 10}{2} = 83,1 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 83,1$ Дж.

В2. Период колебания физического маятника определяется формулой (1.73):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}},$$

где l – расстояние от центра масс до оси вращения. По условию задачи $l = R/2$.

Момент инерции определяется по теореме Штейнера

$$J = \frac{1}{2}mR^2 + m\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}mR^2. \qquad (4.11)$$

Подставив (4.11) в (1.73), получим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3mR^2}{4mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}, \qquad (4.12)$$

откуда находим радиус диска

$$R = \frac{T^2 g}{6\pi^2} = \frac{1,2^2 \cdot 9,8}{6 \cdot 3,14^2} \approx 0,24 \text{ м}.$$

Тогда из (4.11) момент инерции равен $J \approx 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Ответ: $J \approx 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

В3. Расположим квадратный виток в плоскости чертежа (рис. 4.1). Согласно принципу суперпозиции магнитных полей

$$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}_1 + \vec{\mathbf{B}}_2 + \vec{\mathbf{B}}_3 + \vec{\mathbf{B}}_4, \qquad (4.13)$$

где $\vec{\mathbf{B}}_1$, $\vec{\mathbf{B}}_2$, $\vec{\mathbf{B}}_3$, $\vec{\mathbf{B}}_4$ – магнитные индукции полей, создаваемых токами, протекающими по каждой стороне квадрата.

В точке O пересечения диагоналей квадрата все векторы индукции будут направлены перпендикулярно плоскости чертежа «к нам». Кроме того, из соображений симметрии следует, что модули этих векторов одинаковы: $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$. Это позволяет векторное равенство (4.13) заменить скалярным

$$B = 4B_1. \qquad (4.14)$$

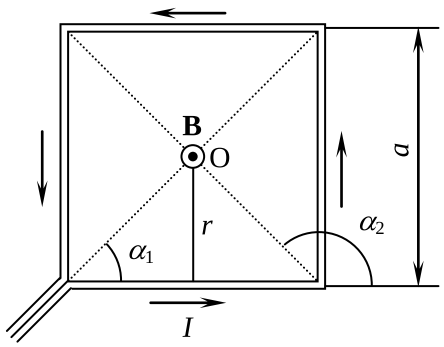

Рис. 4.1

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком прямолинейного провода с током, выражается формулой (3.44):

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

Учитывая, что $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$ и $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$ (см. рис. 4.1), формулу (3.44) можно переписать в виде

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\alpha_1.$$

Подставив выражение B_1 в формулу (4.14), найдём

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi r}\cos\alpha_1.$$

Заметив, что $r = a/2$ и $\cos\alpha_1 = \sqrt{2}/2$ (так как $\alpha_1 = \pi/4$), получим

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a} = 1{,}13\,\text{мТл}.$$

Ответ: $B = 1{,}13\,\text{мТл}$.

В4. Энергия W^{m} магнитного поля внутри соленоида равна магнитной энергии тока, вычисляемой по формуле (3.66):

$$W^{\text{m}} = \frac{LI^2}{2},$$

где L – индуктивность соленоида (формула (3.65)):

$$L = \mu_0 \mu n^2 V = \mu_0 \mu N^2 \frac{S}{l} = \mu_0 \mu N^2 \frac{\pi d^2}{4l}, \tag{4.15}$$

$n = N/l$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида;
$V = Sl$ – объём соленоида;
$S = \pi d^2/4$ – площадь поперечного сечения соленоида (площадь одного витка).

Подставляя формулу (4.15) в (3.66), получаем выражение для расчёта

$$W^{\text{m}} = \frac{\mu_0 \mu \pi d^2 N^2 I^2}{8l}. \tag{4.16}$$

Объёмную плотность энергии найдём, разделив (4.16) на объём соленоида:

$$w^{\text{m}} = \frac{W^{\text{m}}}{V} = \frac{4W^{\text{m}}}{\pi d^2 l} = \frac{\mu_0 \mu N^2 I^2}{2l^2}. \tag{4.17}$$

Теперь, подстановка числовых значений величин в формулы (4.16) и (4.17) с учётом $\mu = 1$ для воздуха приводит к следующим результатам

$$W^{\text{m}} \approx 1{,}6\ \text{нДж};\ w^{\text{m}} \approx 10\,\text{мкДж/м}^3.$$

Ответ: $W^{\text{m}} = \dfrac{\mu_0 \mu \pi d^2 N^2 I^2}{8l} \approx 1{,}6\ \text{нДж}$; $w^{\text{m}} = \dfrac{\mu_0 \mu N^2 I^2}{2l^2} \approx 10\,\text{мкДж/м}^3$.

В5. По закону Джоуля – Ленца количество тепла dQ, выделяющееся на сопротивлении R при прохождении тока силой I за время dt определяется выражением

$$dQ = I^2 R dt\,.$$

По условию задачи ток изменяется. Подставим закон изменения тока в формулу и проинтегрируем:

$$Q = \int_0^{\Delta t} I^2 R dt = I_0^2 R \int_0^{\Delta t} e^{-2\alpha t} dt = \frac{I_0^2 R}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha \Delta t})\,.$$

Произведя вычисления, получим $Q = 5$ Дж.

Ответ: $Q = 5$ Дж.

В6. Число $dN(u)$ молекул, относительные скорости которых находятся в пределах от u до $u + du$, определяется выражением

$$dN(u) = Nf(u)du\,,$$

где N – число молекул в объёме газа;

$f(u)$ – функция распределения;

du – заданный малый интервал скоростей.

Искомая вероятность будет равна

$$dw(u) = \frac{dN(u)}{N} = f(u)du\,.$$

Учитывая малость интервала относительных скоростей, можно считать, что мы ищем величину $\Delta w = \Delta w(u_1, u_2) = \dfrac{\Delta N(u_1, u_2)}{N} = f(\langle u \rangle)\Delta u$, где $\langle u \rangle = \dfrac{u_1 + u_2}{2} = 0{,}45$, $\Delta u = 0{,}10$, поэтому $\Delta w = \dfrac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-\langle u \rangle^2} \langle u \rangle^2 \Delta u$. Подставляя числовые значения исходных величин, получим

$$\Delta w = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-0{,}45^2} \cdot 0{,}45^2 \cdot 0{,}10 = \frac{4}{1{,}77} \cdot 0{,}817 \cdot 0{,}02025 = 0{,}0374\,.$$

Ответ: $\Delta w = 3{,}74\,\%$.

С1. Выберем оси координат так, чтобы начало координат совпадало с центром кривизны дуги, а ось *Y* была бы симметрично расположена относительно концов дуги (рис. 4.2). На нити выделим элемент длиной *dl*. Заряд $dQ = \tau dl$, находящийся на выделенном участке, можно считать точечным.

Определим напряжённость электрического поля в начале координат. Для этого найдём сначала напряжённость $d\vec{\mathbf{E}}$ поля, создаваемого зарядом *dQ*:

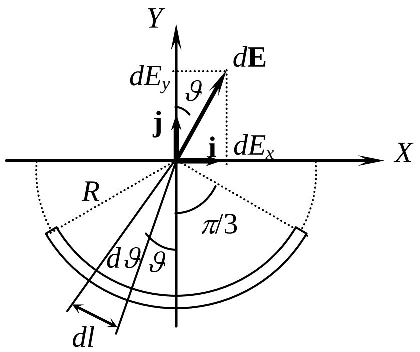

Рис. 4.2

$$d\vec{\mathbf{E}} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r},$$

где $\vec{\mathbf{r}}$ – радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке, в которой напряжённость поля вычисляется.

Выразим вектор $d\vec{\mathbf{E}}$ через проекции dE_x и dE_y на оси координат:

$$d\vec{\mathbf{E}} = dE_x\vec{\mathbf{i}} + dE_y\vec{\mathbf{j}},$$

где $\vec{\mathbf{i}}$ и $\vec{\mathbf{j}}$ – единичные векторы направлений (орты).

Напряжённость $\vec{\mathbf{E}}$ найдём посредством интегрирования:

$$\vec{\mathbf{E}} = \int\limits_l d\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{i}}\int\limits_l dE_x + \vec{\mathbf{j}}\int\limits_l dE_y,$$

где интегрирование ведётся вдоль дуги длиной l.

В силу симметрии

$$\int\limits_l dE_x = 0.$$

Тогда

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{j}}\int\limits_l dE_y, \tag{4.18}$$

где

$$dE_y = dE\cdot\cos\vartheta = \frac{\tau\cos\vartheta dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Так как $r = R = \mathrm{const}$, $dl = Rd\vartheta$, то

$$dE_y = \frac{\tau\cos\vartheta d\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Подставим это выражение dE_y в (4.18) и, приняв во внимание симметричное расположение дуги относительно оси Y, пределы интегрирования возьмём от 0 до $\pi/3$, а результат удвоим:

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{j}}\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int\limits_0^{\pi/3}\cos\vartheta d\vartheta = \vec{\mathbf{j}}\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\sin\vartheta\Big|_0^{\pi/3} = \vec{\mathbf{j}}\frac{\tau\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Выразив радиус R через длину l нити ($3l = 2\pi R$), получим

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\tau\sqrt{3}}{6\varepsilon_0 l}\vec{\mathbf{j}}. \tag{4.19}$$

Из формулы (4.19) видно, что напряжённость поля по направлению совпадает с осью Y.

Найдём потенциал электрического поля в начале координат. Сначала запишем потенциал, создаваемый точечным зарядом dQ в этой точке:

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Заменим r на R и проведём интегрирование:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int\limits_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Так как $3l = 2\pi R$, то

$$\varphi = \frac{\tau}{6\varepsilon_0}. \tag{4.20}$$

Производя вычисления по формулам (4.19) и (4.20), находим

$$E = E_y = 2{,}18\,\text{кВ/м},\ \varphi = 188\,\text{В}.$$

Ответ: $E = E_y = \dfrac{\tau\sqrt{3}}{6\varepsilon_0 l} = 2{,}18\,\text{кВ/м}$; $\varphi = \dfrac{\tau}{6\varepsilon_0} = 188\,\text{В}$.

С2. Обозначим скорость движения шайбы по льду до подъёма на трамплин v_0, а скорость шайбы на трамплине v. Тогда по закону сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}, \tag{4.21}$$

откуда

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}. \tag{4.22}$$

Из формулы

$$h = \frac{gt^2}{2} \tag{4.23}$$

определяем время падения шайбы с трамплина

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \tag{4.24}$$

Столько же времени шайба движется равномерно в горизонтальном направлении и пролетает путь $S = vt$. Подставив выражения (4.23), (4.24) в (4.22), получим

$$S = \sqrt{\frac{2hv_0^2}{g} - 4h^2}. \tag{4.25}$$

Далее задача сводится к нахождению максимума функции $S = f(h)$. Как известно из математики, в точках экстремума (максимума и минимума) производная функции равна нулю. Таким образом,

$$\frac{dS}{dh} = \frac{v_0^2 - 4gh}{g\sqrt{\dfrac{2hv_0^2}{g} - 4h^2}} = 0, \tag{4.26}$$

откуда следует

$$h = \frac{v_0^2}{4g}.$$

Подставляя числовые значения, получаем $h \approx 2{,}55\,\text{м}$.

Ответ: $h \approx 2{,}55\,\text{м}$.

Ответы к первым вариантам по темам

Задание	Механика	Молекулярная физика и термодинамика	Электромагнетизм
A1	4	3	2
A2	3	1	2
A3	4	2	2
A4	4	2	3
A5	1	4	4
A6	2	3	1
A7	4	4	2
A8	1	2	3
A9	1	–	–
A10	2	–	–
B1	5	598	200
B2	18	25,9	8,1
B3	$V=\dfrac{1}{V_0+kt/m}$	0,3	37,6
B4	0,9	10,35	$a_\tau=0$; $a_n=7\cdot10^{15}$
B5	5	–	–
B6	14	–	–
C1	$\tau=\sqrt[3]{\dfrac{3mR\omega_0}{2\alpha}}$	30	0,1
C2	67	$Q=1{,}25MV^2$	4,5

Литература

Основная

1. Савельев, И. В. Курс физики. В 3 т. Т.1 : Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – М. : Наука, ФМ, 1989.

2. Савельев, И. В. Курс физики. В 3 т. Т.2 : Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика / И. В. Савельев. – М. : Наука, ФМ, 1989.

3. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1 : Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – М. : Апрель АСТ, 2003.

4. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 2 : Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И. В. Савельев. – М. : Апрель АСТ, 2003.

5. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 2002.

6. Наркевич, И. И. Физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск : ООО «Новое знание», 2004.

7. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М. : Наука, 1988.

8. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике : учеб. пособие для вузов / И. Е. Иродов. – М.-СПб. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001.

9. Чертов, А. Г. Задачник по физике с примерами решения задач и справочными материалами / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев, М. Ф. Федоров. – М. : Высш. шк., 1973.

10. Тараканов, А. Н. Физика. Практикум : формулы и задачи : учеб. пособие / А. Н. Тараканов, Ю. М. Хачатрян. – Минск : Беларус. Энцыкл. імя П. Броўкі, 2008.

Дополнительная

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. В 5 т. Т.1 : Механика / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, 2006.

2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 т. Т.2 : Термодинамика и молекулярная физика / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, 2005.

3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 т. Т.3 : Электричество / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, МФТИ, 2004.

4. Иродов, И. Е. Механика. Основные законы / И. Е. Иродов. – М.-СПб. : Физматлит, Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

5. Иродов, И. Е. Электромагнетизм. Основные законы / И. Е. Иродов. – М.-СПб. : Физматлит, Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

6. Иродов, И. Е. Физика макросистем. Основные законы / И. Е. Иродов. – М.-СПб. : Физматлит, Лаборатория Базовых Знаний, 2000.

7. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Изд. Центр «Академия», 2003.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Фундаментальные физические константы

Константа	Численное значение
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2 / кг^2
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9{,}8$ м/с^2
Скорость света в вакууме	$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \approx 3 \cdot 10^8$ м / с
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф / м $1/4\pi\varepsilon_0 \approx 9 \cdot 10^9$ м / Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн / м = $= 12{,}57 \cdot 10^{-7}$ Гн / м
Элементарный заряд	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
Отношение заряда электрона к его массе	$e / m_e = 1{,}7588 \cdot 10^{11}$ Кл / кг
Постоянная Планка	$h = 2\pi\hbar = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с ; $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Нормальные условия для идеального газа:	
объём 1 моля газа	$V_0 = 22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль ;
нормальное давление	$P_0 = 101325$ Па ;
нормальная температура	$T_0 = 273{,}15$ К ($t = 0$ °С);
Постоянная Авогадро	$N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}380622 \cdot 10^{-23}$ Дж / К
Молярная газовая постоянная	$R = 8{,}31441$ Дж/(моль·К)
Масса Земли	$M_З = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Земли	$R_З = 6{,}38 \cdot 10^6$ м

Учебное издание

ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ

В двух частях

Часть 1

Синяков Геннадий Николаевич
Тараканов Александр Николаевич
Махнач Виктор Викторович

МЕХАНИКА. ТЕРМОДИНАМИКА. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

ПОСОБИЕ

Корректор *Е. И. Герман*
Ответственный за выпуск *А. Н. Тараканов*

Подписано в печать __.__.2015. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 5,46. Уч.-изд. л. 5,5. Тираж 150 экз. Заказ 469.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».
ЛИ № 02330/0494371 от 16.03.2009. ЛП № 02330/0494175 от 03.04.2009.
220013, Минск, П. Бровки, 6